АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXII 1986 Вып. 6

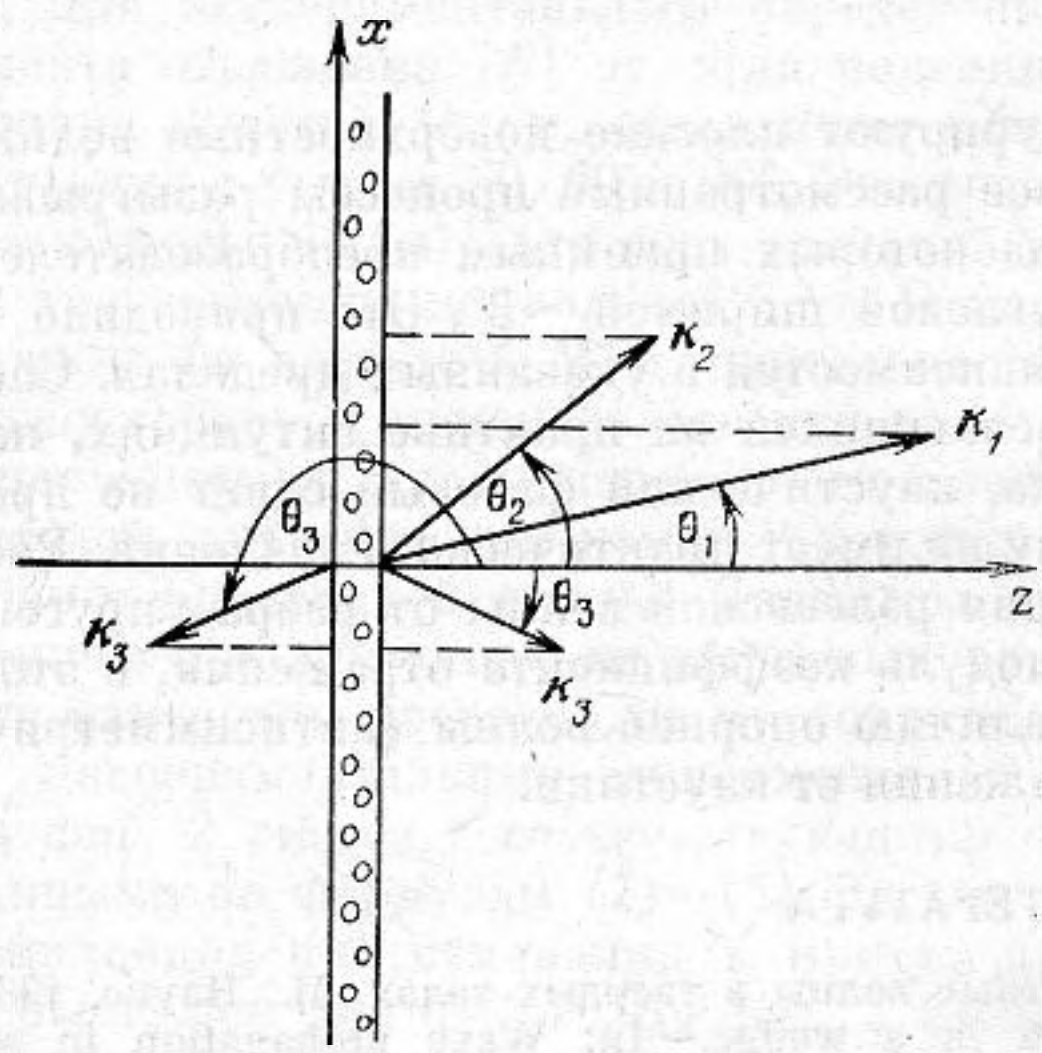
УДК 534.222

НЕЛИНЕЙНОЕ РАССЕЯНИЕ ЗВУКА НА ПУЗЫРЬКОВОМ СЛОЕ

Кустов Л. М., Назаров В. Е., Сутин А. М.

Теоретически и экспериментально исследовано нелинейное рассеяние звука на пузырьковом слое при взаимодействии неколлинеарных звуковых пучков. Наблюдалось параметрическое излучение под углом к первичным пучкам, обращение волнового фронта акустического пучка, его нелинейная фокусировка.

Нелинейные акустические эффекты в жидкости с пузырьками газа существенно более многообразны, чем в чистой жидкости. Их наблюдение возможно при относительно небольшой интенсивности звуковых волн, поскольку пузырьковая среда отличается сильной нелинейностью. Экспериментально здесь наблюдались акустические солитоны [1, 2], параметрическое излучение звука [3—5], нелинейная саморефракция [6], самофокусировка [7] и самопросветление [8] акустических волн. Теоретически исследовано обращение волнового фронта (ОВФ) за счет кубичной нелинейности пузырьковой среды [9, 10] и взаимодействие пересекающихся акустических пучков при наличии дисперсии (для монорадиусных пузырьков) [11]. В реальных условиях [12—14] в жидкости содержатся пузырьки различных радиусов. В такой среде дисперсия практически отсутствует, что препятствует взаимодействию неколлинеарных звуковых пучков [15, 16]. В настоящей работе исследуется взаимодействие пересекающихся звуковых пучков на тонком пузырьковом слое. При этом волна разностной частоты излучается под углом, отличным от углов падения исходных пучков, что создает возможность управления поворотом диаграммы направленности параметрического излучения и обращения волнового фронта, которое вкратце было описано в [17].



