

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 539.3

ВОЛНОВОДНЫЕ СВОЙСТВА ДВУХСЛОЙНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

Байбуртян В. А.

Исследование колебаний двухслойных оболочек представляет интерес в связи с использованием вибропоглощающих покрытий для снижения уровня вибрации конструкций. Разработано множество видов таких покрытий. Авторы [1], исследуя влияние армировки на эффективность покрытия, показали, что существуют диапазоны частот, где наиболее эффективным является однородное покрытие. Проведение расчетов в рамках прикладных теорий оболочек требует определенного выбора гипотезы о поведении конструкции в поперечном направлении. Вопросы применимости прикладных теорий и волноводные свойства однородных цилиндрических оболочек изучены достаточно подробно, сошлемся на монографии [2, 3] и приведенную в них библиографию. Большое количество работ посвящено построению и оценке области применимости прикладных теорий для поперечно-неоднородных тонкостенных конструкций — в основном для трехслойных и конструкций регулярного строения. В [4] даются общие рекомендации по использованию тех или иных гипотез, приводятся методы построения соответствующих прикладных теорий. В общем случае поперечной неоднородности априорный выбор подходящей гипотезы далеко не очевиден [5], что обусловлено большим количеством параметров задачи и широким диапазоном их варьирования.

Характер деформирования двухслойной оболочки даже в статическом случае оказывается достаточно сложным [6, 7].

Существенную роль тут играют характер приложенной нагрузки и соотношение упругих модулей в слоях. В динамике приобретают значение и скорости распространения упругих волн в каждом из слоев [8]. Из возможных вариантов получения уточненных уравнений двухслойных оболочек в дополнение к [4] отметим [9], где рассмотрены модели оболочек с учетом сдвига и инерции вращения. В [10] получены условия на упругие модули оболочки, при которых можно считать сдвиг одинаковым для обоих слоев.

Очевидно, достаточно обоснованный выбор подходящей гипотезы может быть сделан только на основе анализа трехмерных уравнений теории упругости.

Рассмотрим осесимметричные колебания бесконечной двухслойной круговой цилиндрической оболочки. На внутренней и внешней лицевых поверхностях заданы условия отсутствия напряжения:  $r=R_1, R_2: \sigma_{rr}=\sigma_{rz}=0$ . Решение ищется в классе бегущих волн:

$$\chi(r, z) = \chi(r) e^{-i(\omega t - \gamma z)}, \quad \chi = \{u_r, u_z\}. \tag{1}$$

Здесь  $u_r, u_z$  — радиальная и осевая компоненты смещения,  $\omega$  — круговая частота,  $\gamma$  — волновое число. Внутренний радиус оболочки обозначим  $R_1$ , внешний  $R_2$ , радиус слоя  $R_0$ . Задача решается численно методом ортогональной прогонки по толщине оболочки [11, 12].

Вводится искомый вектор  $y = (\sigma_{rr}, \sigma_{rz}, u_r, u_z)^T$ .

Отметим, что компоненты вектора по толщине меняются непрерывно. Задача записывается в эквивалентном виде

$$\frac{d}{dr} y = Ay, \quad Cy(R_1) = Cy(R_2) = 0, \tag{2}$$

$$C = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Здесь  $A(\Omega, \tilde{\gamma})$  — матрица, коэффициенты которой зависят от упругих модулей слоев



и безразмерных частотного и волнового параметров:

