УДК 534.26

ДИФРАКЦИЯ ЗВУКОВЫХ ПОЛЕЙ НА ТОНКИХ УПРУГИХ ТЕЛАХ ВРАЩЕНИЯ

Бойко А. И.

Пусть на тонкое упругое тело вращения S, граница которого в цилиндрических координатах r, ψ, z задается уравнением $r=\varepsilon F(z)$ (функция $F(z)$ – неотрицательная, достаточно гладкая при $|z|\leqslant l$ и такая, что $F(-l)=F(l)=0$; $2l$ – длина тела; $\varepsilon>0$ – малый параметр), падает плоская волна $v(r,\psi,z)=A_0\exp\{i(k_zz+k_xr\cos\psi+k_yr\sin\psi)\}$. Параметры упругой среды внутри тела λ, μ, $\tilde{\rho}$, где λ, μ – коэффициенты Ламе, $\tilde{\rho}$ – плотность. Параметры среды, окружающей тело, k, ρ, где $k=\omega/c$.

Обозначим через $p=u+v$ полное поле вне тела. Здесь u – рассеянное поле. Функция p удовлетворяет однородному уравнению Гельмгольца. Для вектора смещений $\mathbf{w}=\{w_r, w_\psi, w_z\}$ внутри тела выполняется уравнение $(\lambda+2\mu)\,\mathrm{grad}\,\mathrm{div}\,\mathbf{w}-\mu\,\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{w}=-\omega^2\tilde{\rho}\mathbf{w}$. На границе S тела имеют место условия:

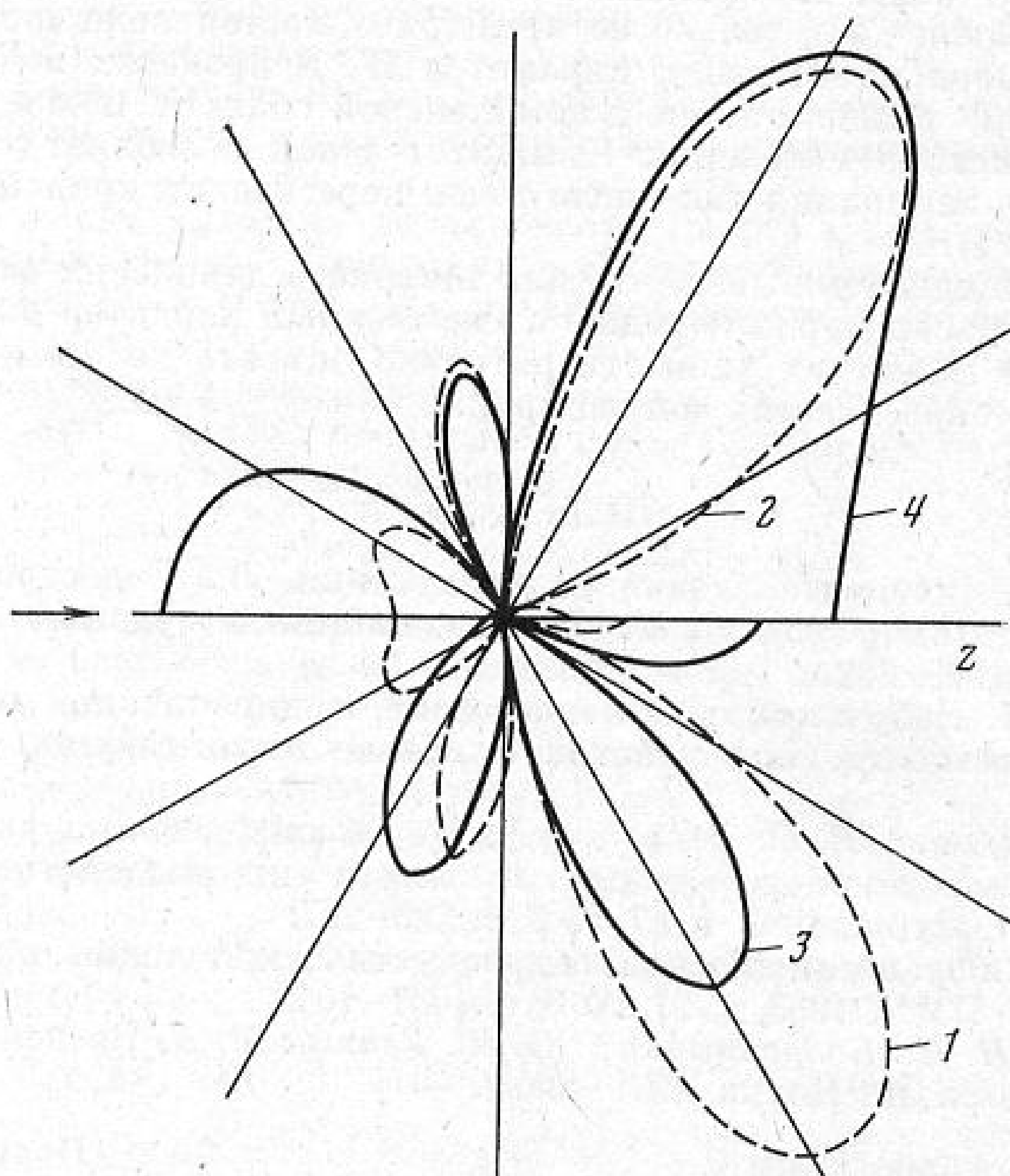
$$w_n|_S=\frac{1}{\omega^2\rho}\frac{\partial p}{\partial n}\bigg|_S,\qquad \sigma_{nn}|_S=-p|_S,\qquad \sigma_{n\tau}|_S=0.$$