Фиг. 1. Схема взаимодействия неколлинеарных волн на пузырьковом слое

Для наглядности рассмотрим сначала качественно взаимодействие двух плоских акустических волн с частотами ω_1 и ω_2, падающих под углами θ_1 и θ_2 на тонкий пузырьковый слой толщины l (фиг. 1). При взаимодействии образуется волна разностной частоты $\omega_3=\omega_1-\omega_2$, которая симметрично излучается как в левое, так и в правое полупространства. Условие синхронизма

$$\mathbf{k}_3=\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2 \tag{1}$$

в данном случае не выполняется, однако для достаточно тонкого слоя рассинхронизм на длине слоя может быть мал, т. е.

$$(k_1\cos\theta_1-k_2\cos\theta_2-k_3\cos\theta_3)l\ll 1 \tag{2}$$

для волны разностной частоты, распространяющейся в прямом направлении. Для слоя с сильным затуханием эффективная толщина слоя $l \sim \alpha_1^{-1}+\alpha_2^{-1}$, где $\alpha_{1,2}$ — коэффициент затухания каждой из волн. Для волны разностной частоты, излучаемой в левое полупространство, рассинхронизм мал при

$$(k_1 \cos\theta_1 - k_2 \cos\theta_2 + k_3 \cos\theta_3) l \ll 1, \tag{3}$$

что эквивалентно условию малости толщины слоя по отношению к длине волны разностной частоты $l \ll \lambda_3$. В этом случае слой работает как плоский излучатель с неоднородным распределением колебательной скорости, и направление излучения может быть найдено из условия синхронизма, записанного в проекции на ось x:

$$k_3 \sin\theta_3 = k_1 \sin\theta_1 - k_2 \sin\theta_2, \tag{4}$$

т. е. волна разностной частоты должна излучаться под углом

$$\theta_3 = \arcsin(\omega_1 \sin\theta_1 - \omega_2 \sin\theta_2)(\omega_1 - \omega_2)^{-1}. \tag{5}$$

Для вырожденного взаимодействия ($\omega_1 = 2\omega_2$) при нормальном падении на слой волны с частотой ω_1 ($\theta_1 = 0$) нелинейно-рассеянная волна имеет частоту ω_2 и, как видно из (5), направление ее распространения в правом полупространстве $\theta_3 = -\theta_3$, а в левом $\theta_3 = \pi + \theta_2$, что соответствует ОВФ волны ω_2.

В эксперименте плоские волны реализовать невозможно, и рассмотрим взаимодействие ограниченных пучков гауссовой формы. Поле волны разностной частоты находится интегрированием по источникам вторичных волн [3, 11, 16, 18], находящихся в области слоя, поскольку нелинейность и затухание вне слоя малосущественны:

$$\mathscr{P}_3 = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\varepsilon \omega_3^2}{\rho c^4 r} \mathscr{P}_1 \mathscr{P}_2^* e^{-ik_3 r - \alpha r'} dV, \tag{6}$$

где $\mathscr{P}_1$, $\mathscr{P}_2$ — комплексные амплитуды исходных волн в пузырьковом слое, r — расстояние от элемента объема в слое dV до точки наблюдения, r' — часть этого расстояния, лежащая внутри слоя, α_3 — коэффициент затухания в слое на частоте ω_3, ρ, c — плотность и скорость звука в пузырьковой среде, для широкой функции распределения пузырьков по размерам и малой объемной концентрации эти значения те же, что и в чистой жидкости. Параметр нелинейности пузырьковой среды ε исследовался в [3].

Пусть взаимодействующие пучки задаются излучателями с гауссовым распределением амплитуды на поверхности:

$$\mathscr{P}_i(R_i = 0) = A_i \exp(-r^2/a_i^2), \tag{7}$$

которые расположены на расстояниях, много больших размеров зоны Фраунгофера от слоя, т. е.

$$R_i \gg R_д = k_i a_i^2/2. \tag{8}$$

В этом случае характерная ширина пучка в области слоя определяется соотношением [8]

$$d_i = 2R_i/k_i a_i \tag{9}$$

и в том случае, когда размер «засвеченной» на пузырьковом слое области существенно меньше расстояния до слоя ($d_i/\cos\theta_i \ll R_i$), первичное поле внутри слоя можно записать в виде [18]

$$\mathscr{P}_i = \frac{A_i a_i^2 k_i}{2R_i} \exp\left\{-\frac{y^2 + x^2\cos^2\theta_i}{R_i^2} a_i^2 k_i^2 - jk_i z \cos\theta_i - \right.$$
$$\left. - jk_i x \sin\theta_i - j\frac{y^2 + x^2\cos^2\theta_i}{2R_i} - \alpha_i z/\cos\theta_i\right\}. \tag{10}$$

При подстановке волн $\mathscr{P}_1$ и $\mathscr{P}_2$ в таком виде в интеграл (6) вторичное поле может быть легко вычислено для случая малых углов $\theta_{1,2} \ll 1$ и $R_1 = R_2 = L$. Поле разностной частоты в правом полупространстве $\mathscr{P}_3^+(z>0)$ и в левом

$\mathscr{P}_3^-(z<0)$ определяются соотношениями

$$\mathscr{P}_3^{\pm}=\frac{\varepsilon\omega_3^2L^2\mathscr{P}_1\mathscr{P}_2}{2\rho c^4R_0a_1k_1a_2k_2}\frac{1-\exp-(\beta_{\pm}+j\gamma_{\pm})l}{\beta_{\pm}+j\gamma_{\pm}}\times$$

$$\times\frac{B_{\pm}D(\theta)}{\sqrt{1+\dfrac{4k_3^2L^2}{(k_1^2a_1^2+k_2^2a_2^2)^2}}},\tag{11}$$

