

ИЗЛУЧЕНИЕ АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ ТОНКИМ ТЕЛОМ ВРАЩЕНИЯ

Бойко А. И., Федорюк М. В.

Пусть в изотропной акустической среде с параметрами ρ , c , $k=\omega/c$ расположено тонкое тело вращения с гладкой поверхностью S , описываемой в цилиндрических координатах уравнением $r=\varepsilon F(z)$, где $|z|\leq l$, $F(-l)=F(l)=0$; $\varepsilon=k \max F(z)$ — малый параметр. Рассмотрим два случая. В случае I объем внутри поверхности S заполнен однородной акустической средой с параметрами ρ_1 , c_1 , а в случае II — упругой средой с параметрами $\tilde{\rho}$, λ , μ . Будем решать задачу об излучении поля p в случаях I и II при различных способах возбуждения.

Звуковое давление p удовлетворяет вне тела однородному уравнению Гельмгольца и условию излучения Зоммерфельда $p(R, \theta, \varphi) = f(\theta, \varphi; \varepsilon) R^{-1} \exp\{ikR\} + O(R^{-2})$ при $R \rightarrow \infty$. Здесь R , θ , φ — сферические координаты. В случае I поле \tilde{p} внутри тела удовлетворяет однородному уравнению Гельмгольца, а в случае II для вектора смещений w выполняется уравнение: $(\lambda+2\mu) \text{grad div } w - \mu \text{rot rot } w = \omega^2 \tilde{\rho} w$.

Рассмотрим четыре различные возможности возбуждения поля p . В случае I возбуждение поля p будем осуществлять, задавая на поверхности S некоторое распределение нормальной скорости $f_1(z)$ или давления $f_2(z)$, а в случае II — задавая нормальное смещение $\tilde{f}_1(z)$ или нормальное напряжение $\tilde{f}_2(z)$. Все эти возможности описываются следующими граничными условиями:

$$\tilde{p}|_S = p|_S, \quad \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial n} \Big|_S = \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial p}{\partial n} + f_1(z) \right] \Big|_S, \quad (1)$$

$$\tilde{p}|_S = [p + f_2(z)]|_S, \quad \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial n} \Big|_S = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} \Big|_S, \quad (2)$$

$$w_n|_S = \frac{1}{\omega^2 \rho} \left[\frac{\partial p}{\partial n} + \tilde{f}_1(z) \right] \Big|_S, \quad \sigma_{nn}|_S = -p|_S, \quad \sigma_{n\tau}|_S = 0, \quad (3)$$

$$w_n|_S = \frac{1}{\omega^2 \rho} \frac{\partial p}{\partial n} \Big|_S, \quad \sigma_{nn}|_S = [-p + \tilde{f}_2(z)]|_S, \quad \sigma_{n\tau}|_S = 0. \quad (4)$$

Здесь w_n — нормальное смещение, σ_{nn} — нормальное напряжение, $\sigma_{n\tau}$ — сдвиговое напряжение.

Найдем f_0 — главный член диаграммы направленности $f(\theta, \varphi; \varepsilon)$ при $\varepsilon \ll 1$. В силу осевой симметрии задачи $f_0 = f_0(\theta)$.

Будем решать каждую из задач (1)–(4) методом сращивания [1–5]. Опуская выкладки, аналогичные приведенным в работах [3–5], получим следующие значения для функций $f_0(\theta)$. В случаях (1) и (3) функция $f_0(\theta)$ имеет вид

$$f_0^{(1,3)}(\theta) = \frac{\varepsilon}{2\sqrt{\pi}} \int_{-l}^l \sqrt{S(z)} f(z) \exp\{-ikz \cos \theta\} dz, \quad (5)$$

где $S(z) = \pi [F(z)]^2$ — площадь поперечного сечения тела, а вместо $f(z)$ следует соответственно поставить $f_1(z)$ или $\tilde{f}_1(z)$. Заметим, что формула (5) совпадает с результатами работы [4] для тонкого тела.

Для случая (2) будем иметь:

$$f_0^{(2)}(\theta) = \frac{\varepsilon^2}{4\pi} \frac{\rho}{\rho_1} \int_{-l}^l \left\{ k_1^2 S(z) f_2(z) + \frac{d}{dz} \left[S(z) \frac{d}{dz} f_2(z) \right] \right\} \exp\{-ikz \cos \theta\} dz. \quad (6)$$

Задача (4) дает:

$$f_0^{(4)}(\theta) = \frac{\varepsilon^2}{4\pi} \left\{ \frac{\rho}{\tilde{\rho}} \frac{k_l^2 k_l^2}{k_l^2 - k_l^2} \int_{-l}^l S(z) \tilde{f}_2(z) \exp\{-ikz \cos \theta\} dz + \right. \\ \left. + \omega^2 \rho \int_{-l}^l \left[2\nu_{cr} S(z) \frac{d}{dz} v(z) + v(z) \frac{d}{dz} S(z) \right] \exp\{-ikz \cos \theta\} dz, \quad (7)$$

где функция $v(z)$ есть решение уравнения

$$\frac{d}{dz} \left[S(z) \frac{d}{dz} v(z) \right] + k_{ст}^2 S(z) v(z) = \\ = \frac{1}{E_{ст}} \left[(1-2\nu_{ст}) f_2(z) \frac{d}{dz} S(z) - 2\nu_{ст} S(z) \frac{d}{dz} f_2(z) \right].$$

Здесь k_l и k_t — волновые числа продольных и поперечных волн в теле, $E_{ст}$ — модуль Юнга, $\nu_{ст}$ — коэффициент Пуассона и $k_{ст}$ — волновое число продольных волн для стержня.

