3. *Miers M. K., Callegari A. J.* On the singular behavior of linear acoustic theory in near-sonic duct flows.— J. Sound Vibr., 1977, v. 51, p. 517–531.
4. *Celmins A.* Modified govering equations for unsteady compressible flow in ducts. Trans. ASME.— J. Appl. Mech., 1978, v. 45, № 4, p. 723–726.
5. *Nayfeh A. H., Shaker B. S., Kaise J. E.* Computation of Nonlinear One-dimensional Waves in Near-Sonic Flow.— AIAA Journ., 1978, v. 16, № 11, p. 1154–1159.
6. *Nayfeh A. H., Shaker B. S., Kaise J. E.* Transmission of Sound through Nonuniform Circular Ducts with Compressible Mean Flows.— AIAA Journ., 1980, v. 18, № 5, p. 515–525.
7. *Walkington N. J., Eversman W.* Finite Difference Solutions to Shocked Acoustic Waves.— AIAA Pap., 1983, № 671, p. 1–10.
8. *Куликовский А. Г., Слободкина Ф. А.* Об устойчивости произвольных стационарных течений в окрестности точек перехода через скорость звука.— ПММ, 1967, т. 31, № 4, с. 593–602.
9. *Карабутов А. А.* Исследование нестационарных трансзвуковых течений методом фазовой плоскости.— Вестн. МГУ. Сер. 3. Физика. Астрономия, 1982, т. 23, № 1, с. 26–30.
10. *Горьков Л. П., Питаевский Л. П.* Возникновение ударной волны при отражении слабого разрыва от звуковой линии.— Докл. АН СССР, 1962, т. 144, № 2, с. 293–296.

Московский государственный
университет им. М. В. Ломоносова
физический факультет

Поступило в редакцию
28.VI.1984
после исправления
25.XII.1985

УДК 532.593:532.529.5

О ВОЗБУЖДЕНИИ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН ЗВУКОМ В ЖИДКОСТИ С ПУЗЫРЬКАМИ ГАЗА

Ковалев В. Г., Наугольных К. А., Рыбак С. А., Фридлендер В. Б.

Звуковые волны, падающие из жидкости на ее свободную поверхность, в результате нелинейного взаимодействия с поверхностными волнами могут возбуждать капиллярные волны или изменять распределение энергии в спектре существующих поверхностных волн.

В рамках трехволнового взаимодействия возбуждение поверхностных волн звуком рассмотрено в [1, 2], при этом главную роль играет нелинейность свободной границы.

Газожидкостная среда характеризуется большой нелинейностью [3–5], обусловленной пузырьками газа, поэтому следует ожидать эффекта возбуждения поверхностной волны за счет нелинейности пузырьков.

Известно, что наибольший эффект при взаимодействии волн в жидкости с пузырьками газа достигается на частотах, близких к резонансной частоте пузырьков. Поэтому имеет смысл рассматривать возбуждение поверхностной волны высокочастотным звуком.

Для описания процесса в уравнениях движения жидкости с пузырьками необходимо удержать квадратичные нелинейные члены [4]. При этом не учитывается гидродинамическая нелинейность, так как она существенно слабее пузырьковой [6].

В уравнениях движения границы [1] пренебрегаем нелинейными членами, что позволяет выделить члены, ответственные за возбуждение поверхностной волны лишь за счет пузырьковой нелинейности.

Первым рассматривалось возбуждение поверхностной волны при комбинационном рассеянии звука на свободной поверхности. В этом случае взаимодействие звуковых волн нулевого и минус-первого дифракционных спектров приводит к нарастанию, а взаимодействие звуковых волн нулевого и плюс-первого дифракционных спектров – к затуханию поверхностной волны. Суммарный вклад этих взаимодействий приводит к нарастанию поверхностной волны с инкрементом

$$\delta=\pi^2(3\gamma+2)\frac{n}{R_0}Q_0\frac{\Omega_2}{\omega_0{}^2}\frac{k}{q\omega_0}\varphi_0{}^2. \qquad (1)$$

Здесь $k=\dfrac{\omega_0}{c_0}$; n – количество резонансных пузырьков в единице объема; R_0, ω_0, Q_0 – равновесное значение радиуса пузырька, собственная частота и добротность соответственно; γ – показатель адиабаты; Ω и q – частота и волновое число поверхностной волны; c_0 – скорость звука в жидкости; φ_0 – амплитуда исходной звуковой волны.

Численные оценки (1) показывают, что для газосодержаний $z_0=nV_0\gtrsim10^{-3}$ на частотах поверхностной волны $\Omega\geqslant10^3$ с$^{-1}$ вклад пузырьковой нелинейности в инкремент нарастания поверхностной волны становится сравнимым и больше вклада, привносимого нелинейностью границы [2].