где

$$D(\theta)=\exp\left\{-\frac{1}{4}\frac{(k_1^2a_1^2+k_2^2a_2^2)\cos^2\theta_3\sin^2(\theta-\theta_3)}{1+\dfrac{(a_1^2k_1^2+a_2^2k_2^2)^2}{4k_3^2L^2}}\right\},\tag{12}$$

$B_+=\exp(-\alpha_3l/\cos\theta_3)$, $B_-=1$, $B_{\pm}=\alpha_1+\alpha_2\mp\alpha_3/\cos\theta_3$, $\gamma_{\pm}=k_1-k_2\mp k_3\cos\theta_3$, R_0 — расстояние от пузырькового слоя до точки наблюдения. Максимум излучения волны разностной частоты наблюдается под углом θ_3, который удовлетворяет условию (5). Заметим, что при сильном затухании первичных волн на слое ($\beta_{\pm}l\gg1$) заметное излучение возможно при условии $\gamma_{\pm}\ll\beta_{\pm}$, которое тождественно условиям (2), (3) слабого рассинхронизма по длине слоя.

При $\theta_1=\theta_2=0$ и $a_1=a_2$ выражения (10)—(12) определяют поле параметрического излучателя на пузырьковом слое с коллинеарными пучками накачки, который рассматривался в [4]. Для экспериментального исследования ОВФ и фокусировки использовался точечный источник сигнала, создающий сферическую волну, а квазиплоская волна накачки создавалась плоским излучателем, в дальней зоне которого находится пузырьковый слой. Для описания взаимодействия таких волн воспользуемся соотношением (6), в которое подставим волну частоты ω_1 в виде гауссова пучка (9) при $\theta_1=0$ и волну сигнала частоты ω_2 в виде сферически расходящейся волны

$$\mathscr{P}_2=(A/r)\exp(-ik_2r-\alpha_2r').\tag{13}$$

В этом случае амплитуда поля на разностной частоте в правом и левом полупространствах вдоль направления θ_3, являющегося осью излучения, определяется выражением

$$\mathscr{P}_3^{\pm}=\frac{\pi\varepsilon\omega_3\mathscr{P}_1\mathscr{P}_2}{2\rho c^3}\frac{1-\exp-(\beta_{\pm}+j\gamma_{\pm})l}{\beta_{\pm}+j\gamma_{\pm}}\frac{B_{\pm}}{\sqrt{(R_0/L_{\text{д}})^2+(1-R_0/R_{\text{ф}})^2}},\tag{14}$$

где $R_{\text{ф}}=(\omega_1-\omega_2)(\omega_2/R_2-\omega_1/R_1)^{-1}$ — расстояние фокусировки волны разностной частоты. При $\omega_1=2\omega_2$ и $R_1\to\infty$, $R_{\text{ф}}=R_2$, $\theta_3=\pi+\theta_2$, т. е. фокусировка происходит в область источника сигнала.

В выражении (14) $L_{\text{д}}=k_3d_1^2/2$ — дифракционная длина для излучения из пузырькового слоя с характерной шириной d_1, определяемой согласно (9).

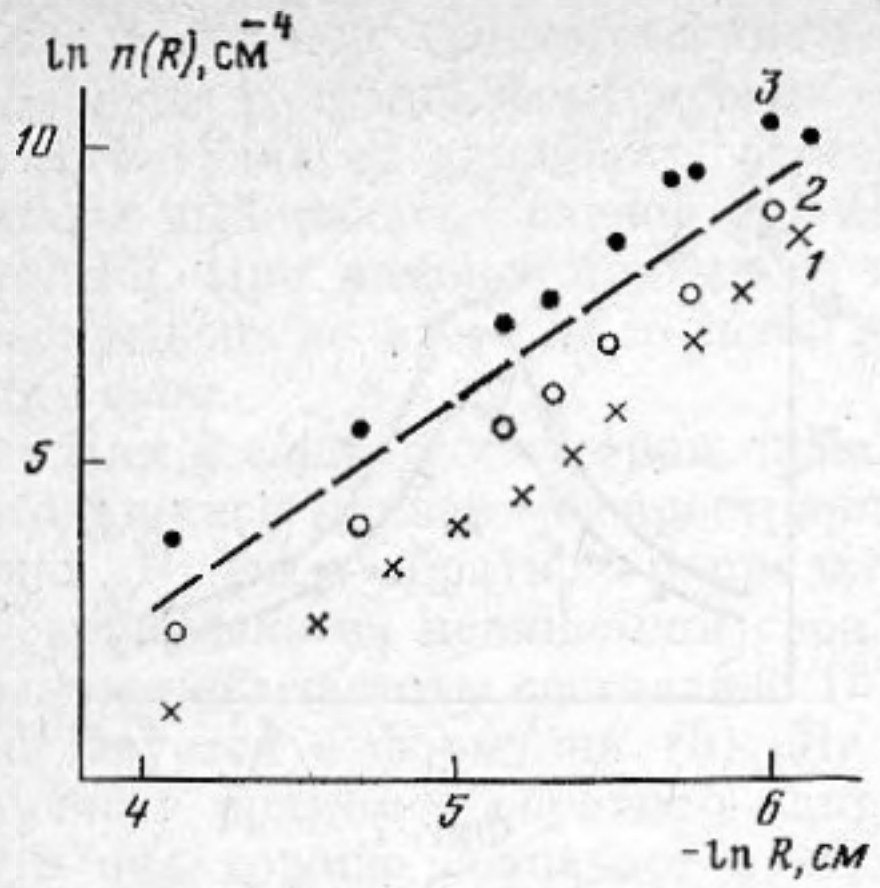
Полное ОВФ, т. е. сведение рассеянного поля в точку, возможно лишь при $L_{\text{д}}\to\infty$, для бесконечного слоя и плоской волны накачки. В силу ограниченности пучка накачки фокусируемая волна разностной частоты даже в фокальной области имеет конечную ширину пучка, которую можно оценить из условия сохранения потока энергии