Здесь w_n – нормальная составляющая вектора смещения $\mathbf{w}$, σ_{nn} – нормальное напряжение, $\sigma_{n\tau}$ – сдвиговое напряжение.

Рассеянное поле $u(r,\psi,z)$ удовлетворяет условию излучения Зоммерфельда: $u=R^{-1}\exp\{ikR\}f(\theta,\varphi;\varepsilon)+O(R^{-2})$ при $R\to\infty$, где R, θ, φ – сферические координаты.

Цель работы – нахождение главного члена $f_0(\theta,\varphi)$ амплитуды рассеяния $f(\theta,\varphi;\varepsilon)$.

Будем решать задачу дифракции на основе метода теории возмущений [1, 2], который в задачах теории колебаний получил название метода сращивания [3–5]. Этот метод заключается в представлении полей в окрестности тела в виде асимптотических разложений по малому параметру ε, носящих название внутренних разложений. В некоторой промежуточной зоне внутреннее разложение сращивается с внешним разложением, справедливым везде вне некоторой окрестности тела. Главный член внешнего разложения представляют в виде суммы потенциалов простого и двойного слоев относительно неизвестных плотностей объемной скорости, сосредоточенных на отрезке, совпадающем с осью вращения тела. В результате примене-



Амплитуды рассеяния плоской волны для упругих сфероидов из различных материалов: 1 – алюминий, 2 – сталь, 3 – медь, 4 – свинец ния метода сращивания находим главный член амплитуды рассеяния:

$$4f_0(\theta,\varphi)=\varepsilon^2A_0\Bigg\{\,2k^2\frac{\tilde\rho-\rho}{\tilde\rho+\rho}\sin\theta\sin\theta_0\cos(\varphi-\varphi_0)-$$

$$-k^2(1-\cos\theta\cos\theta_0)+\frac{\rho}{\tilde\rho}\,\frac{k_l^2k_t^2}{k_t^2-k_l^2}\Bigg\}\int\limits_{-l}^{l}S(x)\exp\{ikx(\cos\theta_0-\cos\theta)\}dx+$$

$$+\varepsilon^2\omega^2\rho\int\limits_{-l}^{l}\left[\,2\nu_{\text{ст}}S(x)\frac{d}{dx}w(x)+w(x)\frac{d}{dx}S(x)\right]\exp\{-ikx\cos\theta\}dx,$$

