

11. Minnaert M. On muscial air bubbles and the sounds of running water // Phyl. Mag. 1933 V. 16. P. 235.
12. Ламб Г. Гидродинамика. М.—Л.: Гостехиздат. 1947. С. 591.
13. Маргулис М. А. Основы звукохимии. М.: Высшая школа, 1984.
14. Рой Н. А. Возникновение и протекание ультразвуковой кавитации // Акуст. журн. 1957. Т. 3. № 1. С. 3—18.
15. Журавлев А. И., Аюпян В. Б. Ультразвуковое свечение. М.: Наука. 1977. С. 54.

Институт прикладной физики  
Академии наук СССР

Поступило в редакцию  
24.XI.1986

УДК 534.222

## ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ СПЕКТРОВ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ В ЗАДАЧАХ ДИАГНОСТИКИ ИНТЕНСИВНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ШУМОВ

Гурбатов С. И., Малахов А. Н., Прохатов-Рубцов И. В.

Известно, что при распространении интенсивного акустического шума в нелинейной среде искажаются все статистические характеристики волны — вероятностное распределение поля, высшие моменты, кумулянты и энергетический спектр. Для описания процессов нелинейного переноса энергии по частотному диапазону наиболее информативной характеристикой волны является ее спектр.

Самовоздействие плоского интенсивного стационарного шума  $P(x, t)$  в нелинейной среде без дисперсии описывается на основе уравнения Бюргерса [1], из которого могут быть получены аналоги уравнения Кармана-Ховарта [2] для ковариационной функции шумовой волны  $B(x, \tau)$  и ее энергетического спектра  $S(\omega, x)$ :

$$\frac{\partial B(x, \tau)}{\partial x} + \frac{\beta}{2} \frac{\partial}{\partial \tau} [\kappa_3(0, 0, \tau; x) - \kappa_3(0, \tau, \tau; x)] = 2\mu \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} B(x, \tau), \quad (1)$$

$$\frac{\partial S(\omega, x)}{\partial x} = \frac{i\beta\omega}{2} (G_{2,1}(\omega, x) - G_{1,2}(\omega, x)) - 2\mu\omega^2 S(\omega, x), \quad (2)$$

где  $\beta$  и  $\mu$  — коэффициенты нелинейности и диссипации среды,  $x$  — расстояние от входа в среду,  $\kappa_3(0, 0, \tau; x)$  и  $\kappa_3(0, \tau, \tau; x)$  — третьи кумулянтные функции процесса  $P(x, t)$  ( $\kappa_3(0, 0, \tau; x) = \langle P(x, t), P(x, t), P(x, t+\tau) \rangle$ ,  $\kappa_3(0, \tau, \tau; x) = \langle P(x, t), P(x, t+\tau), P(x, t+\tau) \rangle$ ,  $\langle P(x, t) \rangle = 0$ ), а  $G_{2,1}(\omega, x)$  и  $G_{1,2}(\omega, x)$  — высшие спектральные функции третьего порядка, связанные с кумулянтными функциями фурье-преобразованием [3]:

$$G_{1,2}(\omega, x) = \left( \frac{1}{2\pi} \right) \int_{-\infty}^{+\infty} \kappa_3(0, \tau, \tau; x) \exp(i\omega\tau) d\tau, \quad (3)$$

