

3. Руденко О. В., Солуян С. И. Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975. 287 с.
 4. Фридман В. Е. О распространении интенсивной акустической волны в плоско-слоистой среде // Акуст. журн. 1976. Т. 22. № 4. С. 621–622.

Научно-исследовательский
радиофизический институт

Поступило в редакцию
29.IV.1986

УДК 534.232:534.222.2

О РАСЧЕТЕ БЛИЖНЕГО ПОЛЯ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ

Фельдман М. В., Энгельбрехт Ю. К.

Двумерные эволюционные уравнения типа Заболотской – Хохлова [1–3] успешно применяются для расчета акустических пучков. Так как они построены с учетом одноволновости процесса, то они уже в принципе не могут описать интерференционные явления в ближнем поле ультразвукового излучателя. В этих целях обычно применяется классический подход согласно принципу Гюйгенса, который позволяет определить сложную структуру ближнего поля именно как интерференционную картину волн, генерированных бесконечным числом элементарных источников. Гюйгенсовские источники создают в конечном итоге конечное число результирующих волн, которые хорошо различаются на теневых фотографиях ближнего поля ультразвукового излучателя [4]. При этом четко различаются фронты плоской и краевой волн. Возникает естественный вопрос – можно ли, опираясь на эксперимент, рассчитать ближнее поле излучателя с учетом конечного числа волн, используя для этого хорошо разработанный аппарат одномерных эволюционных уравнений. Рассчитанное суммарное поле служит тогда на выходе на дальнейшее поле начальным условием для двумерного эволюционного уравнения, описывающего искажение пучка в одноволновом приближении. Такой подход позволяет придерживаться единой методики расчета и уже в ближнем поле учитывать нелинейные, диссипативные и дисперсионные эффекты.

Согласно принципу Гюйгенса, дополнительное давление определяется интегралом Гюйгенса – Рэлея [5]

$$p = jk\rho c_0/2\pi \int_S (v/r) \exp(-jkr) dS, \quad (1)$$

где k – волновое число, ρ и c_0 – плотность и скорость звука среды, r – расстояние от элементарного источника до рассматриваемой точки и $v dS$ – элементарный источник на плоскости излучателя. Результаты расчета для круглого излучателя с радиусом $R=5$ мм и частотой 5 МГц представлены на фиг. 1, где показано распределение безразмерной скорости (относительно скорости v) на оси пучка. Последний максимум, как и полагается [5], соответствует абсциссе $x=R^2/\lambda$, где λ – длина волны. Результаты расчета совпадают с известными [6] и проверены экспериментально [7].

Предположим теперь, что интерференционная картина в ближнем поле круглого излучателя образуется из плоской волны, генерированной от плоскости излучателя, и краевой волны, генерированной от периметра излучателя. Как с математической (сингулярность краевой волны как цилиндрической при $x=0$), так и с физической (определенный слой жидкости толщиной порядка λ движется как жесткое тело) точек зрения граничные условия задаются при $x=x'$. Вполне ясно, что выбор значения x' является в определенном смысле условным. По физическим соображениям это расстояние порядка длины волны. Изменение значения x' в одну или в другую сторону приводит к другим соотношениям амплитуд краевой и плоской волн, но структура ближнего поля в районе последнего максимума остается качественно неизменной. В дальнейших расчетах принято $x'=2$ мм, но контрольные расчеты с другими значениями x' дали тоже удовлетворительные результаты. Этот вопрос требует дальнейшего анализа, что, однако, выходит за рамки данной работы. Необходимо определить начальные амплитуды обеих волн, а также сдвиг фазы краевой волны. По данным авторов статьи [4], сдвиг фазы равен π , что подтверждается и численным экспериментом. Для определения амплитуд требуем равенства скоростей при $x=R^2/\lambda$ (место последнего максимума), рассчитанных по принципу Гюйгенса и по эволюционным уравнениям

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} + nv/(2\tau) = 0, \quad \tau = \varepsilon x, \quad (2)$$

где $n=0,1$ для плоской и краевой (цилиндрической) волн соответственно и ε – малый параметр [1]. Обычно $\varepsilon=v_0/c_0$, где v_0 – максимальная амплитуда начального воздействия. Это условие дает начальные воздействия:

$$v_p = \frac{1}{2} 0,0153v \sin(\omega t - kx),$$

$$v_c = \pi \cdot 0,0153v (x')^{1/2} (x^2 + R^2)^{-1/4} \sin(\omega t - k(x^2 + R^2)^{1/2} + \pi),$$