Сравнение формул (5)–(7) показывает, что в случаях (1) и (3) главный член диаграммы направленности излученного поля имеет порядок ϵ и пропорционален площади поверхности тела. При этом не используется никакая информация о

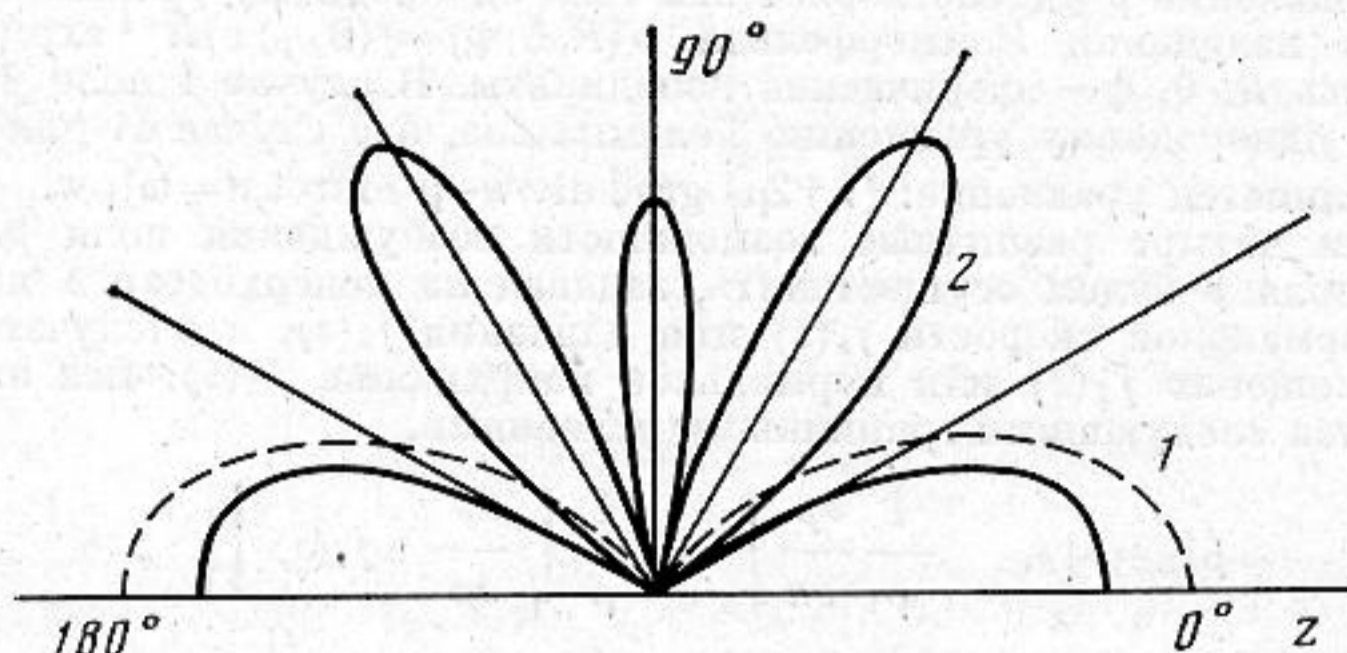


График $f_0^{(2)}(\theta)$ для $f_2(z) = \sin qz$ при $ql=6$ (1), график $f_0^{(2)}(\theta)$ для $f_2(z) = \cos qz$ при $ql=8$ (2)

внутренней структуре тела. В случаях (2) и (4) излученное поле имеет порядок ϵ^2 и пропорционально объему тела и его производной. Если внутри S упругая среда, то для нахождения излученного поля необходимо решить задачу о продольных колебаниях тела.

Были проведены расчеты по формуле (6) задачи (2) для вытянутого сфероида: $F(z) = \sqrt{l^2 - z^2}$ при $k_1 l = 4$ и $kl = 5$. На фигуре приведены графики функций $f_0^{(2)}(\theta)$. Ось z является осью вращения диаграмм направленности.

Авторы приносят благодарность В. В. Тютюкину за постоянное внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ван-Дайк М. Методы возмущений в механике жидкости. М.: Мир, 1957.
2. Коул Дж. Методы возмущений в прикладной математике. М.: Мир, 1972.
3. Федорюк М. В. Рассеяние звуковых волн тонким акустически жестким телом вращения. — Акуст. журн., 1981, т. 27, № 4, с. 605–609.
4. Коняев С. И., Федорюк М. В. Излучение звука телом вращения. — Акуст. журн., 1982, т. 28, № 5, с. 653–659.
5. Бойко А. И. Рассеяние плоских волн тонким телом вращения. — Акуст. журн., 1983, т. 29, № 3, с. 321–325.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
4.IV.1985

УДК 534.231.1

РАСЧЕТ ПЛЕНОЧНЫХ ЛИНЗ ДЛЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН НА АНИЗОТРОПНЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ

Бородий Ю. Н., Гранкин И. М., Кулаева Ч. Г.

Перспективными областями применения линз в технике поверхностных акустических волн (ПАВ) являются локальное повышение плотности мощности волны и обработка информации [1–4]. В работах [2, 3] изложены теория и экспериментальные результаты для линз на поверхностях изотропных материалов и кристаллов, для которых применима параболическая аппроксимация кривой фазовых скоростей. В настоящей работе приведены расчетные соотношения для пленочных линз на поверхностях с произвольным характером акустической анизотропии и представлены соответствующие экспериментальные результаты.