АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXIII 1987 Вып. 3

УДК 621.371.134:519.25

ПОЛЕ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА В ОКЕАНИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ В ПРИСУТСТВИИ ВНУТРЕННИХ ВОЛН

Моисеев А. А.

В работе приводятся результаты численного исследования поля точечного монохроматического источника звука в подводном звуковом канале в присутствии внутренних волн.

Вопрос о влиянии внутренних волн на распространение звука в океане исследуется весьма давно как теоретически, так и экспериментально [1—6]. В настоящее время можно считать хорошо изученным воздействие этих волн на отдельные структурные компоненты полного звукового поля в волноводе. А именно исследованы статистические свойства амплитудных и фазовых флуктуаций звуковых сигналов, приходящих в точку приема по отдельным лучам [1—3], влияние внутренних волн на распределение энергии поля по модам подводного волновода, на лучевую структуру звукового поля [4—6].

В то же время экспериментально, как правило, определяются характеристики суммарного звукового поля в среде, а не отдельных его компонент. Поэтому представляется интересным произвести расчет полного поля точечного источника звука в океаническом волноводе, возмущенном внутренними волнами, в частности проследить влияние этих волн на интерференционную структуру поля.

Проведение такого рода расчета и явилось целью данной работы. В ней приводятся результаты вычислений средней интенсивности и других характеристик поля точечного монохроматического источника звука в океане в присутствии внутренних волн. Примененный метод расчета теоретически обосновывается в работах [7, 8]. Не повторяя здесь содержания указанных работ, отметим, что этот метод позволяет найти функцию когерентности волнового поля, учитывая интерференционные эффекты, межмодовое взаимодействие и горизонтальную рефракцию звука в поле внутренних волн.

В качестве модели среды был взят океан с постоянной глубиной $h=3{,}6$ км и каноническим профилем скорости звука У. Манка [1]: $c(z)=c_a(1+\varepsilon_M(\exp(-u)+u-1))$, где z — вертикальная координата, отсчитываемая от поверхности к дну океана, $z_a=1000$ м — положение оси звукового канала, $c_a=c(z_a)=1493$ м/с, $u=2(z-z_a)/B_M$, $\varepsilon_M=5{,}7\cdot10^{-3}$, $B_M=1000$ м. Скорость звука во всем полупространстве $z>h$ предполагалась постоянной и равной 1529 м/с, а отношение плотностей воды и дна считалось для простоты равным единице.

Статистические свойства поля внутренних волн описывались моделью Гаррета — Манка в модификации, предложенной в работах [9, 10] и полагались постоянными вдоль трассы распространения.

Для учета рассеяния звука на неоднородностях показателя преломления среды, обусловленных внутренними волнами, необходимо прежде всего вычислить элементы матрицы межмодового взаимодействия [7]. Эта матрица определяет процессы трансформации полей отдельных мод в единичном акте рассеяния. Общее выражение для соответствующих матричных элементов $V_{\mathbf{nm}}=V_{n_1n_2m_1m_2}$ таково [7]:

$$V_{\mathbf{nm}}=a_{n_1m_1n_2m_2}(x)-0{,}5\delta_{\mathbf{nm}}\sum_{l=1}^{\infty}[a_{n_1\ln_1 l}(x)+a_{n_2\ln_2 l}(x)]; \quad \delta_{\mathbf{mn}}=\delta_{n_1m_1}\delta_{n_2m_2} \tag{1}$$

(горизонтальное разнесение точек приема положено равным нулю). Здесь x — координата вдоль горизонтальной оси, которая лежит в плоскости, содержащей источник и приемник, δ_{nm} — символ Кронеккера. Компоненты двумерных векторных индексов $\mathbf{n}=(n_1, n_2)$ и $\mathbf{m}(m_1, m_2)$ пробегают значения от 1 до N_0, где N_0 — число распространяющихся мод волновода, а индекс l может принимать также и значения, соответствующие модам непрерывного спектра. Величины $a_{\mathbf{nm}}$ равны

$$a_{\mathbf{nm}}=(16\xi_{n_1}\xi_{n_2}\xi_{m_1}\xi_{m_2})^{-1/2}\exp[ix(\xi_{n_2}-\xi_{n_1}-\xi_{m_2}+\xi_{m_1})]\times$$

$$\times\int_{-\infty}^{+\infty}dt\,b_{\mathbf{nm}}(x,t)\cos[0{,}5(\xi_{n_1}+\xi_{m_1}-\xi_{n_2}-\xi_{m_2})t]\delta_{n_1-n_2,m_1-m_2};\qquad i=\sqrt{-1},$$