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{1}{r} - i\tilde{\gamma} \frac{2\mu}{(1-\nu)r^2} + \rho\Omega^2 & i\tilde{\gamma} \frac{2\mu\nu}{1-\nu} \frac{1}{r} \\ -i\tilde{\gamma} \frac{1}{1-\nu} - \frac{1}{r} - i\tilde{\gamma} \frac{2\mu\nu}{1-\nu} \frac{1}{r^2} & \tilde{\gamma}^2 \frac{2\mu}{1-\nu} + \rho\Omega^2 \\ \frac{1}{2\mu} \frac{1-2\nu}{1-\nu} & 0 & -\frac{\nu}{1-\nu} \frac{1}{r} & -i\tilde{\gamma} \frac{1-\nu}{\nu} \\ 0 & \frac{1}{\mu} & -i\tilde{\gamma} & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\Omega = \frac{R_0\omega}{c_1}, \quad \tilde{\gamma} = R_0\gamma, \quad \nu = \nu(r), \quad \mu = \mu(r), \quad \rho = \rho(r),$$

где  $c_1$  — характерная скорость волн сдвига.

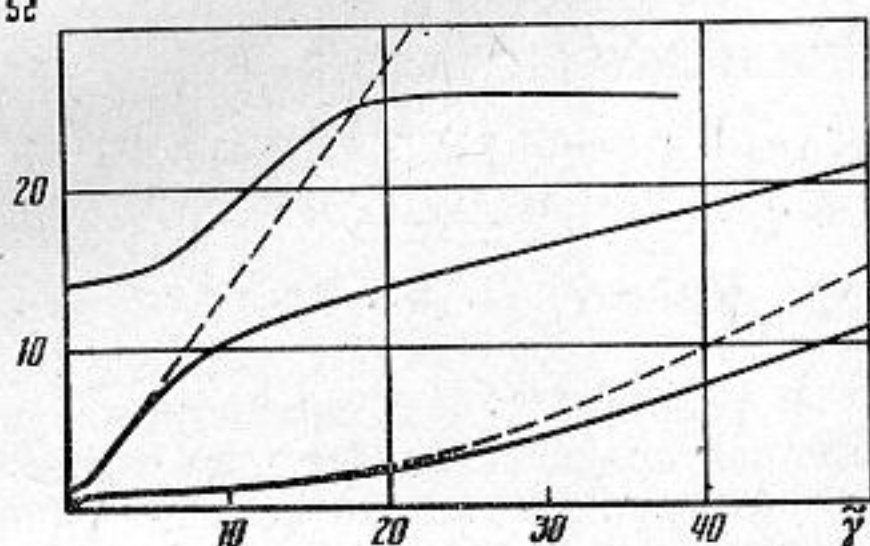
В результате решения однородной задачи (2) получаем дисперсионные зависимости  $\Omega = \Omega(\tilde{\gamma})$  и соответствующие распределения форм колебаний оболочки по толщине.

В качестве примера рассмотрена цилиндрическая оболочка, у которой  $R_0=1$ ,  $R_0-R_1=0,01$ ,  $R_2-R_0=0,03$ ,  $\nu_1=\nu_2=0,3$ ,  $\mu_2/\mu_1=p=0,01$ , где  $\nu_j$  — коэффициент Пуассона,  $\mu_1, \mu_2$  — модули сдвига внутреннего и внешнего слоев. Внутренний слой назовем жестким, внешний — мягким. Отношение плотностей слоев равно  $\rho_* = \rho_2/\rho_1 = 0,2$ . На фиг. 1 приводятся дисперсионные зависимости для распространяющихся мод.

Штриховые линии соответствуют значениям, полученным на основе гипотезы единой нормали. Анализ дисперсионных зависимостей и форм колебаний и сравнение их с аналогичными характеристиками, определенными по гипотезе единой нормали,  $\bar{\epsilon}$  позволяет сделать следующие выводы.

Начиная с  $\Omega=1,36$  в волноводе распространяются две волны. На каждой из ветвей колебания изгибно-продольные, между формами двух ветвей существует взаимодействие.

