УДК 534.26

ОБ АНОМАЛЬНОМ ОТРАЖЕНИИ ЗВУКА ОТ НЕРОВНОЙ ГРАНИЦЫ ЖИДКОСТЬ — ТВЕРДОЕ ТЕЛО

Лапин А. Д.

Пусть неровная поверхность $z=\zeta(x)\equiv a\cos(\beta x)$ является границей раздела между жидким и твердым однородными полупространствами и пусть из жидкости ($z>\zeta$) на нее падает плоская гармоническая волна частоты ω. Будем предполагать, что высота неровностей ζ мала по сравнению с длинами волн, распространяющимися в жидкости и в твердом теле, и они достаточно пологие, т. е. $2\pi a/\lambda\ll1$, $\beta a\ll1$, где λ — любая из длин волн в жидкости или в твердом теле. Наличие малых синусоидальных неровностей на границе приводит к тому, что в жидком и в твердом полупространствах возникает рассеянное поле, представляющее собой набор брэгговских спектров. Рассеяние звука от этих малых неровностей будет сильным (резонансным), если какой-либо брэгговский спектр является поверхностной волной, бегущей вдоль границы, и слабым (нерезонансным) — в противном случае. Нерезонансное рассеяние звука от неровной границы жидкость — твердое тело было исследовано на основе теории малых возмущений в работе [1]. Ниже рассмотрена задача о резонансном рассеянии звука от этой границы. Решение ее получено методом связанных мод [2].

Обозначим через ρ и ρ_1 — соответственно плотности жидкости и твердого тела, а через c, c_l и c_t — соответственно скорость звука в жидкости и скорости продольной и поперечной волн в твердом теле. Выберем падающую волну с потенциалом

$$\Phi_0=\exp(-ikz),\tag{1}$$

где $k=\omega/c$. Исследуем рассеяние этой волны от малых синусоидальных неровностей с периодом $2\pi/\beta$, равным или близким $2\pi/\xi$, где ξ — волновое число незатухающей поверхностной волны, бегущей вдоль плоской границы жидкость — твердое тело [3, 4]. Волновое число ξ является решением уравнения

$$(\xi^2+s^2)^2-4\xi^2qs+\frac{k_t^4q}{mp}=0,$$

где

$$p=\sqrt{\xi^2-k^2}>0,\quad q=\sqrt{\xi^2-k_l^2}>0,\quad s=\sqrt{\xi^2-k_t^2}>0,\quad k_l=\omega/c_l,\quad k_t=\omega/c_t,\quad m=\rho_1/\rho.$$

Согласно соотношению Брэгга, при $\beta\approx\xi$ периодические неровности эффективно возбуждают поверхностные волны, бегущие в положительном и в отрицательном направлениях оси x.

Обозначим потенциал полного звукового поля в жидкости через Φ, а потенциалы продольных и поперечных волн в твердом теле соответственно через φ и ψ. Эти потенциалы удовлетворяют уравнению Гельмгольца в соответственных средах и следующим граничным условиям при $z=\zeta(x)$:

$$\begin{gathered}\left[\frac{\partial\varphi}{\partial z}+\frac{\partial\psi}{\partial x}-\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right]-\tau\left[\frac{\partial\varphi}{\partial x}-\frac{\partial\psi}{\partial z}-\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right]=0,\\ \sigma_{zz}-2\tau\sigma_{zx}+\tau^2\sigma_{xx}+i\omega\rho(1+\tau^2)\Phi=0,\\ (1-\tau^2)\sigma_{zx}+\tau(\sigma_{zz}-\sigma_{xx})=0,\end{gathered}\tag{2}$$

где $\tau(x)=d\zeta/dx$, σ_{ik} — тензор напряжений. Граничные условия (2) описывают тот факт, что на поверхности раздела между жидкостью и твердым телом нормальные компоненты смещения и напряжения непрерывны, а касательная компонента напряжения отсутствует.

Решение задачи о резонансном рассеянии звука получим методом связанных мод [2]. Согласно теореме Флоке [5], звуковые поля Φ, φ и ψ являются периодическими функциями с периодом $2\pi/\beta$. Разлагая эти функции в ряде Фурье, используя уравнение Гельмгольца и условие излучения при $z\to\mp\infty$, получим следующие выражения для Φ, φ и ψ:

$$\begin{gathered}\Phi(x,z)=\exp(-ikz)+V_0\exp(ikz)+V_1[\exp(i\beta x)+\exp(-i\beta x)]\exp(-p_1z)+\ldots,\\ \varphi(x,z)=W_0\exp(-ik_lz)+W_1[\exp(i\beta x)+\exp(-i\beta x)]\exp(q_1z)+\ldots,\\ \psi(x,z)=T_1[\exp(i\beta x)-\exp(-i\beta x)]\exp(s_1z)+\ldots,\end{gathered}\tag{3}$$

где

$p_1=\sqrt{\beta^2-k^2}$, $\operatorname{Re}p_1\geqslant0$, $\operatorname{Im}p_1\leqslant0$, $q_1=\sqrt{\beta^2-k_l^2}$, $\operatorname{Re}q_1\geqslant0$, $\operatorname{Im}q_1\leqslant0$, $s_1=\sqrt{\beta^2-k_t^2}$, $\operatorname{Re}s_1\geqslant0$, $\operatorname{Im}s_1\leqslant0$, V_0, W_0, V_1, W_1, T_1, ... — амплитуды, подлежащие определению. Величины V_0 и W_0 являются соответственно эффективными коэффициентами отражения и прозрачности для неровной границы.

