УДК 534.213:681.3

ОБ ОДНОМ ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА ВКБ

Буренков С. В.

В настоящее время большой практический интерес представляют расчеты акустических полей в трехмерно-неоднородной среде, в первую очередь в прибрежной зоне. Одним из наиболее простых и наглядных приближенных методов расчета является метод «вертикальных мод и горизонтальных лучей» Барриджа и Вейнберга [1]. Однако для этого метода требуется вычисление собственных значений вертикальной краевой задачи $\lambda_p(x, y)$ на всей исследуемой акватории, что требует больших затрат машинного времени. Наиболее быстрым способом вычисления $\lambda_p(x, y)$ является приближение ВКБ. В настоящей работе будет показано, как, используя фазовый интеграл (1), свести совокупность вертикальных краевых задач метода горизонтальных лучей для разных глубин к задаче Коши для уравнения первого порядка. Уравнение этого типа легко интегрируется на ЭВМ и дает зависимость $\lambda_p(h)$ от глубины, если задано начальное значение $\lambda_p(h_0)$.

Запишем фазовый интеграл в следующем виде:

$$\int\limits_{h(x,y)}^{a} \sqrt{k^2(z)-\lambda_p^2(x,y)}\, dz = \pi p + \varphi(\lambda_p, h), \tag{1}$$

где h – глубина океана, p – номер моды ($p=0, 1, \ldots$), a – верхняя точка заворота либо поверхность, $k(z)$ – профиль $\omega/c(z)$ в воде, $\varphi(\lambda_p, h)$ – добавка в фазу, зависящая от параметров дна и угла падения, а также типа точек заворота. В [2] было показано, что, дифференцируя (1), можно получить производные λ_p по глубине h и параметрам дна, но при этом считалось, что $\varphi(\lambda_p, h)=\mathrm{const}$. Учет $\partial\varphi/\partial\lambda_p$ соответствует смещению пучка при отражении от дна [3, § 14] и дает малый вклад в $\partial\lambda_p/\partial h$, не существенный для оценок работы [2]. Однако при попытке решать задачу Коши эти ошибки будут накапливаться и приведут к неверным результатам.

В [4] показано, что

$$\varphi(\lambda_p, h) = \begin{cases} \pi/4 + \mathrm{arctg}(\mathrm{Arg}), & \lambda_p > k(0) \\ \pi/2 + \mathrm{arctg}(\mathrm{Arg}), & \lambda_p < k(0), \end{cases} \tag{2}$$

где

$$\mathrm{Arg} = \frac{\rho_2}{\rho_1}\frac{\gamma_1}{g_2}\frac{1}{k_s^4}[k_s^4 - 4g_2 d_2 \lambda_p^2],$$

ρ_1, ρ_2 – плотности воды и дна, k_2, k_s – волновые векторы продольных и поперечных волн в дне, $\gamma_1=\sqrt{k^2(h)-\lambda_p^2}$, $g_2=\sqrt{\lambda_p^2-k_2^2}$, $d^2=\sqrt{k_s^2-\lambda_p^2}$. Дифференцируем (1), учитывая (2) и то, что $d\varphi/dh=\partial\varphi/\partial h+\partial\lambda_p/\partial h\,\partial\varphi/\partial\lambda_p$:

$$\frac{\partial\lambda_p}{\partial h} = \frac{\gamma_1 + \dfrac{\partial\varphi}{\partial h}}{\lambda_p \displaystyle\int\limits_h^a (k^2(z)-\lambda_p^2)^{-1/2}\, dz - \dfrac{\partial\varphi}{\partial\lambda_p}}, \tag{3}$$

где

$$\frac{\partial\varphi}{\partial h} = \frac{\mathrm{Arg}}{(1+\mathrm{Arg}^2)} \frac{\left.\dfrac{\partial k^2(z)}{\partial z}\right|_{z=h}}{2\gamma_1^2}, \tag{4}$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda_p} = -\frac{1}{(1+\mathrm{Arg}^2)}\frac{\rho_2}{\rho_1}\lambda_p\left[\frac{g_2^2+\gamma_1^2}{g_3^3\gamma_1} + \frac{4}{k_s^4 d_2\gamma_1}(d_2^2\gamma_1^2 - \lambda_p^2(\gamma_1^2+d_2^2))\right]. \tag{5}$$

