

Коэффициенты уравнения (9) зависят только от  $z$ . Поэтому, если представить  $p$  в виде интеграла Фурье по  $\mathbf{r}$  и  $t$ , то уравнение (9) можно свести к обыкновенному дифференциальному по  $z$  уравнению второго порядка (одномерному уравнению Гельмгольца, полученному другим способом в [5]). Такой подход к вычислению давления в стратифицированной движущейся среде оказывается более удобным по сравнению с непосредственным решением исходной системы (1)–(5), поскольку здесь можно воспользоваться хорошо развитыми точными и приближенными методами решения уравнения Гельмгольца и вычисления интеграла Фурье. Кроме того, использование одномерного уравнения Гельмгольца позволяет обойтись двумя граничными условиями (или условиями излучения). Отметим, что такой подход применялся, например, в работах [2, 5, 6] при вычислении акустического поля в стратифицированной движущейся среде (атмосфере или океане).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Госсард Э., Хук У. Волны в атмосфере. — М.: Мир 1978. 532 с.
2. Осташев В. Е. О звуковом поле точечного источника в стратифицированной движущейся двухкомпонентной среде // Изв. АН СССР. ФАО. 1985. Т. 21. № 9. С. 949–955.
3. Голдстейн М. Е. Аэроакустика. М.: Машиностроение, 1981. 294 с.
4. Миропольский Ю. З. Динамика внутренних гравитационных волн в океане. — Л.: Гидрометеиздат, 1981. 302 с.
5. Осташев В. Е. Волновое описание распространения звука в стратифицированной движущейся атмосфере // Акуст. журн. 1984. Т. 30. № 4. С. 521–526.
6. Осташев В. Е. Звуковое поле точечного источника при линейных профилях скорости звука и скорости среднего потока // Акуст. журн. 1986. Т. 32. № 3. С. 346–351.

Институт физики атмосферы  
Академии наук СССР

Поступило в редакцию  
15.XI.1985

УДК 534.2.532

### О ДИПОЛЬНОМ ИЗЛУЧЕНИИ ТУРБУЛЕНТНЫХ «ВСПЛЕСКОВ» В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

Реутов В. П., Рыбушкина Г. В.

В последние годы в аэро- и гидродинамической акустике оживленно обсуждается вопрос об эффективности вязкостного механизма генерации звука турбулентностью пограничного слоя [1]. В работе [2] обращено внимание на возможность существенного вклада в излучение от организованных структур потока (турбулентных «всплесков») и дана размерностная оценка акустической мощности при малых числах Маха ( $M = u_\infty/c \ll 1$ ,  $u_\infty$  — скорость свободного течения,  $c$  — скорость звука). Ниже приводится численная оценка параметров энергонесущей части спектра излучения «всплесков», основанная на использовании известных экспериментальных данных [3, 4].

Следуя [3, 4], поставим в соответствие турбулентным «всплескам» пристеночный слой вихрей с размерами  $b_x \sim 100\nu/u_*$ ,  $b_y \sim 30\nu/u_*$ ,  $b_z \sim 50\nu/u_*$ , скоростью сноса  $u_c \approx 0,65u_\infty$  и длиной сноса  $l_c \sim \delta$  (оси  $x$  и  $z$  направлены вдоль и поперек течения, ось  $y$  — по нормали к стенке;  $u_*$  — динамическая скорость,  $\delta$  — толщина пограничного слоя). Выражение для дипольной составляющей давления в дальнем поле одного вихря в частотном представлении принимает вид [2, 5]

$$\hat{p}_1(\omega, \mathbf{r}) = \frac{i\omega}{2\pi cr} \sum_{a=x, z} \left(\frac{a}{r}\right) \hat{F}_a(\omega) e^{i\frac{\omega}{c} r}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{r} = (x, y, z)$ ,  $F_a$  — компоненты полной поверхностной силы трения для одного вихря,  $\Lambda$  — символ Фурье-образа:  $\hat{p} = \int_{-\infty}^{\infty} dt p \exp(i\omega t)$  и т. п. В [2] найдена связь касатель-

ных напряжений поверхностного трения с напряжениями Рейнольдса  $T_{xy} = \rho uv$  и  $T_{zy} = \rho vw$  в толще пограничного слоя ( $u, v, w$  — компоненты возмущений скорости по  $x, y, z$ ;  $\rho$  — плотность среды). Используя эту связь, можно получить следующее выражение для силы  $F_a$  в частотном представлении [5]:

$$\hat{F}_a(\omega) = (1-i)\gamma \int_0^\infty \hat{T}_{ay}^{(*)}(\omega, y) e^{(i-1)\gamma y} dy, \quad (2)$$

где

$$T_{ay}^{(*)}(y, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx dz T_{ay}(x - u_c t, y, z, t); \quad \gamma = \sqrt{1 - \frac{\omega}{2v}}$$

декремент затухания вязких волн ( $\nu$  — кинематическая вязкость среды).