ξ_n — горизонтальное волновое число n-й моды невозмущенного волновода. Стоящие под знаком интеграла функции $b_{\mathbf{nm}}$ равны $b_{\mathbf{nm}}(x, t)=\langle\varepsilon_{\mathbf{n}}\times\times(x-t/2, y)\varepsilon_{\mathbf{m}}(x+t/2, y)\rangle$, где $\varepsilon_{\mathbf{n}}=\varepsilon_{n_1n_2}(x, y)$ — матричный элемент случайной добавки к среднему профилю квадрата показателя преломления среды, обусловленной внутренними волнами, а угловые скобки означают статистическое усреднение; y — координата вдоль горизонтальной оси, перпендикулярной оси x. Матричный элемент $\varepsilon_{\mathbf{n}}$ следующим образом выражается через относительную флуктуацию скорости звука $\delta c/c$, вызванную внутренними волнами, и собственные функции $\varphi_n(z)$ невозмущенного акустического волновода: $\varepsilon_{\mathbf{n}}=k_0^2\int\varphi_{n_1}(z)\varphi_{n_2}(z)2\delta c(x, y, z)/c(z)dz$, где k_0 — волновое число на оси звукового канала.

Конкретное выражение для величин $a_{\mathbf{nm}}$ в рассматриваемой модели можно получить, используя ВКБ-приближение для собственных функций $\varphi_n(z)$ и предложенную в [9, 10] формулу для пространственно-временной спектральной плотности поля внутренних волн:

$$\Phi(z,\omega,\beta)=2\left(\frac{2}{\pi}\right)^2\left\langle\left(\frac{\delta c}{c}\right)^2\right\rangle f\frac{(\omega^2-f^2)^{1/2}}{\beta_*\omega^3}\frac{1}{1+(\beta/\beta_*)^2}.$$

Здесь β, ω — соответствующие глубине и времени спектральные параметры, f — инерционная частота, полагавшаяся равной 0,06 цикл/ч, β_* — характерное вертикальное волновое число внутренней волны на данном горизонте. Величина β_* равна $\beta_*=t_0\nu(z)$, где $t_0=3\cdot10^{-4}$ м$^{-1}$ (цикл/ч)$^{-1}$ — параметр, характеризующий поле внутренних волн, $\nu(z)$ — частота Вяйсяля. Профиль $\nu(z)$ дается выражением $\nu(z)=\nu_0\exp(-z/B_M)$, $\nu_0=3$ цикл/ч.

Опуская громоздкие промежуточные выкладки, приведем окончательный результат для $a_{\mathbf{nm}}$:

$$a_{\mathbf{nm}}=(k_0^4/8)(16\xi_{n_1}\xi_{n_2}\xi_{m_1}\xi_{m_2})^{-1/2}\exp[ix(\xi_{n_2}-\xi_{n_1}-\xi_{m_2}+\xi_{m_1})]\times$$

$$\times\int_{z_-}^{z_+}dZ\,A_{n_1}A_{n_2}A_{m_1}A_{m_2}\left[\cos(\Omega_{n_1}-\Omega_{n_2}+\Omega_{m_1}-\Omega_{m_2})F\left(z,\ \frac{\varkappa_{n_2}-\varkappa_{n_1}+\varkappa_{m_1}-\varkappa_{m_2}}{2}\right)+\right.$$

$$\left.+\cos(\Omega_{n_1}-\Omega_{n_2}-\Omega_{m_1}+\Omega_{m_2})F\left(z,\ \frac{\varkappa_{n_2}-\varkappa_{n_1}+\varkappa_{m_2}-\varkappa_{m_1}}{2}\right)\right]\delta_{n_1-n_2,m_1-m_2}. \qquad (2)$$