$$\int\mathscr{P}_3^2\,dS=\text{const}.\tag{15}$$

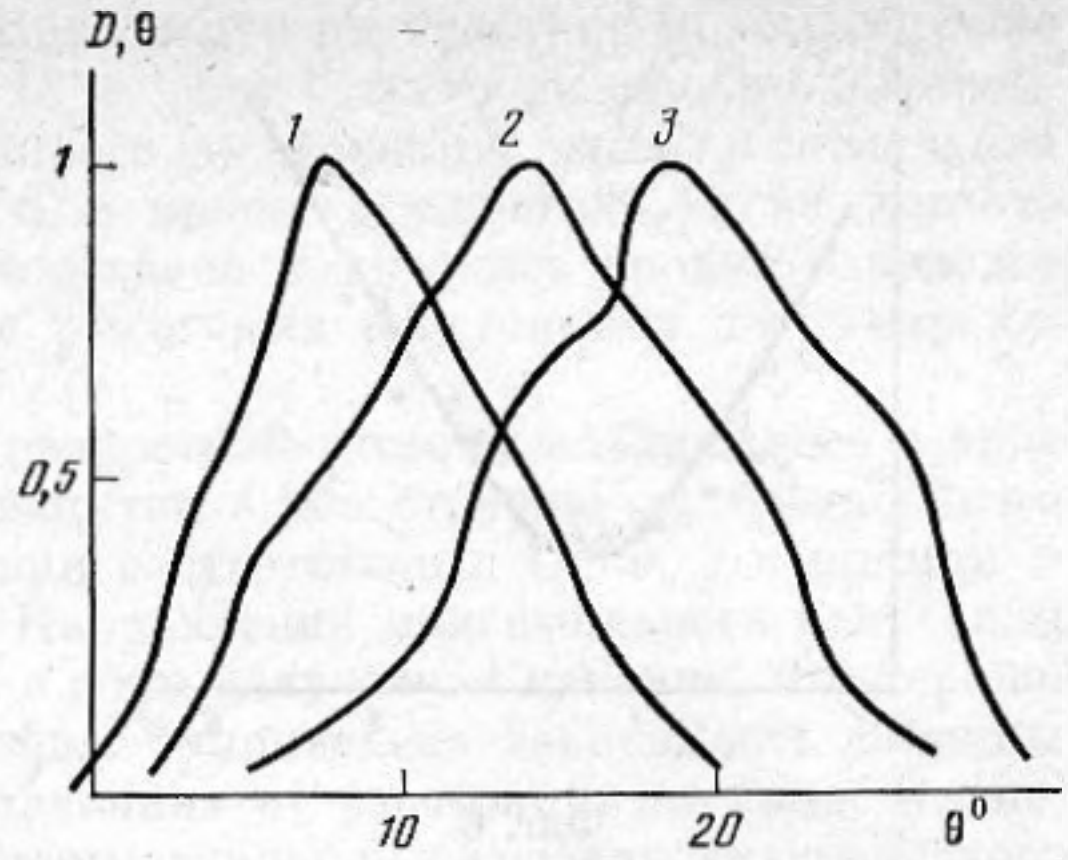
Подставляя сюда выражение (14), находим характерную ширину пучка разностной частоты:

$$d(R_0)=2d_1\sqrt{(R_0/L_{\text{д}})^2+(1-R_0/R_{\text{ф}})^2}.\tag{16}$$

Экспериментальные исследования нелинейного рассеяния ОВФ и фокусировки звуковых пучков на пузырьковом слое проводились в измеритель-