Случай жидкого дна получается предельным переходом $c_s\to 0$ $(k_s\to\infty)$. Подставляя (4), (5) в (3), получаем итоговую задачу Коши:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\lambda_p}{\partial h} = F\ (\lambda_p;\ \text{параметры задачи}), \\ \lambda_p(h_0) = \lambda_p^{\text{эт}}, \end{cases} \tag{6}$$

где $\lambda_p^{\text{эт}}$ – это начальное «точное» значение, вычисленное каким-либо известным методом. Далее задача (6) может решаться одним из методов вычислительной математики.

Для реализации метода на ЭВМ удобно использовать линейную аппроксимацию $k^2(z)$ при этом интеграл $\int\limits_h^a (k^2(z)-\lambda_p^2)^{-1/2}\,dz$, отнимающий основное машинное время, вычисляется в каждом слое аналитически:

$$\int\limits_{a_l}^{a_{l+1}} (k^2(z)-\lambda_p^2)^{-1/2}\,dz = 2\sqrt{k^2(z)-\lambda_p^2}\Bigg/\frac{dk^2(z)}{dz}\Bigg|_{a_l}^{a_{l+1}}. \qquad (7)$$

Практическое преимущество перед стандартным методом ВКБ заключается в том, что на каждый шаг по глубине требуется одно вычисление интеграла (7), а ВКБ требует нескольких итераций (в зависимости от требуемой точности), в каждой из которых вычисляется интеграл типа (7). Таким образом, при вычислении большого количества собственных значений для изменяющейся глубины предложенная модификация экономит машинное время в 2–4 раза.

При использовании фазы коэффициента отражения в виде (2) полученные результаты применимы (так же, как и приближение ВКБ) только в том случае, если точки поворота отстоят от границ волновода более чем на длину волны для всего диапазона изменения глубины либо совпадают с этими границами.

Однако при применении данного способа следует учитывать, что простейшие вычислительные схемы решения (6) дают хорошую точность лишь при достаточно малом шаге Δh и если не требуется подробное табулирование $\lambda_p(x, y)$, то применять данный алгоритм нецелесообразно; применение более сложных схем с предикцией приводит к итерациям и тем самым сводит на нет экономию времени.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Барридж Р., Вейнберг Г.* Горизонтальные лучи и вертикальные моды // Распространение волн и подводная акустика. М.: Мир, 1980. С. 76.
2. *Буренков С. В.* Влияние параметров прибрежной зоны на фазовые характеристики нормальных волн // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 5. С. 826–830.
3. *Бреховских Л. М.* Волны в слоистых средах. М. Изд-во АН СССР, 1957.
4. *Толстой И., Клей К. С.* Акустика океана. М.: Мир, 1969. С. 40.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
17.IV 1987

УДК 534.2

ПОЭТАПНЫЙ УЧЕТ ПЕРЕРАССЕЯНИЯ ПРИ РЕШЕНИИ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ СИЛЬНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

Буров В. А., Сасковец А. В.

При восстановлении характеристик достаточно сильных неоднородностей, когда рассеянное поле внутри некоторой, пусть даже малой, области неоднородности превышает зондирующее поле, неприменимы не только приближения Борна и Рытова, но и многие алгоритмы, учитывающие перерассеяние [1, 2]. Предложенный ранее метод последовательных приближений [3], использующий поэтапное «включение» рассеивателя с переопределением в процессе решения функций Грина задачи, позволяет восстановить сильные неоднородности. Его практическое применение, однако, затруднено в связи с нобходимостью переопределять функции Грина, для чего при решении задачи приходится многократно обращать матрицы общего вида большой размерности. Частично этого недостатка лишен метод двух шаговых итераций, основанный на решении системы уравнений

$$\begin{gathered} Q\varepsilon(V_0+RT)=u, \\ T-\varepsilon RT=\varepsilon V_0; \end{gathered} \qquad (1)$$

здесь ε – функция, описывающая неоднородность, V_0 – падающее зондирующее поле, u – рассеянное поле, Q и R – соответственно операторы распространения на области неоднородности в область приема и внутри области неоднородности (ядром этих