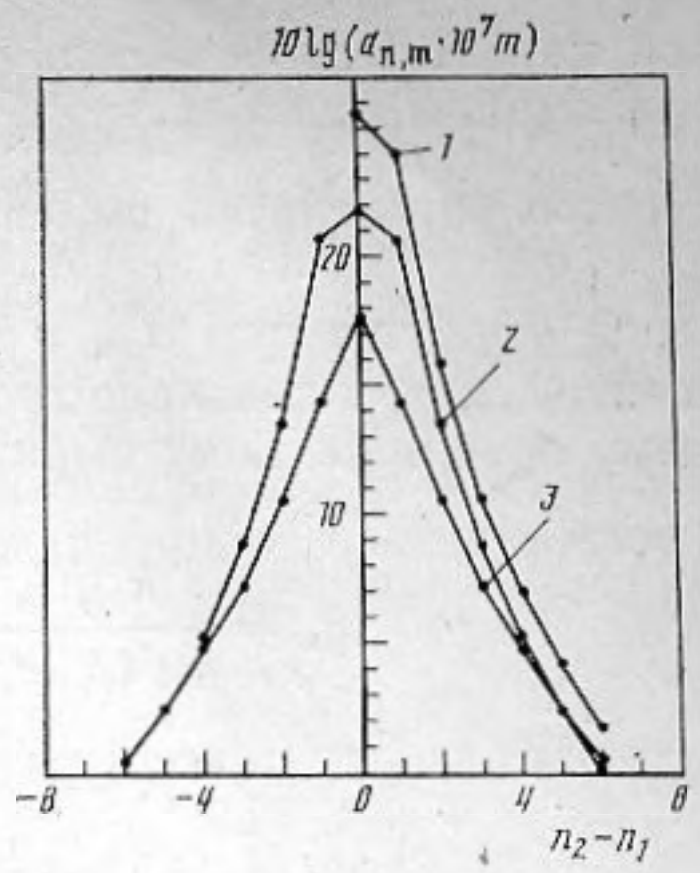
Здесь $A_n(z)$ — ВКБ-амплитуда, а $\Omega_n(z)$ — ВКБ-фаза собственной функции: $A_n=\varkappa_n^{-1/2}(z)\Big/\left[0{,}5\int_{z_{n-}}^{z_{n+}}\varkappa_n^{-1}(z')dz'\right]^{1/2}$ $\Omega_n(z)=\int_{z_{n-}}^{z}\varkappa_n(z')dz'$, где $\varkappa_n=(\xi_n^2-k^2(z))^{1/2}$ — вертикальное волновое число на данном горизонте. Интервал интегрирования (z_-, z_+) определяется как пересечение интервалов (z_{n-}, z_{n+}), $n=n_1, n_2, m_1, m_2$, где z_{n-}, z_{n+} — точки заворота n-й моды.

Функция F определяет локальный спектр вертикальных волновых чисел внутренних волн на данном горизонте z: $F(z, \varkappa)=(2/\pi)^2\langle(\delta c/c)^2\rangle\times\times(f/\beta_*)M\{|\varkappa|[1+(\varkappa/(2\pi\beta_*))^2]\}^{-1}$, где M дается выражениями: $M=2w/a_M^2$ при $a_M\neq0$, $M=\nu/f^2$ при $a_M=0$. Величины a_M, w определяются соотношениями $a_M=\nu(\xi_{n_1}+\xi_{m_1}-\xi_{n_2}-\xi_{m_2})/(2\varkappa)$, $w=(\nu^2-a_M^2-f^2)^{1/2}$. Профиль $\langle(\delta c/c)^2\times$

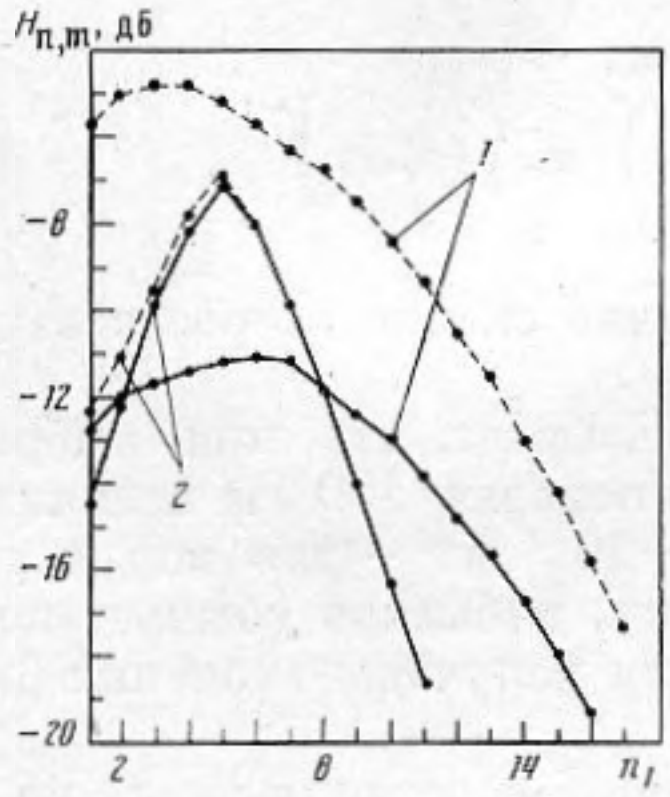
Фиг. 1. Результаты расчета коэффициентов a_{nm} по формуле (2) на частоте 100 Гц: $1 - m_1=1$, $2 - m_1=5$, $3 - m_1=30$