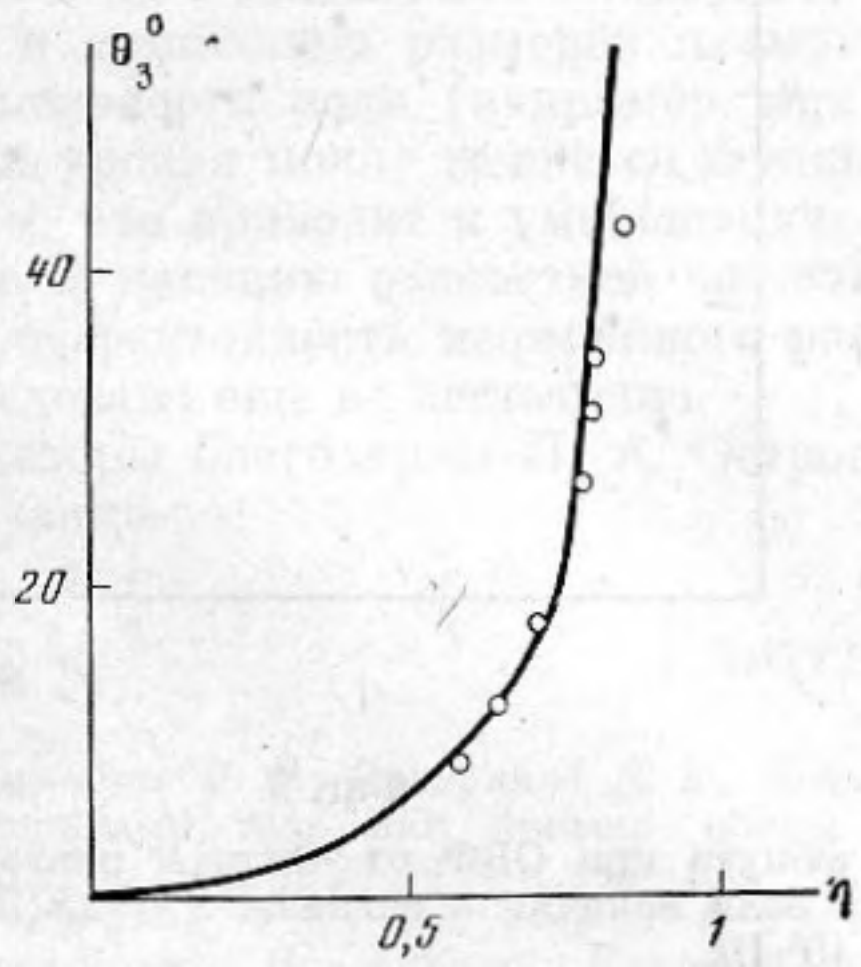
Фиг. 2



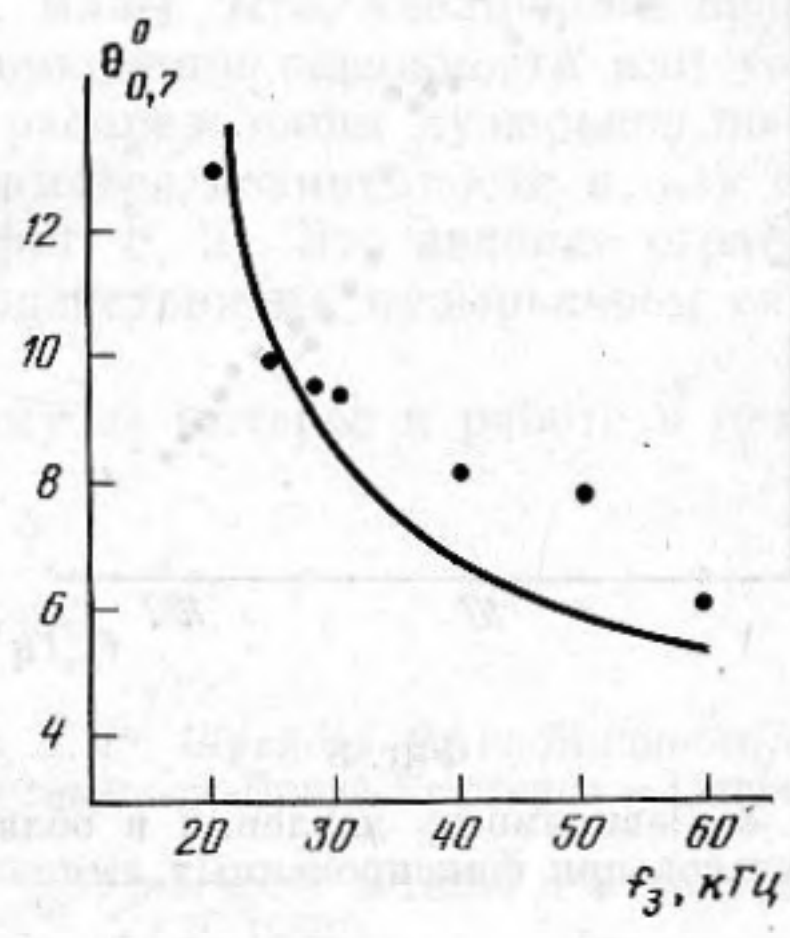
Фиг. 3

Фиг. 2. Зависимость концентрации пузырьков от их радиусов при различных напряжениях на пластине, в: *1* – 9; *2* – 15; *3* – 30. Пунктиром проведена зависимость $n(R) \sim R^{-3,5}$

Фиг. 3. Диаграммы направленности при параметрическом излучении на пузырьковом слое для различных разностных частот, кГц: *1* – 60, *2* – 50, *3* – 40



Фиг. 4



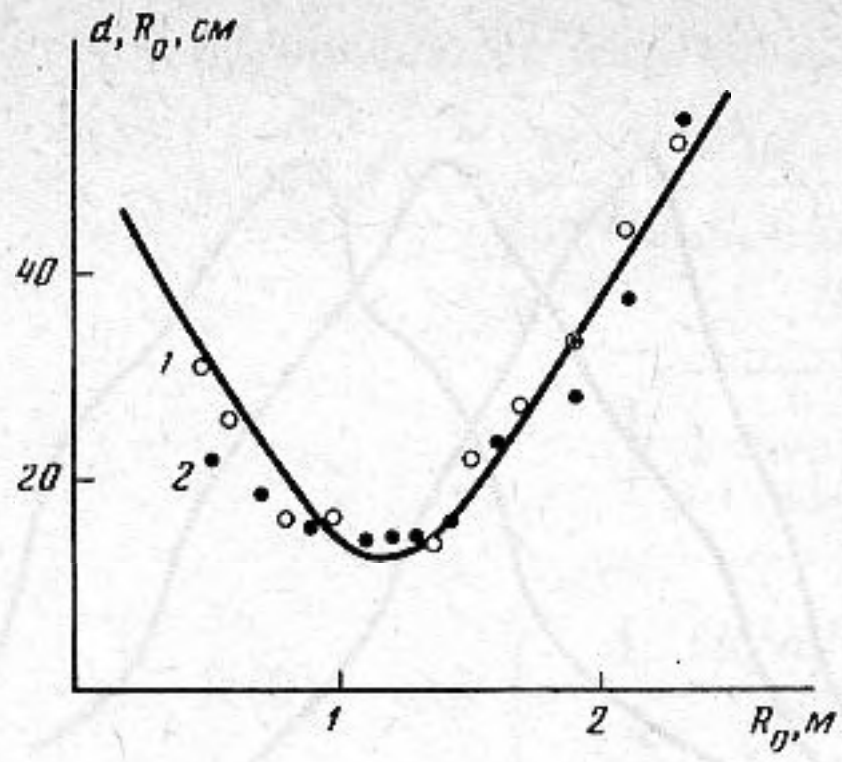
Фиг. 5

Фиг. 4. Зависимость угла поворота диаграммы направленности от параметра $\eta = \omega_2/\omega_1$