Вводя время жизни вихря  $\tau = l_c/u_c$  и пренебрегая зависимостью  $T_{xy}$  от координат в пределах вихря, получим оценки:  $\hat{T}_{xy}^{(*)} \sim \hat{T}_{xy} b_x b_z$ ,  $|\hat{p}_1| \sim (x/2\pi c r^2) \omega |\hat{T}_{xy}(\omega)| b_x b_z \xi$ , где  $\xi = \exp(-\gamma y_0) |\exp[(i-1)\gamma b_y] - 1|$  ( $y_0 \sim 5\nu/u_c$  — нижняя граница слоя вихрей [3]). В случае статистически независимых вихрей спектр мощности излучения пропорционален  $|\hat{p}_1(\omega, \mathbf{r})|^2$ ; его максимум находится на частоте  $\omega_m \sim 1/\tau$  и имеет ширину  $\Delta\omega \sim 1/\tau$  (предполагается, что при  $\omega \sim \omega_m$  параметр  $\gamma b_y \sim 1$ ). Среднее число вихрей на большой площадке  $S$  равно  $W_0 S/b_x b_z$ , где  $W_0$  — вероятность обнаружения какого-нибудь вихря. Обозначим через  $B$  среднеквадратичное значение пульсаций  $uv$  в ансамбле вихрей. Определяя пульсации давления от одного вихря как  $p_1 \sim |\hat{p}_1(\omega_m, \mathbf{r})|/\tau$ , полагая  $\hat{T}_{xy} \sim \rho B \tau$  и переходя к частоте  $f = \omega/2\pi$ , получим оценку для энергонесущей части спектра потока мощности излучения в полупространство  $y > 0$  с единицы площади поверхности в виде  $I_f \sim (\rho/3c^3) B^2 b_x b_z W_0/\tau$ . Вероятность  $W_0$  найдем как отношение длительности всплеска ( $b_x/u_c$ ) к среднему периоду повторения всплесков в неподвижной системе отсчета (см. [3]):  $W_0 \sim 25\nu/u_c \delta$ . Согласно [4], критерием всплеска является выполнение условия  $|\tilde{uv}| > 4u'v'$  при  $u < 0$  и  $v > 0$ , где  $u', v'$  — среднеквадратичные значения  $u$  и  $v$  в пристеночном слое. Введем вероятность  $W(\alpha)$  выполнения условия  $|\tilde{uv}|/u'v' > \alpha$  в ансамбле всплесков. Вероятность выполнения этого условия в произвольной точке сечения  $y = y_0 + \frac{1}{2} b_y$  оценивается как  $\Delta T(\alpha)/T(\alpha)$ , где  $T(\alpha)$  — средний период следования выбросов на реализации  $uv$  с отношением  $|\tilde{uv}|/u'v' > \alpha$  в неподвижной системе отсчета,  $\Delta T(\alpha)$  — длительность этих выбросов. Формула для условной вероятности дает  $W(\alpha) = \Delta T(\alpha) T(4)/\Delta T(4) T(\alpha)$ . Используя данные [4] (см. фиг. 16 и 20 в [4]), можно предложить для  $\alpha > 4$  аппроксимацию вида  $W = \exp[0,4(4-\alpha)]$ . Учитывая, что [4]  $u'v' \approx 2,5u_c^2$ , получим  $B^2 = - (u'v')^2 \int_4^\infty \alpha^2 (dW/d\alpha) \cdot d\alpha \sim 300u_c^4$ . В результате оценка для  $I_f$  принимает вид

$$I_f \sim 8 \cdot 10^6 \left( \frac{\nu}{u_c \delta} \right)^3 \frac{\rho u_c^4 u_\infty^2}{c^3} \left( \frac{\delta}{u_\infty} \right). \quad (3)$$

Для вычисления полной мощности излучения следует домножить (3) на  $(1/2\pi)u_c/\delta$ , что приводит к выражению, которое отличается от данного в [2] числовым коэффициентом и множителем  $(\nu/u_c \delta)^3$ . Появление этого множителя связано с нормировкой времени жизни вихря через внешний масштаб  $\delta$  и учетом неплотной упаковки вихрей на поверхности.

В работе [6] измерялось акустическое поле турбулентного течения в гидроканале с параметрами:  $u_\infty = 10 \frac{M}{c}$ ,  $\delta = 1$  см,  $u_\infty/u_c \sim 30$ ,  $\nu = 0,01$  см<sup>2</sup>/с. В этом случае  $f_m = \omega_m/2\pi \sim 100$  Гц;  $\gamma b_y \approx 1$ . Именно на таких частотах наблюдался максимум в спектре излучения в [6]. Из (3) следует оценка для спектра приведенного давления  $\hat{p}(f) = \sqrt{\rho c I_f} \sim 25$  дБ (относительно уровня 20 мкПа/Гц<sup>1/2</sup>), которая согласуется с данными [6].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Obermeier F., Möring W. Aerodynamic sound generation by turbulent boundary layer flows along solid and compliant walls // Z. Flugwiss Weltraumforsch., 1984, V. 8, № 3, P. 181–192.
2. Landahl M. T. Wave mechanics of boundary layer turbulence and noise // J. Acoust. Soc. Amer., 1975, V. 57, № 4, P. 824–832.
3. Кангуэлл Б. Дж. Организованные движения в турбулентных потоках. — В кн.: Вихри и волны. — М.: Мир, 1984, с. 9–79.
4. Lu S. S., Wilmarth W. W. Measurements of the structure of the Reynolds stress in a turbulent boundary layer // J. Fluid. Mech., 1973, V. 60, № 3, P. 481–511.
5. Реутов В. П., Рыбушкина Г. В. Излучение звука при рассеянии волн Толлмина — Шлихтинга в пограничном слое на жесткой неоднородной поверхности // Акуст. журн., 1984, Т. 30, № 3, С. 358–363.
6. Грешилов Е. М., Миронов М. А. Экспериментальная оценка звука, порождаемого турбулентным течением в гидроканале // Акуст. журн., 1983, Т. 29, № 4, С. 460–470.

Институт прикладной физики  
Академии наук СССР

Поступило в редакцию  
19.V.1986