Фиг. 2. Зависимость $H_{n_1n_1m_1m_1}(x)$ от индекса n_1 при различных значениях m_1 и x. Сплошными и пунктирными линиями отмечены результаты, полученные соответственно в первом и втором приближениях упомянутого метода: $1 - x=$ 400 км, $2 - x=90$ км $m_1=5$

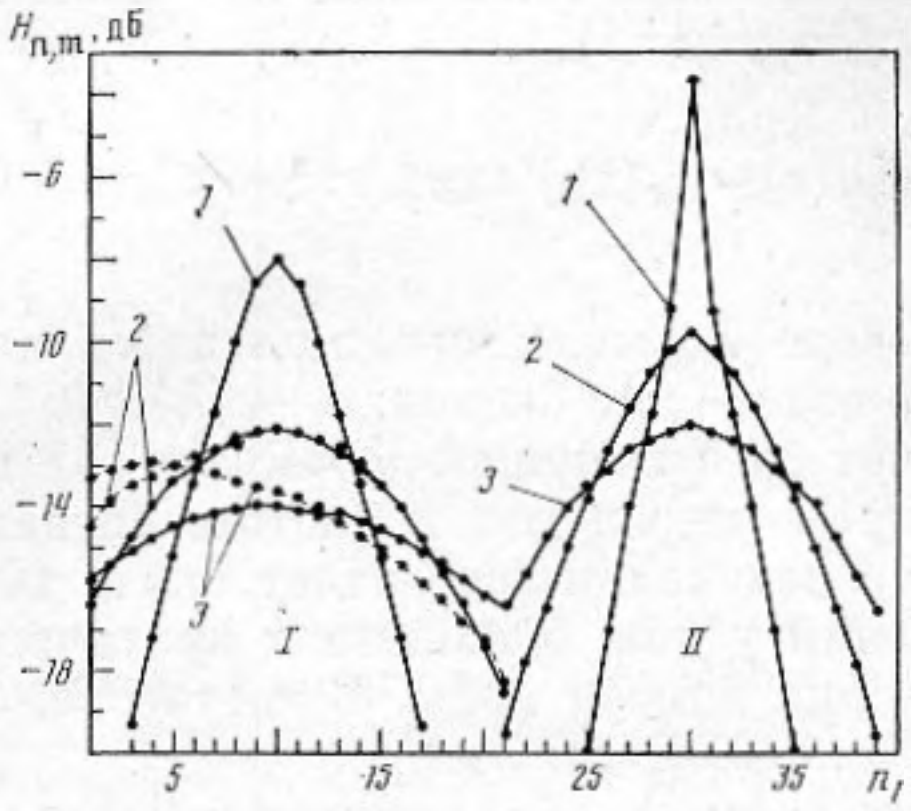
Фиг. 3. То же, что на фиг 2; $1 - x=90$ км, $2 - x=400$, $3 - x=900$ км, I $- m_1=10$, II $- m_1=30$



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

$\times(z)\rangle$ дается формулой $\langle(\delta c/c)^2(z)\rangle=\sigma_0\exp(-3z/B_M)$, $\sigma_0=5\cdot10^{-7}$. Конечность функции F при $\varkappa\to0$ обеспечивается заменой $F(z,\varkappa)\to F(z,\varkappa_{\min})$ при $|\varkappa|<\varkappa_{\min}$, где параметр $\varkappa_{\min}(z)$ определяется выражением

$$\varkappa_{\min}(z)=(\pi/B_M)\exp(-z/B_M).$$

При выводе формулы (2) предполагалось, что периоды осцилляций звуковых мод в вертикальном направлении малы по сравнению с масштабом B_M, определяющим изменение характеристик среды с глубиной, и потому под знаком интеграла в (2) были оставлены лишь наиболее медленно осциллирующие по z члены. Отметим, кроме того, что при совпадении индексов **n, m** интеграл будет расходиться в точках заворота. В этом случае надо обычным образом «подправить» ВКБ-асимптотику, переходя к аппроксимации с помощью функций Эйри.