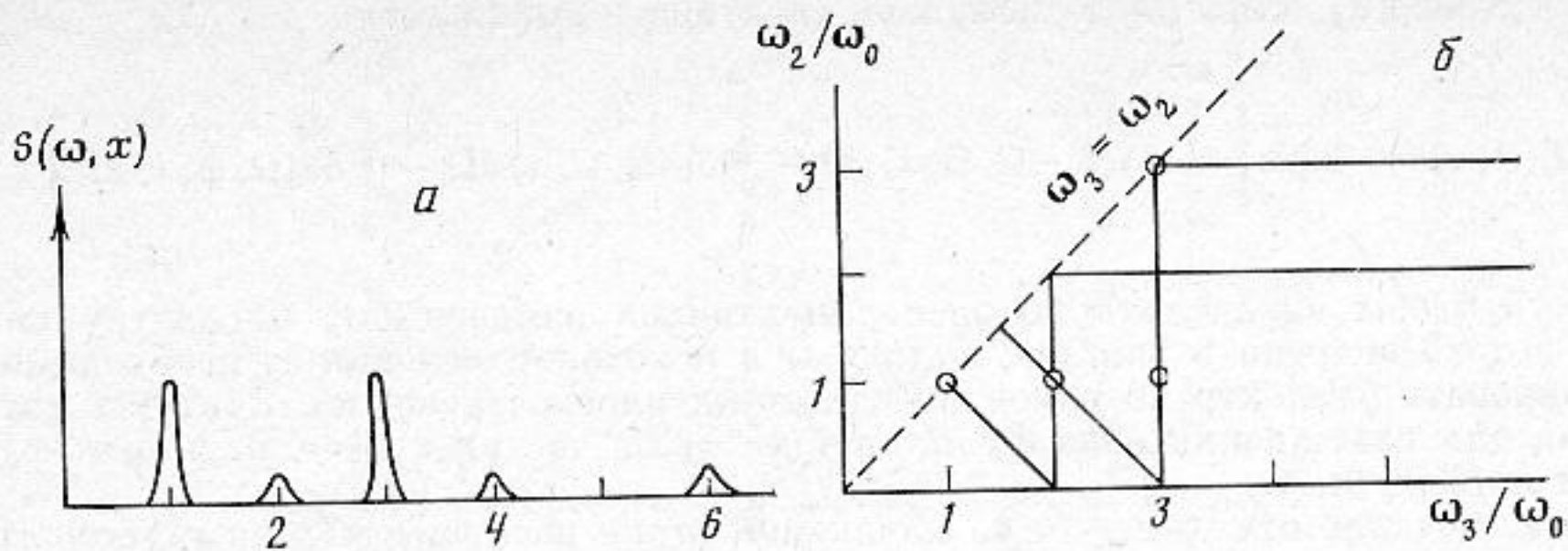
$$G_{2,1}(\omega, x) = \left( \frac{1}{2\pi} \right) \int_{-\infty}^{+\infty} \kappa_3(0, 0, \tau; x) \exp(i\omega\tau) d\tau. \quad (4)$$

В силу нелинейности исходного уравнения Бюргерса уравнения (1), (2) оказываются незамкнутыми: уравнение (1) содержит третьи кумулянтные функции, а в уравнение (2) входят высшие спектральные функции. Таким образом, для определения спектра шума требуется информация о поведении высших спектров. Отметим, что выражение для спектра можно получить и без привлечения высших спектров на основе точного решения уравнения Бюргерса [1, 4]. Однако такой подход не позволяет проследить за предысторией образования новых спектральных компонент, что удается сделать, рассматривая эволюцию биспектра.

Покажем это на примере взаимодействия двух гауссовых квазимонохроматических волн с частотами  $\omega_0$  и  $3\omega_0$  и одинаковыми дисперсиями  $\sigma^2$ . Ограничимся рассмотрением начального этапа распространения, когда разрывы в шумовой волне еще не образовались и затуханием можно пренебречь. Выражение для спектра в приближении однократного взаимодействия гармоник имеет вид [1]

$$S(\omega, x) = S_0(\omega) + \frac{\beta^2 \omega^2 x^2}{2} (S_0(\omega) \otimes S_0(\omega) - 2\sigma^2 S_0(\omega)), \quad (5)$$

где  $S_0(\omega)$  — спектр на входе в среду,  $\otimes$  — знак операции свертки. Качественный вид спектра для нашего примера приведен на фигуре, а. Как видно из (5) и фигуры,



при самовоздействии происходит генерация новых спектральных комплексов вблизи частот  $2\omega_0$ ,  $4\omega_0$ ,  $6\omega_0$ , причем если картина рождения новых гармоник вблизи  $4\omega_0$  и  $6\omega_0$  ясна (спектр на  $6\omega_0$  — результат самовоздействия квазимонохроматы на  $3\omega_0$ , а на  $4\omega_0$  — результат перекрестного взаимодействия волн с частотами  $\omega_0$  и  $3\omega_0$ ), то в спектр на частоте  $2\omega_0$  вносят вклад как самовоздействие исходной волны на частоте  $\omega_0$ , так и перекрестное взаимодействие волн с частотами  $\omega_0$  и  $3\omega_0$ , причем разделить вклад от различных видов взаимодействий по экспериментально измеренному спектру не представляется возможным.

