

О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЗВУКОВЫХ ВОЛН ПРИ РАССЕЯНИИ НА ПУЗЫРЬКАХ

Шагольных К. А., Рыбак С. А.

Присутствие пузырьков в жидкости влияет на условия распространения звука. Это открывает возможность регистрации пузырьков, определения их размеров и распределения по радиусам на основе акустических измерений. Один из способов основан на измерении поглощения звука. Он позволяет определить концентрацию пузырьков по их вкладу в поглощение акустической волны [1]. Весьма чувствительны методы, основанные на регистрации нелинейного отклика пузырька, возбуждаемого двумя звуковыми волнами, разность частот которых равна резонансной частоте пузырька [2, 3]. Эти методы достаточно чувствительны для регистрации одиночных пузырьков, что важно, например, в задачах контроля возникновения кавитации. Они, однако, неудобны при исследовании распределения пузырьков по размерам.

В настоящей работе рассматривается еще один метод акустической диагностики пузырьков в жидкости. Он основан на регистрации резонансно рассеянного на пузырьках акустического сигнала. Облучение пузырьков дополнительной низкочастотной (по сравнению с частотой собственных колебаний пузырька) волной приводит к смещению резонансной частоты пузырьков и вызывает модуляцию рассеянного излучения низкой частотой. Глубина модуляции оказывается пропорциональной производной от функции распределения пузырьков по радиусам. Поэтому измерение модуляции рассеянного поля позволяет восстановить функцию распределения пузырьков по радиусам.

Перейдем к расчету описанного эффекта. Пусть τ — объем жидкости, содержащей пузырьки с концентрацией $N = \int n(R) dR$ в единице объема, $n(R)$ — функция распределения пузырьков по радиусам, N — полное число пузырьков в единице объема. Наличие пузырьков приводит к рассеянию звуковых волн, распространяющихся в этой области. Рассмотрим рассеяние плоской волны единичной амплитуды:

$$\varphi_0(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t}. \quad (1)$$

Рассеяние этой волны объемом среды, содержащим неоднородности, описывается уравнением

$$\Delta\varphi + k^2(1 + \varepsilon(\mathbf{r}))\varphi = 0. \quad (2)$$

Здесь $\varepsilon(\mathbf{r})$ — неоднородности показателя преломления, в случае пузырьков их можно считать дискретными, так что

$$k^4 \langle \varepsilon(\mathbf{r}) \varepsilon(\mathbf{r}') \rangle = \int_0^\infty \sigma(R, \omega) n(R) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') dR. \quad (3)$$

Здесь

$$\sigma(R, \omega) = \frac{4\pi R^2 \omega^4}{(\omega_R^2 - \omega^2)^2 + \omega^4 \eta^2}, \quad (4)$$

— сечение рассеяния одиночным пузырьком, $n(R)$ — нормированная функция распределения пузырьков,

$$\omega_R^2 = \frac{3\gamma P}{\rho \cdot R^2}, \quad (5)$$

— резонансная частота пульсаций пузырька, P — давление в жидкости, ρ — ее плотность, γ — показатель адиабаты газа в пузырьке. Интенсивность рассеянной волны в борновском приближении выражается формулой [4]:

$$\langle |\varphi^2(\mathbf{r})| \rangle = k^4 \int \langle \varepsilon(\mathbf{r}') \varepsilon(\mathbf{r}'') \varphi_0(\mathbf{r}') \varphi_0^*(\mathbf{r}'') G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') G^*(\mathbf{r} - \mathbf{r}'') d^3\mathbf{r}' d^3\mathbf{r}'' \rangle. \quad (6)$$

Рассмотрим

$$\int_0^\infty n \sigma(R, \omega) dR = 4\pi^2 \frac{R_n^3(R)}{\eta_\omega} = \langle \sigma N \rangle.$$

— среднее сечение рассеяния на частоте ω .