Гипотеза единой нормали (ЕН) дает удовлетворительные результаты (до 10% точности) по частотам, напряжениям и перемещениям для  $\Omega \leq 3$ . При этом только на второй моде погрешность по напряжениям и смещениям не превышает 10% до  $\Omega \sim 5$ , а по частотам до  $\Omega \sim 8$ , однако первая мода на этих



частотах дает уже 30% — погрешность. Более того, при  $\tilde{\gamma} > 25$  распределение смещения по толщине мягкого слоя на первой моде имеет заметно нелинейный характер, а изменение  $u_r$  по толщине достигает 10%. В области, где работает гипотеза единой нормали (область ЕН), напряжения  $\sigma_{\varphi\varphi}, \sigma_{zz}$  в мягком слое имеют порядок  $p$  по сравнению с соответствующими напряжениями жесткого слоя. С другой стороны, в мягком слое  $\sigma_{rr}^{(2)} / \sigma_{\varphi\varphi}^{(2)} = 0(1)$  и обычные предположения теории оболочек о порядке напряжений не выполняются.

В области ЕН потенциальная энергия деформации мягкого слоя асимптотически мала (порядка  $p$ ) по сравнению с энергией жесткого слоя. В силу вышесказанного в области ЕН можно пренебречь жесткостью мягкого слоя, учитывая только его массу. Это упрощение не приводит к заметным ошибкам (доли процента) при определении дисперсионных зависимостей и напряжений, в том числе

и в мягком слое. С ростом частоты ( $\Omega > 3$ ) растут напряжения  $\sigma_{rz}^{(2)}, \sigma_{rr}^{(2)}$  в мягком слое и соответствующие деформации, в силу чего вклад членов  $\sigma_{rz}^{(2)} \epsilon_{rz}^{(2)}, \sigma_{rr}^{(2)} \epsilon_{rr}^{(2)}$

в потенциальную энергию может стать сравнимым с вкладом жесткого слоя.

Аналогичные расчеты проведены для оболочки с  $p=10^{-4}$ ,  $\rho_*=0,128$ .

Область ЕН в этом случае ограничена  $\Omega \sim 1,4$ . Гипотеза ЕН хорошо описывает начало второй моды колебаний (частота записания  $\Omega=1,39$ ) до значений  $\Omega=1,5$ . Однако при неплохом совпадении по частотам и напряжениям на лицевых поверхностях оболочки гипотеза единой нормали дает совершенно неправильные значения напряжений в мягком слое вблизи границы раздела при  $\Omega > 0,5$ .

В итоге можно сформулировать следующие выводы: для двухслойных оболочек с отношением модулей слоев  $p \leq 10^{-2}$  в области ЕН допустимо пренебрегать жесткостью мягкого слоя, учитывая только его массу; с ростом частоты мембранные напряжения в мягком слое продолжают оставаться асимптотически малыми, а приобретают значение трансверсальные и сдвиговые компоненты напряжений мягкого слоя.



## ЛИТЕРАТУРА

1. *Авилова Г. М., Рыбак С. А.* Влияние армировки на поглощение изгибных волн в трехслойной цилиндрической оболочке // *Акуст. журн.* 1984. Т. 30. № 5.
2. *Гринченко В. Г., Мелешко В. В.* Гармонические колебания и волны в упругих телах. Киев: Наукова думка. 1981.
3. *Гонткевич В. С.* Собственные колебания пластинок и оболочек. Киев: Наукова думка. 1964.
4. *Болотин В. В., Новичков Ю. Н.* Механика многослойных конструкций. М.: Машиностроение. 1980.
5. *Новичков Ю. Н.* О различных моделях описания деформирования многослойных конструкций // *Тр. Моск. энерг. ин-та.* 1980. № 459.
6. *Панкратова Н. Д.* К исследованию напряженного состояния двухслойных цилиндрических оболочек // *Прикл. механика.* 1979. Т. 15. № 4.
7. *Байбуртян В. А.* О некоторых особенностях напряженно-деформированного состояния двухслойных пластин и оболочек, вытекающих из анализа трехмерных уравнений теории упругости // *Докл. II Всесоюз. конф. по теории упругости.* Тбилиси. 1984.
8. *Новичков Ю. Н.* Распространение волн в слоистых цилиндрических оболочках // *Изв. АН СССР. МТТ.* 1973. № 2.
9. *Вольмир А. С.* Нелинейная динамика пластинок и оболочек. М.: Наука. 1972.
10. *Али-Заде А. Н.* Об уточнении геометрической гипотезы Кирхгофа – Лява при расчете двухслойных оболочек // *Изв. АН АзССР. Сер. физ.-тех. и мат. наук.* 1983. Т. 4. № 6.
11. *Мяченков В. И., Григорьев И. В.* Расчет составных оболочечных конструкций на ЭВМ. М.: Машиностроение. 1981.
12. *Майборода В. П., Трояновский И. Е.* Собственные колебания неоднородных вязкоупругих тел // *Изв. АН СССР. МТТ.* 1983. № 2.