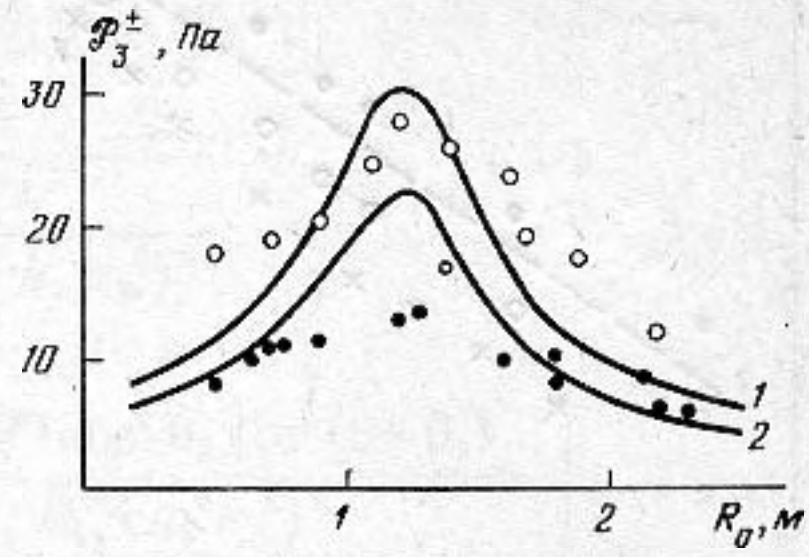
Фиг. 5. Зависимость ширины диаграммы направленности по уровню 0,7 от частоты параметрического излучения

ном бассейне размером 5×5×6 м³. Измерение проводились в импульсном режиме, что позволяло выделять сигнал, рассеянный пузырьковым слоем.

Водородные пузырьки создавались металлической пластиной размером 100×10 см², находящейся на глубине 1,5 м при помощи электролиза воды. При исследовании рассеяния звука на звуке в качестве излучателей накачки использовались круглые излучатели диаметром $2a_1=10$ см и $2a_2=6$ см, находящиеся на расстоянии $L=2,6$ м от пузырькового слоя. Акустическая ось первого излучателя была установлена нормально к плоскости пузырькового слоя ($\theta_1=0$), а второго – под углом $\theta=6,6°$. Приемный гидрофон 8103 фирмы «Брюль и Кьер» находился на штанге поворотного устройства, при помощи которого измерялось угловое распределение поля давления разностной частоты. Функция распределения пузырьков по размерам определялась по дополнительному затуханию, вносимому пузырьками [19]. На фиг. 2 показаны характерные зависимости концентрации пузырьков от их радиусов при различных напряжениях на металлической