Данную задачу можно решить при использовании высших спектров. По определению биспектр  $S(\omega_2, \omega_3)$  стационарного случайного процесса  $P(t)$  связан с третьей кумулянтной функцией Фурье-преобразованием

$$S(\omega_2, \omega_3) = \left( \frac{1}{4\pi^2} \right) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \kappa_3(0, \tau_2, \tau_3) \exp[i(\omega_2\tau_2 + \omega_3\tau_3)] d\tau_2 d\tau_3, \quad (6)$$

а с высшими спектрами  $G_{2,1}(\omega)$ ,  $G_{1,2}(\omega)$  — соотношениями

$$G_{1,2}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega, \Omega) d\Omega, \quad G_{2,1}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega - \Omega, \Omega) d\Omega. \quad (7)$$

Эволюция биспектров стационарных шумовых волн в нелинейной среде без дисперсии проанализирована в [5], где показано, что в случае однократного взаимодействия биспектр шумовой волны с гауссовой статистикой можно представить в виде

$$S(\omega_2, \omega_3, x) = i\beta x [(\omega_2 + \omega_3)S_0(\omega_2)S_0(\omega_3) - \omega_2 S_0(\omega_3)S_0(\omega_2 + \omega_3) - \omega_3 S_0(\omega_2)S_0(\omega_2 + \omega_3)]. \quad (8)$$

Как следует из (8), на входе в среду биспектр равен нулю, так как равны нулю все высшие кумулянты гауссового процесса. По мере распространения нелинейной волны происходит искажение ее вероятностных распределений и, как следствие, появление биспектра.

На фигуре, б приведен срез мнимой части биспектральной плотности для нашего примера. Использование свойств симметрии биспектров стационарных процессов позволяет изображать биспектр в одном октанте плоскости частот  $\omega_2, \omega_3$  [3]. Из фигуры, б видно, что нелинейность среды приводит к появлению биспектральных комплексов на центральных частотах  $(\omega_0, \omega_0)$ ,  $(\omega_0, 2\omega_0)$ ,  $(\omega_0, 3\omega_0)$ ,  $(3\omega_0, 3\omega_0)$ . Появление биспектра на частотах  $\omega_2, \omega_3$  свидетельствует о фазовой когерентности тройки волн с частотами  $\omega_2, \omega_3, \omega_2 + \omega_3$ , что является следствием их нелинейного взаимодействия. Так, биспектральные комплексы  $(\omega_0, \omega_0)$ ,  $(3\omega_0, 3\omega_0)$  образуются за счет самовоздействия исходных монохромат, а комплексы  $(\omega_0, 2\omega_0)$  и  $(\omega_0, 3\omega_0)$  — за счет перекрестного взаимодействия гармоник, причем первый описывает рождение новых компонент с понижением частоты, т. е. перекачку энергии в частоту  $\omega = 2\omega_0$ . Таким образом, в отличие от обычной спектральной обработки использование биспектров позволяет разнести вклады различных видов взаимодействий в генерацию волны на частоте  $2\omega_0$  на плоскости частот, что приводит к возможности их идентификации.

Использование высших спектров дает возможность ввести функцию  $T(\omega, x)$ , отвечающую за перекачку энергии по спектру [5]

$$T(\omega, x) = \frac{i\beta\omega}{2} (G_{2,1}(\omega, x) - G_{1,2}(\omega, x)). \quad (9)$$

Положительность  $T(\omega, x)$  свидетельствует о подкачке энергии в частоту  $\omega$ , отрицательность — об утечке энергии из частоты  $\omega$ . Используя свойства симметрии выс-

ших спектров [3], для  $T(\omega, x)$  получаем следующее выражение:

$$T(\omega, x) = -2i\beta\omega \left[ \int_0^{\omega/2} S_2(\omega - \Omega, \Omega, x) d\Omega - \int_0^{\omega} S_2(\omega, \Omega, x) d\Omega - \int_{\omega}^{\infty} S_2(\Omega, \omega, x) d\Omega \right]. \quad (10)$$

Для того чтобы определить по экспериментально измеренному биспектру направление потока энергии в данную частоту  $\omega$  в некотором сечении  $x$ , необходимо проинтегрировать биспектр по одной из частот на плоскости  $\omega_2, \omega_3$ . Контуры интегрирования для нахождения вида функции  $T(\omega, x)$  на частотах  $\omega_3 = 2\omega_0$  и  $\omega_3 = 3\omega_0$  приведены на фигуре, б.