На фиг. 1 представлены результаты расчета коэффициентов a_{nm} по формуле (2) на частоте 100 Гц. При этом в волноводе существовало 78 захваченных звуковым каналом мод. На графике приведены зависимости a_{nm} от разности индексов $n_2-n_1=m_2-m_1$ при фиксированных и равных друг другу индексах n_1, m_1, характеризующие убывание межмодового взаимодействия по мере роста разности номеров мод. Видно, что величины $|n_2-n_1|$, при которых взаимодействие существенно, во много раз меньше общего числа распространяющихся мод волновода. Кроме того ясно, что наиболее сильно взаимодействуют с внутренними волнами низшие моды, распространяющиеся под небольшими углами к оси подводного звукового канала. Этот факт можно, конечно, получить и из лучевых расчетов [1].

При вычислении матричных элементов V_{nm} по формуле (1) учитываются и эффекты перерассеяния энергии локализованных в звуковом канале мод в дно океана. Они описываются той частью суммы по l, в кото-

рой индекс l пробегает значения из непрерывного спектра. В частности, эффективный декремент затухания интенсивности n-й моды дискретного спектра определится выражением $\beta_n = \sum_{l>N_0} a_{nlnl}$. Используя приведенные выше формулы для a_{nm} и выполняя интегрирование по непрерывному спектру, путем довольно громоздких вычислений можно прийти к следующему приближенному выражению для β_n:

$$\beta_n = \frac{k_0^4 f C_n^2 \xi_{N_0}^2}{4\pi^2 t_0 \xi_n k_b q(h)} \int_{z_{n-}}^{z_{n+}} dz \frac{\langle (\delta c/c)^2 \rangle}{\varkappa_n(z) \varkappa_{N_0}^2(Z) \nu^3(z)} \times$$

$$\times \{[\nu^2 - f^2 - (\varkappa_{N_0}^2/\xi_{N_0}^2)\nu^2][\varkappa_n + q(z)]\}^{1/2} \times$$

$$\times \{(1-f_\beta)(\pi\beta_*)^{1/2} + f_\beta (2\pi\beta_*)^2/[8(q(z)-\varkappa_n(z))^{1/2}]\}. \quad (3)$$

Здесь введены величины: k_b — волновое число в дне, $q(z)=[k^2(z) - -k_b^2]^{1/2}$, $f_\beta=\mu/(\mu+1)$,

где $\mu=[q(z)-\varkappa_n(z)]^2(2\pi\beta_*)^{-2}$; $C_n^2 = \left[0{,}5 \int_{z_{n-}}^{z_{n+}} \varkappa_n^{-1}(z)\, dz\right]^{-1}$.

При выводе формулы предполагалось наличие скачка скорости звука на границе вода — дно океана: $c_b - c(h) > 0$.

Расчет β_n с помощью формулы (3) показывает, что при выбранных параметрах гидрологии и частоте сигнала порядка 100 гц величина декремента затухания составляет около $10^{-6} \div 10^{-7}$ м$^{-1}$ — для мод с углами скольжения у дна, близкими к критическому, и быстро убывает по мере уменьшения номера моды. В частности, были получены значения $\beta_{78}=4\times \times 10^{-7}$ м$^{-1}$, $\beta_{50}=2\times 10^{-8}$ м$^{-1}$.