Другая возможность генерации поверхностной волны достигается при вынужденном рассеянии двух высокочастотных звуковых волн на поверхности жидкости. В этом случае отношение вкладов в инкремент нарастания поверхностной волны за счет пузырьковой (δ) и граничной ($\delta_{гр}$) нелинейностей в приближении постоянной накачки имеет вид

$$\frac{\delta}{\delta_{гр}}=2\pi^2(3\gamma+2)\frac{n}{R_0}Q_0\frac{\Omega^2}{\omega_0^2}\frac{1}{k^3q}, \qquad (2)$$

где $k_1 \approx k_2 = k$; k_1, k_2 – волновые числа звуковых волн. Из (2) следует, что вклад пузырьковой нелинейности увеличивается с ростом значений величин z_0, R_0 и Ω. Например, при $R_0=200$ мкм, $\Omega=100$ с$^{-1}$ $\delta/\delta_{гр} \gtrsim 1$ для $z \gtrsim 7\cdot10^{-4}$; при $\Omega=10^3$ с$^{-1}$ $\delta/\delta_{гр} \gtrsim 1$ для $z_0 \gtrsim 4\cdot10^{-5}$.

Следует заметить, что в реальных условиях присутствие газовых пузырьков в приповерхностном слое океана не окажет заметного влияния на возбуждение поверхностных волн звуком, так как для типичных значений газосодержания $z_0 \sim \sim 10^{-6} \div 10^{-10}$ и размеров пузырьков $R_0 \sim 20 \div 200$ мкм [3, 7] нелинейность границы значительно сильнее нелинейности, обусловленной наличием газовых пузырьков.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гончаров В. В., Наугольных К. А., Рыбак С. А.* О возбуждении поверхностных волн звуком.– Изв. АН СССР. ФАО, 1979, т. 15, № 5, с. 431–434.
2. *Варавин В. Ю., Наугольных К. А., Рыбак С. А.* О генерации поверхностных волн при комбинационном рассеянии звука.– Изв. АН СССР. ФАО, 1980, т. 16, № 5, с. 510–516.
3. *Кобелев Ю. А., Островский Л. А.* Модели газожидкостной смеси как нелинейной диспергирующей среды.– В кн.: Нелинейная акустика. Горький: ИПФ АН СССР, 1980, с. 143–160.
4. *Кобелев Ю. А., Сутин А. М.* Генерация звука разностной частоты в жидкости с пузырьками различных размеров.– Акуст. журн., 1980, т. 26, № 6, с. 860–865.
5. *Заболотская Е. А.* Нелинейные акустические и комбинированные методы спектроскопии газовых пузырьков в жидкости.– В кн.: Исследования по гидрофизике.– Тр. ФИАН, т. 156. М.: Наука, 1984, с. 31–41.
6. *Руденко О. В., Солуян С. И.* Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975. 286 с.
7. *Сандлер Б. М., Селивановский Д. А., Соколов А. Ю.* Измерение концентрации пузырьков в приповерхностном слое моря.– Докл. АН СССР, 1981, т. 260, № 6, с. 1474–1476.

Проектно-конструкторское бюро
электрогидравлики
Академии наук УССР

Акустический институт им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
14.XI.1985

УДК 534.26

УРАВНЕНИЯ ДЛЯ АКУСТИЧЕСКИХ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ С НЕЛИНЕЙНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Коротин П. И., Салин Б. М.

В настоящее время работу акустических излучателей принято описывать дифференциальным уравнением гармонического осциллятора [1, 2]:

$$(m+m_{пр})\ddot{x}+(\alpha+r_и)\dot{x}+kx=F_0e^{i\omega t}, \qquad (1)$$

где $\ddot{x}$, $\dot{x}$, x – соответственно ускорение, скорость и смещение поршня или мембраны на частоте ω.

При этом учет среды заключается во введении в уравнение присоединенной массы $m_{пр}$ и потерь на излучение $r_и$. Однако вследствие частотной зависимости этих параметров использование такой модели неправомерно в случае нелинейных систем и при произвольной зависимости от времени возбуждающей силы. В частности, жесткость мембраны или пружины k может зависеть от x; в электромагнитных излучателях, например, переменная сила F зависит от смещения мембраны относительно магнита. Наиболее явно эти явления сказываются при больших мощностях излучения, и тогда возникает задача получения строгого уравнения, учитывающего такие эффекты.

Используем уравнения движения и точные выражения для механических импедансов, которые обычно представляются в виде

$$z(\omega)=F_{ср}(\omega)/\dot{x}(\omega)=r_и+i\omega m_{пр}, \qquad (2)$$

где $F_{ср}(\omega)$ и $\dot{x}(\omega)$ – комплексные амплитуды силы реакции среды и скорости на частоте ω. Реакция среды для произвольной зависимости от времени с учетом (2)