Ростовский государственный  
университет

Поступило в редакцию  
26.III.1986

УДК 534.29:681.723:621.318

### ВИЗУАЛИЗАЦИЯ АКУСТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ МАГНИТОРЕОЛОГИЧЕСКОЙ ГЕТЕРОГЕННОЙ СРЕДОЙ

*Коледов В. В., Кулаков М. А., Лезин М. И., Моносов Я. А.,  
Морозов А. И., Шахунз В. А.*

В работе [1] для записи изображения предложена магнитореологическая гетерогенная среда (ГС). Она представляет собой композицию двух веществ: оптически прозрачного связующего и непрозрачных частиц наполнителя. Связующее обладает способностью к агрегатному переходу, а частицы наполнителя — к взаимодействию с внешним магнитным полем. Частицы наполнителя располагаются хаотически в приповерхностном слое связующего и определяют его оптическую плотность. В [2] была показана возможность записи на носитель на основе ГС полутоновых изображений электромагнитного излучения в оптическом и ИК-диапазоне длин волн. Запись происходит следующим образом. Магнитные частицы поглощают информационный поток излучения, нагреваются сами и нагревают связующее до температуры агрегатного перехода. Получая возможность свободно двигаться в жидкой фазе, они под действием магнитного поля выстраиваются в цепочки, что уменьшает результирующую площадь их проекции на плоскость подложки и приводит к увеличению оптической прозрачности слоя ГС. После застывания связующего полученное изменение прозрачности ГС может сохраняться неограниченное время.

Работа посвящена исследованию возможности визуализации акустического излучения с помощью носителя на основе ГС. В качестве источника излучения был использован сканирующий акустический микроскоп (САМ) [3] с линзовым акустическим элементом (ЛАЭ) из кремния [4]. Для экспериментов изготавливались носители, в которых в качестве связующего использовался слой воска толщиной 10–20 мкм с температурой агрегатного перехода 45°С, а наполнителя — порошок магнетита со средним размером частиц ~1 мкм. Подложки из лавсана имели толщину 5 мкм. Исходная оптическая прозрачность носителей составляла 0,01–0,1.

Носитель помещали в держатель САМ параллельно фокальной плоскости ЛАЭ (фиг. 1). Настройку на фокус производили в режиме отражения по максимальному выходному сигналу. Носитель экспонировали одиночными акустическими импульсами на частоте 240 МГц со стороны подложки. Экспозицию варьировали изменением длительности импульса  $\tau_n$  от 0,2 до 5 мс при подводимой к преобразователю электрической мощности  $P=400$  мВт либо изменением мощности при фиксированной длительности импульса 5 мс.

На фиг. 2 приведены типичные серии изображений, полученные на носителе, помещенном в фокальную плоскость акустической линзы при различной экспозиции со стороны подложки. Каждая строка соответствует одному значению экспозиции. Из фигуры видно, что при малых экспозициях элементы записи представляют собой светлые пятна округлой формы. С увеличением экспозиции их размер увеличивается и, начиная с ее некоторого значения, видимая структура пятен изменяется.