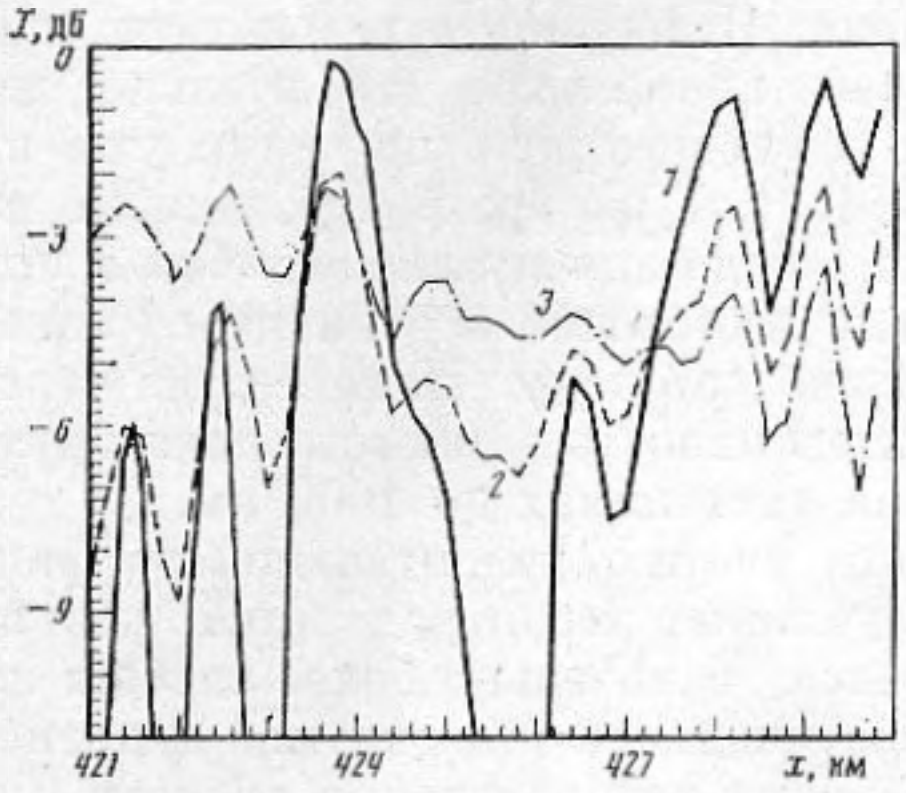
Рассмотрим, далее, влияние многократного рассеяния звука на модовую структуру поля. Эволюцию комплексных амплитуд мод с изменением расстояния от точки наблюдения до источника поля можно описывать с помощью матрицы $H_{nm}(x)$ [7], преобразующей взаимный коррелятор амплитуд мод с номерами m_1 и m_2 при $x=0$ в коррелятор амплитуд мод с номерами n_1 и n_2 при заданном x: $\langle c_{n_1}(x) c_{n_2}^*(x)\rangle = H_{nm}(x) \langle c_{m_1}(0) c_{m_2}^*(0)\rangle$; здесь c_n — комплексная амплитуда n-й моды. В частности, при $n_1-n_2= =m_1-m_2=0$ матрица H определяет распределение энергии поля по модам на расстоянии x от источника, если вначале существовала лишь одна мода с номером m_1. Например, в адиабатическом приближении, когда межмодовое взаимодействие полностью отсутствует, $H_{n_1 n_1 m_1 m_1}(x) = \delta_{n_1 m_1}$ — перекачки энергии из моды m_1 в другие моды не происходит.

Метод последовательных приближений, позволяющий вычислить матрицу H по имеющейся матрице взаимодействия V, рассмотрен в [7]. Результаты такого расчета представлены на фиг. 2—3. Здесь показана зависимость $H_{n_1 n_1 m_1 m_1}(x)$ от индекса n_1 при различных значениях m_1 и x. Хорошее совпадение кривых, полученных в первом и втором приближении метода, может служить критерием его применимости в конкретной ситуации.