где $w(x)$ – решение уравнения о вынужденных продольных колебаниях упругого стержня:

$$\frac{d}{dx}\left[\,S(x)\frac{d}{dx}w(x)\,\right]+k_{\text{ст}}^2S(x)w(x)=$$

$$=A_0E_{\text{ст}}^{-1}\exp\{ikx\cos\theta_0\}\left[2i\nu_{\text{ст}}kS(x)\cos\theta_0+(2\nu_{\text{ст}}-1)\frac{d}{dx}S(x)\right].$$

Здесь $\varepsilon^2\pi S(x)$ – площадь поперечного сечения тела; $\nu_{\text{ст}}$ и $E_{\text{ст}}$ – коэффициент Пуассона и модуль Юнга для стержня; $k_{\text{ст}}$ – волновое число продольных волн в стержне; k_l – волновое число продольных волн в свободном пространстве; k_t – волновое число поперечных волн; $k_x=k\sin\theta_0\cos\varphi_0$, $k_y=k\sin\theta_0\sin\varphi_0$, $k_z=k\cos\theta_0$.

На фигуре приведены графики функций $|(\varepsilon^2A_0l)^{-1}f_0(\theta,\varphi=\varphi_0)|$ для вытянутых сфероидов: $S(x)=l^2-x^2$ при $kl=5$ и $\theta_0=0$. Направление падения плоской волны показано стрелкой. Ось z является осью вращения диаграмм направленности. Кривая *2* для стали наиболее близка к диаграмме направленности при рассеянии плоской волны на акустически идеально жестком сфероиде [6]. Кривая *3* для меди сильно отличается от этой диаграммы. Это отличие вызвано тем, что для меди величина $k_{\text{ст}}l=2{,}03$ лежит вблизи первого собственного значения $k_1=2{,}13$ однородного дифференциального уравнения, описывающего продольные колебания тела.

Автор приносит благодарность М. В. Федорюку и В. В. Тютекину за постановку задачи и Н. О. Максимовой за расчеты.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ван Дайк М.* Методы возмущений в механике жидкости. М.: Мир, 1957.
2. *Коул Дж.* Методы возмущений в прикладной математике. М.: Мир, 1972.
3. *Федорюк М. В.* Рассеяние звуковых волн тонким акустически жестким телом вращения.– Акуст. журн., 1981, т. 27, № 4, с. 605–609.
4. *Федорюк М. В.* Применение метода сращивания асимптотических разложений к рэлеевскому приближению в скалярной теории дифракции.– Акуст. журн., 1981, т. 27, № 3, с. 441–448.
5. *Бойко А. И.* Рассеяние плоских волн тонким телом вращения.– Акуст. журн., 1983, т. 29, № 3, с. 321–325.
6. *Конюхова Н. Б., Пак Т. В.* Дифракция плоской звуковой волны на жестком вытянутом сфероиде. М.: ВЦ АН СССР, 1985.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
19.XI.1985

УДК 534.21

К ВОПРОСУ ОБ АМПЛИТУДЕ РЕЗОНАНСНОГО РАССЕЯНИЯ ЗВУКА ОГРАНИЧЕННЫМИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ ОБОЛОЧКАМИ

Бугаев В. В., Музыченко В. В., Паникленко А. П.

Эксперименты по рассеянию звука на вытянутых ($L\gg R$) ограниченных оболочках вращения дают диаграммы направленности, обладающие устойчивыми характерными признаками. В работе [1] были приведены результаты эксперимента, показывающие, что при выполнении условий пространственного совпадения наблюдается значительное увеличение амплитуды рассеяния в незеркальном направлении. Блок-схема установки показана на фиг. 1. Тракт возбуждения, состоящий из задающего генератора *1*, усилителя *2* и антенны *3*, формировал и излучал возбуждающие импульсы длительностью $\tau\approx10-1500$ мкс с частотой заполнения $f_0\approx25\div500$ кГц.