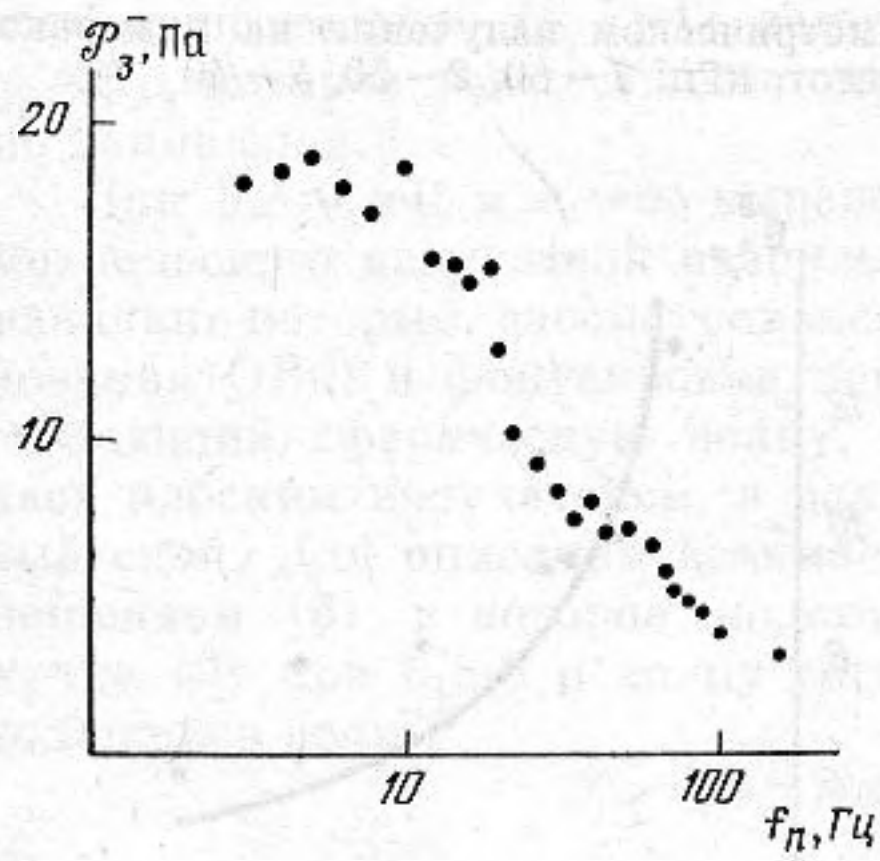
Фиг. 6



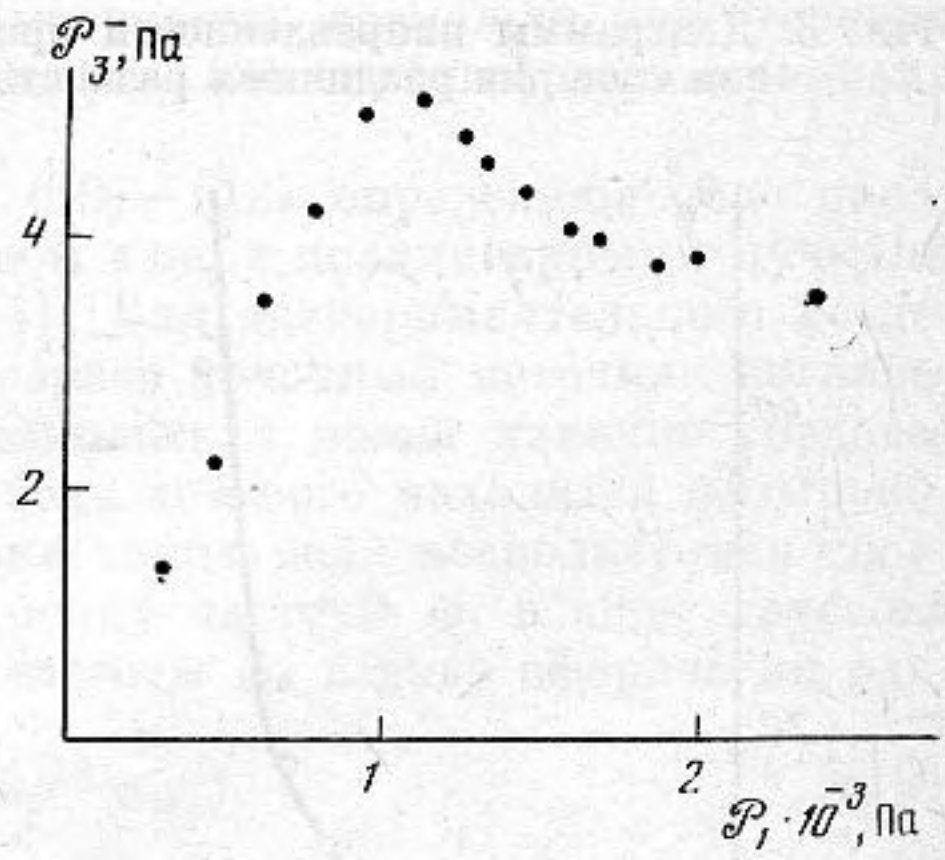
Фиг. 7

Фиг. 6. Зависимость ширины пучка от расстояния до слоя: *1* – при фокусировке, *2* – при ОВФ

Фиг. 7. Зависимость давления на оси излучения от расстояния до слоя: *1* – при фокусировке, *2* – при ОВФ



Фиг. 8



Фиг. 9

Фиг. 8. Зависимость давления в области фокуса при ОВФ от частоты повторения импульсов при фиксированных амплитудах волн накачки и сигнала: $\mathscr{P}_1=2{,}8\cdot10^3$ Па, $\mathscr{P}_2=2{,}5\cdot10^3$ Па

Фиг. 9. Зависимость давления в области фокуса при ОВФ от давления накачки при фиксированной частоте повторения $f_n=100$ Гц, $\mathscr{P}_2=2{,}8\cdot10^3$ Па

пластине. Видно, что функция распределения пузырьков достаточно плавная и в интересующем нас интервале радиусов хорошо описывается законом $n(R)\sim R^{-3,5}$.

Диаграммы направленности снимались на расстоянии $R_0\simeq2{,}3$ м за пузырьковым слоем. Частота первого излучателя составляла 140 кГц, а второго – менялась от 80 до 120 кГц, так что разностная частота изменялась от 60 до 20 кГц, при этом происходило сканирование диаграммы направленности параметрического излучения. На фиг. 3 приведены несколько диаграмм направленности, а на фиг. 4, 5 – зависимости угла поворота диаграммы направленности и ширины диаграммы направленности от частоты. Видно неплохое согласие теории и эксперимента. При исследовании ОВФ и фокусировки звукового пучка первый излучатель накачки создавал квазиплоскую волну с частотой 100 кГц и амплитудой давления в области слоя $3{,}2\cdot10^3$ Па. В качестве излучателя сигнала использовался сферический излучатель 8100 фирмы «Брюль и Кьер», находящийся на расстоянии 1 м от пузырькового слоя; угол между линией, соединяющей излучатель сигнала и центр слоя, и акустической осью излучателя накачки составлял 10°. Амплитуда давления сигнальной волны в области слоя составляла $2\cdot10^3$ Па. Длительность импульсов накачки и сигнала состав-

ляла 1 и 0,3 мс соответственно. Напряжение на пластине при ОВФ было равно 30 в, а при фокусировке — 15 в. Для четкого выделения нелинейного сигнала от линейного, рассеянного пузырьками, частота сигнальной волны выбиралась равной 60 кГц, а прием осуществлялся на частоте 40 кГц. При помощи приемного гидрофона измерялись уровни и угловое распределение вторичного поля на различных расстояниях до пузырькового слоя.