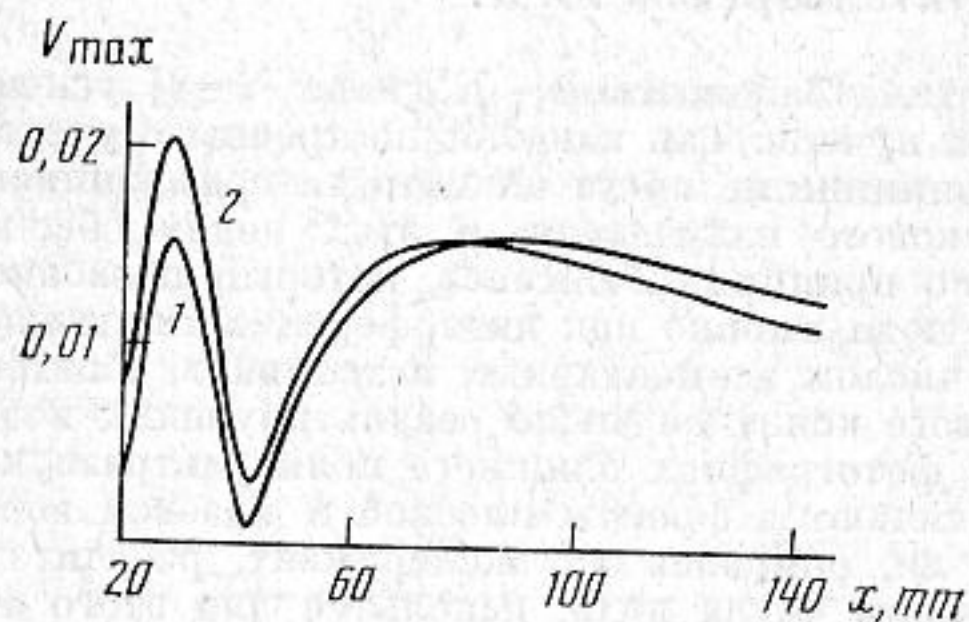
для плоской и цилиндрической волн соответственно.

Результат расчета — распределение скорости на оси пучка — показан на фиг. 1. Поперечное распределение поля согласно расчету по уравнениям (2) показано на фиг. 2.

В случае нелинейной среды вместо уравнения (2) необходимо использовать уравнение простых волн [1, 3]:

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} + av \frac{\partial v}{\partial \xi} + \frac{nv}{2\tau} = 0, \quad \xi = c_0 t - x. \quad (3)$$

Коэффициент a учитывает нелинейность среды [1, 3] $a = -(\gamma + 1)/(2\epsilon c_0)$, где γ — показатель адиабаты. Как известно [1], уравнение (3) имеет замкнутое неявное решение, поэтому расчет поля не представляет трудности. Наибольший интерес составляет изменение скорости на оси пучка. Результаты расчета для различных показате-