Тогда

$$|\varphi^2(\mathbf{r})| = \frac{\tau}{16\pi^2 r^2} \langle \sigma N \rangle = \frac{\tau}{4r^2} \frac{R_\omega^3 n(R_\omega)}{\eta_\omega}, \quad (7)$$

где R_ω , η_ω — радиус и декремент затухания резонансного пузырька. Примем теперь во внимание, что давление в области, содержащей пузырьки, не остается постоянным, а меняется под действием низкочастотного звука: $P = P_0 + P_s$, где $P_s = P_{s0} \sin \Omega t$. Найдем изменение интенсивности рассеянного поля, обусловленное вариациями сечения рассеяния пузырьков под действием избыточного давления P_s .

Из формулы (5) имеем

$$R = \sqrt{\frac{3\gamma P_0}{\rho \omega R^2} \left(1 + \frac{P_s}{P_0}\right)} = R_0 + \frac{R_0 P_s}{2 P_0},$$

R_0 — радиус резонансного пузырька при $P=P_0$. Следовательно, изменение резонансного радиуса пузырька на заданной частоте ω при изменении давления на величину P_s равно

$$\Delta R = \frac{R_0 P_s}{2 P_0}. \quad (8)$$

Принимая, что распределение по радиусам пузырьков описывается степенным законом $n(R) = n_0 R^{-\kappa}$, где $\kappa \approx 4$, найдем

$$\frac{\partial}{\partial R} (R^3 n)_{R=R_0} = (3-\kappa) R_0^2 n.$$

Поэтому

$$R^3 n = (R^3 n)_{P_0} \left(1 + \frac{3-\kappa}{2} \frac{P_s}{P_0}\right) \quad (9)$$

и

$$|\varphi^2(\mathbf{r})| = \frac{\tau (R^3 n) \omega}{4r^2 \eta \omega} \left(1 + \frac{3-\kappa}{2} \frac{P_{s0} \sin \Omega t}{P_0}\right). \quad (10)$$

Таким образом, интенсивность рассеянного на пузырьках звука оказывается промодулированной низкочастотным звуковым полем, причем коэффициент модуляции пропорционален показателю степени в функции распределения пузырьков по радиусам.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гаврилов Л. Ф. Содержание свободного газа в жидкости и методы его измерения. Физические основы ультразвуковой технологии/Под ред. Розенберга Л. Д. М.: Наука, 1970.
2. Островский Л. А., Сутин А. М. Нелинейные акустические методы диагностики газовых пузырьков в жидкости // Ультразвуковая диагностика. Горький: ИПФ АН СССР, 1983. С. 139–161.
3. Сандлер Б. М., Селивановский Д. А., Соколов А. Ю. Измерение концентрации газовых пузырьков в приповерхностном слое моря // Докл. АН СССР. 1981. Т. 260. № 6. С. 1474–1476.
4. Рытов С. М. Введение в статистическую радиофизику. М.: Наука, 1966.

Акустический институт
им. А. А. Андреева
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
2.IX.1986

УДК 534.231–551.81

УРАВНЕНИЕ ДЛЯ АКУСТИЧЕСКИХ И ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН В СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ДВИЖУЩЕЙСЯ СРЕДЕ

Осташев В. Е.

Целью настоящей работы является вывод одного замкнутого уравнения для акустических и гравитационных волн, являющегося точным следствием линейризованной системы уравнений гидродинамики в стратифицированной движущейся среде. Как известно, ранее не удавалось без дополнительных предположений свести эту систему уравнений к одному замкнутому уравнению. Например, замкнутые уравнения для акустических волн и замкнутые уравнения для гравитационных волн удавалось получить, если в исходной линейризованной системе уравнений гидродинамики пренебречь соответственно силами плавучести и сжимаемостью среды.

Итак, рассмотрим полную линейризованную систему уравнений гидродинамики в стратифицированной движущейся среде (см., например, [1]):

$$d\xi/dt + \rho^{-1} dp/dz + g\rho^{-1} \eta = F, \quad (1)$$

$$d\xi_{\perp}/dt + \xi v' + \rho^{-1} \nabla p = F_{\perp}, \quad (2)$$

$$d\eta/dt + \xi \rho' + \rho d\xi/dz + \rho \nabla \xi_{\perp} = \rho Q, \quad (3)$$

$$d\sigma/dt + \xi S' = 0, \quad (4)$$

$$p - c^2 \eta - h \sigma = 0; \quad c^2 = (\partial P / \partial \rho)_s, \quad h = (\partial P / \partial S)_p. \quad (5)$$