В заключение отметим, что на начальном этапе распространения гауссового шумового сигнала при использовании биспектров возможно решение обратной задачи — восстановление входного спектра по измеренным спектру и биспектру на выходе среды. Так, из (5), (9) следует, что начальный спектр шумового сигнала  $S_0(\omega)$  следующим образом выражается через спектр  $S(\omega, x)$  и функцию  $T(\omega, x)$ :

$$S_0(\omega) = S(\omega, x) - xT(\omega, x)/2. \quad (11)$$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Руденко О. В., Солуян С. И. Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975.
2. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. Ч. II. М.: Наука, 1967.
3. Малахов А. Н. Кумулянтный анализ случайных негауссовых процессов и их преобразований. М.: Сов. радио, 1978.
4. Гурбатов С. Н., Саичев А. И., Якушкин И. Г. Нелинейные волны и одномерная турбулентность в средах без дисперсии // УФН. 1983. Т. 141. № 2. С. 221–255.
5. Гурбатов С. Н., Малахов А. Н., Прончатов-Рубцов Н. В. Эволюция биспектров случайных волн в нелинейных средах // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 29. № 6. С. 691–697.

Горьковский государственный  
университет  
им. Н. И. Лобачевского

Поступило в редакцию  
2.IX.1986

УДК 534.83

### ОБ АКТИВНОМ ГАШЕНИИ ПОЛЯ ДИФРАКЦИИ НА ЩЕЛИ В ЭКРАНЕ

Иванов В. И.

В работе [1] решена задача об активном гашении поля дифракции плоской волны на отверстии в экране достаточно далеко от экрана. Представляет практический интерес задача гашения на конечном расстоянии от отверстия в экране. Сформулируем эту задачу. По результатам измерения полного поля, удовлетворяющего уравнению  $(\Delta + k^2)U = 4if(x, y)$ , где  $f(x, y)$  — плотность объемной скорости сторонних источников, краевым условиям  $\partial U / \partial n|_{L_{jn}} = f_{jn}$ ,  $f_{1n} = f_{2n} = 0$ ,  $j = 1, 2, 3$ ,  $n = 1, \dots, N_j$ ;  $\partial U / \partial y|_{y=0} = 0$  для  $|x| \geq h$  и условию погашаемости Малюжинца на бесконечности, требуется найти число приемников  $N_j$ , число излучателей  $N_3$  и функции  $f_{3n}$  такие, чтобы для поля  $U$  вне окружности радиуса  $R_1$  при  $y > 0$  выполнялось соотношение  $\sup |U(x, y)| \leq \epsilon$ , т. е. нужно выбрать подходящее число приемников, чтобы с необходимой точностью измерить распределение звукового поля, а затем выбрать число, амплитуды и фазы вспомогательных излучателей, чтобы суммарное поле за щелью в экране было мало. Геометрия задачи представлена на фигуре. Будем искать поле  $U$  в виде

$$U = \sum_{j=1}^3 \sum_{n=1}^{N_j} \int_{L_{jn}} \mu_{jn} G(kR_{jn}) + \int_F f G(kR_F) - \int_{-h}^h \mu H_0^{(1)} [k(y^2 + (x - \xi)^2)^{1/2}] d\xi, \quad y < 0,$$

$$U = \int_{-h}^h \mu H_0^{(1)} [k(y^2 + (x - \xi)^2)^{1/2}] d\xi, \quad y > 0; \quad G(kR) = H_0^{(1)}(kR) + H_0^{(1)}(kR^*),$$

где  $H_0^{(1)}$  — функция Ханкеля,  $\mu_{jn}$  — неизвестные плотности объемной скорости,  $R$  и  $R^*$  — расстояния от точки наблюдения до точек интегрирования и их зеркального отражения относительно оси  $x$ .

Расположение приемников на двух окружностях радиуса  $R_1$  и  $R_2$  позволяет разделить суммарное поле на поле, распространяющееся к отверстию в экране с ампли-