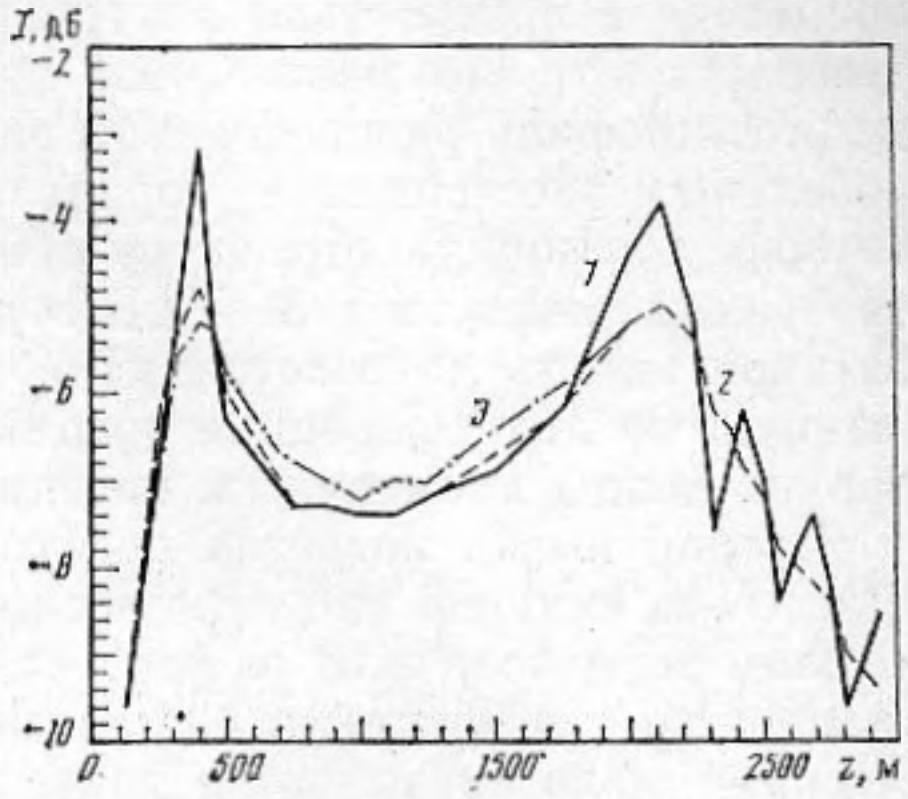
Как видно из анализа приведенных графиков, межмодовое взаимодействие сказывается весьма заметно уже на относительно небольших расстояниях — порядка 100 км, хотя и в различной степени для низких и высоких мод. Поправки второго приближения, как и следовало ожидать, малы для элементов H_{nm} с индексами m, лежащими далеко от краев спектра распространяющихся мод, и значительны, если какой-либо из индексов $m_{1,2}$ близок к граничным значениям 1 или N_0 [7]. Вклад этих краевых мод в суммарное поле определяется, грубо говоря, фактором $(N_i/N_0)^2$. где N_i — число эффективно взаимодействующих между собой мод (см. фиг. 1). При $N_i \ll N_0$, что и имеет место в рассматриваемом случае, ошибки в определении амплитуд краевых мод мало скажутся на результатах расчета полного поля вплоть до весьма больших расстояний.

Наконец, кривые фиг. 2—3 показывают, что в рассматриваемом случае межмодовое взаимодействие приводит к весьма незначительному уширению углового спектра поля. Например, если при $x=0$ существовала одна лишь 10-я мода, при $x=400$ км получим группу мод с номерами (по уровню −15 дБ от 1 до 17. Следовательно, уширение спектра углов скольжения после прохождения такой дистанции составит всего лишь около одной пятой полного углового диапазона, т. е. порядка одного градуса.

Зная матрицу H_{nm}, а также собственные функции $\varphi_n(z)$ и волновые числа ξ_n невозмущенного волновода, можно вычислить и среднюю интенсивность полного поля точечного источника звука (см., например, фор-



Фиг. 4



Фиг. 5

Фиг. 4. Фрагмент горизонтального разреза на глубине 1800 м: *1* — интенсивность поля в дБ относительно уровня $I-1/(8\pi xh)$ в отсутствие внутренних волн, *2* — средняя интенсивность, рассчитанная в адиабатическом приближении (без учета взаимодействия мод), *3* — средняя интенсивность, вычисленная методом [7] в первом и втором приближениях (обе кривые на графике сливаются)

Фиг. 5. Вертикальный разрез средней интенсивности поля: *1* — невозмущенная интенсивность, *2* — средняя интенсивность, *3* — соответствует расчету во втором приближении

мулу (9) работы [7]). Результаты такого расчета для источника, расположенного на глубине 400 м, представлены на фиг. 4—5.

Из фигуры 4 видно, что наличие случайных неоднородностей приводит к замазыванию невозмущенной лучевой структуры, причем адиабатическое приближение недооценивает этот эффект. Особенно заметные отличия имеются в минимумах невозмущенного поля. Именно здесь поля отдельных мод в значительной степени компенсируют друг друга, так что суммарная интенсивность определяется рассеянной случайными неоднородностями, некогерентной компонентой полного поля. Учет взаимодействия между модами приводит к существенному увеличению некогерентной компоненты по сравнению с адиабатическим случаем.

На фиг. 5 приведен вертикальный разрез средней интенсивности поля, сглаженной по всем горизонтальным интерференционным масштабам, для дистанции распространения 800 км. Как видно из фигуры, лишь на таком удалении от источника первое и второе приближения дают заметные отличия, что и определяет границу применимости метода в рассматриваемом конкретном случае.