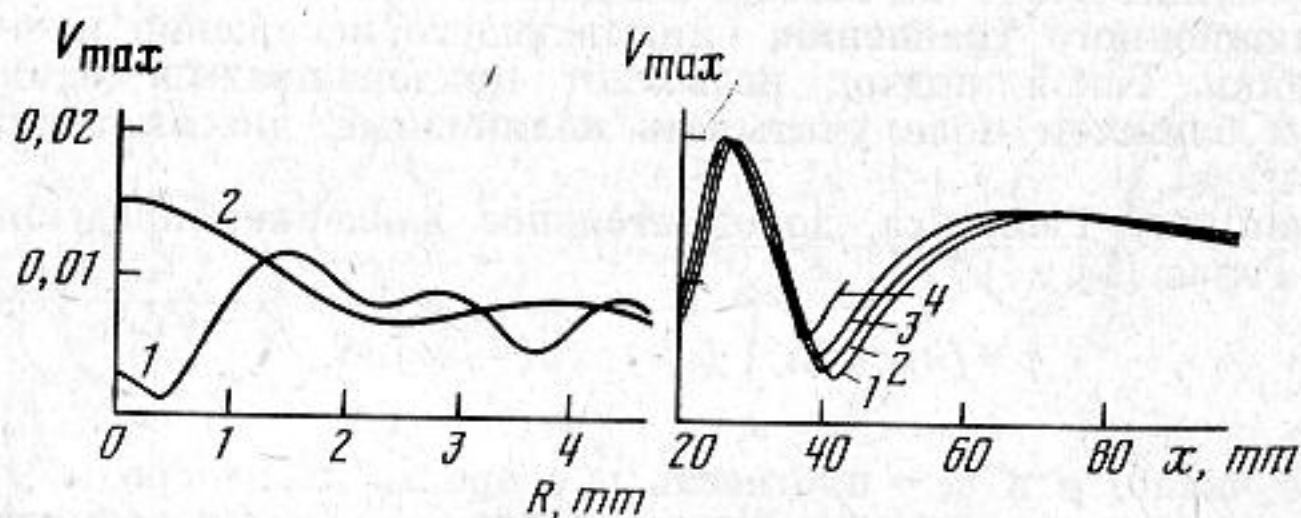


Фиг. 1

Фиг. 1. Изменение скорости по оси пучка: 1 — расчет по принципу Гюйгенса, 2 — расчет по данной методике

Фиг. 2. Распределение поперек пучка: 1 — $x = 0,0415$ м, 2 — $x = 0,083$ м

Фиг. 3. Изменение скорости по оси пучка: 1 — линейная теория, 2 — $a\epsilon/c_0 = -3,24 \cdot 10^{-6}$, 3 — $a\epsilon/c_0 = -6,48 \cdot 10^{-6}$, 4 — $a\epsilon/c_0 = -1,3 \cdot 10^{-5}$



Фиг. 2

Фиг. 3

телей нелинейности приведены на фиг. 3. Из расчета следует, что амплитуда последнего минимума с учетом нелинейных эффектов больше, чем при расчете по линейной теории. Качественно этот эффект подтверждается также в эксперименте [7]. Временные разрезы волновых профилей, определенные в нелинейной постановке, существенно зависят от значения параметра нелинейности. Необходимо подчеркнуть, что суммирование решений отдельных нелинейных уравнений тождественно предположению, что эффекты связанности отдельных волн слабее, чем эффекты нелинейного искажения по ходу распространения. Корректность такой предпосылки исследована спектральным методом [8].

Нелинейные эффекты в ближнем и дальнем поле исследованы также на основе одноволновой модели [9, 10]. Здесь идея заключается в решении связанных уравнений, выписанных для амплитуд отдельных гармоник. Эффект повышения амплитуды последнего минимума на оси излучателя вытекает также из этого подхода. К сожалению, анализ тонких эффектов ближнего поля согласно одноволновой модели [9, 10] является только теоретическим и дальнейшее сопоставление теоретических результатов с экспериментальными должно определить достоинства тех или других моделей. По-видимому, расчет ближнего поля по многоволновой модели, представленный выше, хорошо соответствует физической ситуации [4].

Отметим, что такой же подход реализован для квадратного излучателя. Если диссипативные эффекты в ближнем поле обычно не существенны, то эффекты дисперсии могут привести к значительным изменениям в структуре поля.

ЛИТЕРАТУРА

1. Руденко О. В., Солуян С. И. Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975. 287 с.
2. Бахвалов Н. С., Жилейкин Я. Н., Заболотская Е. А. Нелинейная теория звуковых пучков. М.: Наука, 1982. 174 с.
3. Энгельбрехт Ю. К., Нигул У. К. Нелинейные волны деформации. М.: Наука, 1981. 255 с.
4. Nayman A. J., Weight J. Transmission and reception of short ultrasonic pulses by circular and square transducers // J. Acoust. Soc. Amer. 1979. V. 66. № 4. P. 945--957.

5. Skudrzyk E. The Foundations of Acoustics. Wien, New York: Springer, 1971. 790 p.
6. El-Sherhiny S. M. The effect of range on the ultrasonic echo, acting on circular and rectangular transceivers // *Acoustica*. 1979. V. 43. P. 73-76.
7. Bosselaar L. Hydrophone measurement of ultrasonic transducer field. Surrey University Report. 1979. 37 p.
8. Пелиновский Е. Н., Фридман В. Е., Энгельбрехт Ю. К. Нелинейные эволюционные уравнения. Таллин: Валгус, 1984. 154 с.
9. Aanonsen S. I., Barkve T., Tjøtta J. N., Tjøtta S. Distortion and harmonic generation in the nearfield of a finite amplitude sound beam // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1984. V. 75. № 3. P. 749-768.
10. Hamilton M. F., Tjøtta J. N., Tjøtta S. Nonlinear effects in the farfield of a directive sound source // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1985. V. 78. № 1. P. 202-216.

Институт кибернетики
АН Эстонской ССР

Поступило в редакцию
10.XI.1985
после исправления
27.X.1986