Как и следует из теории, поле разностной частоты наблюдалось в виде сходящихся пучков, распространяющихся в обе стороны от пузырькового слоя. Пучок в обратном направлении соответствовал ОВФ, а в прямом — фокусировке на нелинейном слое. Направление максимального излучения разностной частоты составляло 15° с осью излучателя накачки, что хорошо согласуется с формулой (5). На фиг. 6 приведена зависимость ширины пучка в прямом и обратном направлениях от расстояния до слоя. Видно, что она хорошо совпадает с экспериментальной. Уровень акустического поля (фиг. 7) несколько хуже совпадает с теорией, что, по-видимому, объясняется влиянием отражения от поверхности бассейна.

При теоретическом рассмотрении считали пузырьковую среду нелинейной с параметром нелинейности, выведенным в [3], и не учитывали влияние поля на распределение пузырьков по размерам [8, 20, 21]. В экспериментах это возможно лишь при достаточно малой средней интенсивности поля и длительности импульсов, когда эффекты, приводящие к слиянию и изменению размеров пузырьков, малы. При увеличении средней интенсивности поля (например, при уменьшении скважности или увеличении уровня поля) меняется функция распределения пузырьков по размерам, что приводит к уменьшению параметра нелинейности и, как следствие, к падению разностной частоты (фиг. 8, 9). Это явление ограничивает эффективность нелинейного взаимодействия на пузырьковом слое и исследовано еще не достаточно.

Авторы благодарны Л. А. Островскому за интерес к работе и ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кузнецов В. В., Накоряков В. Е., Покусаев Б. Г., Шрейбер И. Р.* Жидкость с пузырьками газа как пример среды Кортевега-де-Вриза-Бюргерса.— Письма в ЖЭТФ, 1976, т. 23, № 4, с. 194—198.
2. *Накоряков В. Е., Покусаев Б. Г.* Распространение волн в газо- и парожидкостных средах. Новосибирск: Изд-во ИТФ СО АН СССР, 1983.
3. *Кобелев Ю. А., Сутин А. М.* Генерация звука разностной частоты в жидкости с пузырьками различных размеров.— Акуст. журн., 1980, т. 24, № 6, с. 860—865.
4. *Назаров В. Е., Сутин А. М.* Характеристики параметрического излучателя звука с пузырьковым слоем в дальней зоне.— Акуст. журн., 1984, т. 30, № 6, с. 803—807.
5. *Владимиров Ю. М., Дружинин Г. А., Михайлов А. А., Токман С. С.* Самоусиление параметрического взаимодействия акустических волн в воде с растворенным газом.— Вестн. ЛГУ, 1984, № 10, с. 113—114.
6. *Басин Ю. А., Крячко В. М.* Экспериментальное исследование распространения импульсов сжатия в звуковом пучке в сильнонелинейной среде.— Акуст. журн., 1985, т. 31, № 4, с. 429—432.
7. *Iernetti G., Sagoo M. S.* Self-focusing of acoustic waves during cavitation.— Acustica, 1978, v. 41, p. 32—36.
8. *Кобелев Ю. А., Островский Л. А., Сутин А. М.* Эффект самопросветления для акустических волн в жидкости с пузырьками газа.— Письма в ЖЭТФ, 1970, т. 30, № 7, с. 423—425.
9. *Бункин Ф. В., Власов Д. В., Заболотская Е. А., Кравцов Ю. А.* Температурный и пузырьковый механизмы четырехфотонного обращения волнового фронта звуковых пучков.— Письма в ЖТФ, 1981, т. 7, в. 9, с. 560—563.
10. *Заболотская Е. А.* Обращение волнового фронта звуковых пучков при четырехфотонном взаимодействии в жидкости с газовыми пузырьками.— Акуст. журн., 1984, т. 30, № 6, с. 777—780.
11. *Козяев Е. Ф., Наугольных К. А.* О параметрическом излучении звука в двухфазной среде.— Акуст. журн., 1980, т. 26, № 1, с. 91—98.
12. *Акуличев В. А., Буланов В. А., Кленин С. А.* Акустическое зондирование газовых пузырьков в морской среде.— Акуст. журн., 1986, т. 32, № 3, с. 289—295.
13. *Клей К., Медвин Г.* Акустическая океанография. М.: Мир, 1980.
14. *Medwin H.* In situ acoustic measurements of microbubbles at sea.— J. Geophys. Res., 1977, v. 82, № 6, p. 971—976.

15. *Зверев В. И., Калачев А. И.* Излучение звука из области пересечения двух звуковых пучков.— Акуст. журн., 1969, т. 15, № 3, с. 369—376.
16. *Руденко О. В., Солуян С. Н.* Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975.
17. *Кустов Л. М., Назаров В. Е., Сутин А. М.* Обращение волнового фронта акустической волны на пузырьковом слое.— Акуст. журн., 1985, т. 31, № 6, с. 837—839.
18. *Новиков Б. К., Руденко О. В., Тимошенко В. И.* Нелинейная гидроакустика. Л.: Судостроение, 1981.
19. *Гаврилов Л. Г.* Содержание свободного газа в жидкостях и методы его измерения.— В кн.: Физические основы ультразвуковой технологии. М.: Наука, 1970.
20. *Кобелев Ю. А., Островский Л. А.* Коллективное самовоздействие звука в жидкости с пузырьками газа.— Письма в ЖЭТФ, 1983, т. 37, № 1, с. 5—8.
21. *Красильников В. А., Крылов В. В.* Введение в физическую акустику. М.: Наука, 1984.

Институт прикладной физики
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
2.XII.1985