Отметим следующее обстоятельство. Рассмотренные выше результаты получены на основе решения системы уравнений взаимодействия мод (система (1) работы [7]), учитывающей, в частности, и рефракцию звука в горизонтальной плоскости. Для оценки влияния последней на среднюю интенсивность был проведен упрощенный расчет без учета горизонтальной рефракции, для чего в указанной системе были опущены слагаемые с производными по поперечным к направлению распространения горизонтальным координатам. Ясно, что эти члены малы, если случайные неоднородности крупномасштабны в горизонтальной плоскости. Тем не

менее пренебрежение малыми членами в уравнении может дать накапливающуюся с расстоянием ошибку, оценить которую бывает довольно трудно.

В рассматриваемом примере в области дистанций распространения до 1000 км результаты, полученные с помощью упрощенного расчета, пренебрежимо мало отличались от приведенных выше — расхождение лежало в пределах погрешностей примененных численных методов.

Остановимся в заключение на некоторых выводах, следующих из проведенного численного исследования.

Первый из них касается вопроса о необходимости учета межмодового взаимодействия при расчете параметров звукового поля в океаническом волноводе в присутствии внутренних волн. Изложенные результаты свидетельствуют, что межмодовое взаимодействие может значительно изменить профиль распределения энергии звукового поля по модам уже на небольших расстояниях — порядка 100 км. В то же время его влияние на интерференционную структуру суммарного поля значительно слабее, и при требуемой точности в 3—5 дБ в расчетах достаточно ограничиться адиабатикой вплоть до расстояний в несколько сотен км. Наконец, на сглаженную по интерференции среднюю интенсивность звукового поля внутренние волны практически не влияют на дистанциях до 1000 км.

Второй вывод касается необходимости учета горизонтальной рефракции. Из-за сильной анизотропии поля случайных неоднородностей океанического волновода этот эффект оказывается значительно более слабым по сравнению с эффектами рассеяния в вертикальной плоскости, и пренебрежимо мало сказывается даже на профиле распределения энергии по модам. Поэтому при расчетах средней интенсивности вполне достаточно ограничиться двумерной задачей в вертикальной плоскости, содержащей источник и приемник звукового поля.

Ясно, однако, что горизонтальная рефракция может оказаться существенной для правильного определения других характеристик поля. Например, ее необходимо принимать во внимание при расчете флуктуаций углов прихода звуковых волн в точку наблюдения.

Таким образом, проведенный численный анализ показывает, что для получения качественно верной картины интенсивности звукового поля в присутствии внутренних волн в типичных условиях вплоть до дистанций в несколько сотен километров достаточно ограничиться простым расчетом в адиабатическом приближении. В то же время предложенный в [7] метод позволяет провести при необходимости более строгий расчет, установить пределы применимости адиабатического приближения и даваемую им погрешность в конкретной рассматриваемой ситуации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Распространение звука во флуктуирующем океане/Под ред. Флатте С.: Пер. с англ. М.: Мир, 1982. 336 с.
2. *Ewart T.* Acoustic fluctuations in the open ocean — a mesurment using a fixed refracted path // J. Acoust. Soc. Amer. 1976. V. 60. № 1. P. 46—59.
3. *Ewart T., Reynolds S.* The mid-ocean acoustic transmission experiment, MATE // J. Acoust. Soc. Amer. 1984. V. 75. № 3. P. 785—802.
4. *Горская Н. С., Раевский М. А.* О влиянии случайного поля внутренних волн на распространение звука в океане // Акуст. журн. 1984. Т. 30. № 2. С. 183—191.
5. *Куртепов В. М.* О влиянии внутренних волн на распространение звука в океане // Акуст. журн. 1976. Т. 22. № 2.
6. *Моисеев А. А.* О статистике лучей, приходящих в заданную точку неоднородной среды с флуктуирующими параметрами // Акуст. журн. 1984. Т. 30. № 2. С. 242—248.
7. *Моисеев А. А.* О расчете функции когерентности поля в случайнонеоднородном волноводе // Докл. АН СССР. 1984. Т. 279. № 6. С. 1339—1344.
8. *Моисеев А. А.* О расчете функции когерентности поля в случайнонеоднородном волноводе. М.: 1984. 20 с.— Деп. в ВИНИТИ № 6433—84 ДЕП.
9. *Desaubies Y.* Analitical representation of internal wave spectra // J. Phys. Oceanogr. 1976. № 10. V. 6. P. 976—981.
10. *Desaubies Y.* Acoustic-phase fluctuations, induced by internal waves in the ocean // J. Acoust. Soc. Amer. 1976. V. 60. № 4. P. 795—800.

Институт океанологии
им. П. П. Ширшова
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
15.IX.1986