Удовлетворим граничным условиям (2). С этой целью подставим поля в виде (3) в эти граничные условия и в полученных соотношениях учтем малые величины до второго порядка (включительно) по амплитуде неровностей. Приравнивая нулю коэффициенты при гармониках $\exp(in\beta x)$, где $n=0,\pm1,\pm2,\ldots$, получим бесконечную систему алгебраических уравнений для искомых амплитуд. При малых синусоидальных неровностях можно ограничиться учетом взаимодействия трех спектров

(0, ±1). В приближении «трехмодового взаимодействия» получим следующие выражения для амплитуд:

$$
\begin{gathered}
V_0=\frac{1}{\Delta}\{(m-k_l/k)F(\beta)[1+0(k_t^2a^2)]+k_t^2a^2[P-Q]\},\\
W_0=\frac{1}{\Delta}\{2F(\beta)+k_t^2a^2R\},\qquad \{V_1, W_1, T_1\}\sim\frac{k_ta}{\Delta},
\end{gathered}
\tag{4}
$$

где

$$
\Delta=\{(m+k_l/k)F(\beta)[1+0(k_t^2a^2)]+k_t^2a^2[P+Q]\},\qquad F(\beta)=\left\{[(2\beta^2-k_t^2)^2-4\beta^2q_1s_1]+\right.
$$

$$
\left.+\frac{k_t^4q_1}{mp_1}\right\},\qquad F(\xi)=0,\qquad P=\frac{1}{2}\{[k_l^2(2\beta^2-k_t^2)(m-2)+k^2k_t^2q_1/p_1]+
$$

$$
+ik_lk_t^2q_1(m-1)^2/m\},
$$

$$
Q=\frac{1}{2kp_1}\{[k^2k_lk_t^2q_1(2-1/m)-k_l^3p_1(2\beta^2-k_t^2)]+
$$

$$
+ik^2[k^2k_t^2q_1/p_1-2k_l^2(2\beta^2-k_t^2)]+ik_l^4[4p_1s_1\beta_2/k_t^2-k_t^2/m]\},
$$

$R=[k^2k_t^2q_1/p_1-k_l^2(2\beta^2-k_t^2)/m]$, $0(k_t^2a^2)$ – малая величина порядка $k_t^2a^2$.

Исследуем зависимость амплитуд от периода $2\pi/\beta$ неровностей. Вдали от резонанса, т. е. при β, не близком ξ, коэффициент $F(\beta)$ является величиной нулевого порядка и формулы (4) можно преобразовать к виду

$$
V_0=\frac{\rho_1c_l-\rho c}{\rho_1c_l+\rho c}+0(k_t^2a^2),\qquad W_0=\frac{2\rho c_l}{\rho_1c_l+\rho c}+0(k_t^2a^2),
$$

$$
\{V_1, W_1, T_1\}\sim k_ta.
$$

Согласно этим формулам, вдали от резонанса эффективные коэффициенты отражения и прозрачности для неровной границы отличаются от соответственных коэффициентов отражения и прозрачности для плоской границы на малую величину порядка $(k_t^2a^2)$.

Интенсивное отражение звука от неровной границы происходит при периоде неровностей, равном или близком $2\pi/\beta_0$, где $\beta_0=\xi\{1+0(k_t^2a^2)\}$. При резонансе $(\beta=\beta_0)$ вещественная величина $\{2F(\beta)+k_t^2a^2R\}$ обращается в нуль и из формул (4) получим следующие соотношения: $|V_0|=1$, $W_0=0$, $\{V_1, W_1, T_1\}\sim1/(k_ta)$. Таким образом, при резонансе падающая волна (1) полностью отражается от границы с малыми синусоидальными неровностями. Вдоль границы побегут поверхностные волны с амплитудой, пропорциональной $1/(k_ta)$.

Аналогичным способом можно исследовать отражение плоской волны, падающей под углом θ к оси z. Резонансное рассеяние происходит от неровностей с периодами $\Lambda_1=2\pi/(\xi-k\sin\theta)$ и $\Lambda_2=2\pi/(\xi+k\sin\theta)$. Согласно соотношению Брэгга, эти периодические неровности эффективно возбуждают поверхностные волны, бегущие соответственно в положительном и отрицательном направлениях оси x. При резонансе падающая звуковая волна полностью отражается от неровной границы жидкость – твердое тело. Пусть на границе имеются малые синусоидальные неровности с периодом Λ_0, где $|2\pi/\Lambda_0-\xi|<k$. Аномальное отражение звука от нее происходит при углах падения θ, удовлетворяющих соотношению $|\theta-\theta_0|\lesssim(k_ta)^2$, где $\theta_0=$ $=\arcsin\left\{\frac{1}{k}|2\pi/\Lambda_0-\xi|\right\}$. При θ, равном θ_0, звуковая волна полностью отражается от этой границы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Лапин А. Д.* Рассеяние звука на шероховатой поверхности твердого тела.– Акуст. журн., 1964, т. 10, № 1, с. 71–80.
2. *Элаши Ш.* Волны в активных и пассивных периодических структурах. Обзор.– ТИИЭР, 1976, т. 64, № 12, с. 22–59.
3. *Бреховских Л. М.* Волны в слоистых средах. М.: Изд-во АН СССР, 1957. 502 с.
4. *Викторов И. А.* Звуковые поверхностные волны в твердых телах. М.: Наука, 1981. 288 с.
5. *Бриллюэн Л., Пароди М.* Распространение волн в периодических структурах. М.: Изд-во иностр. лит., 1959. 458 с.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
6.III.1984