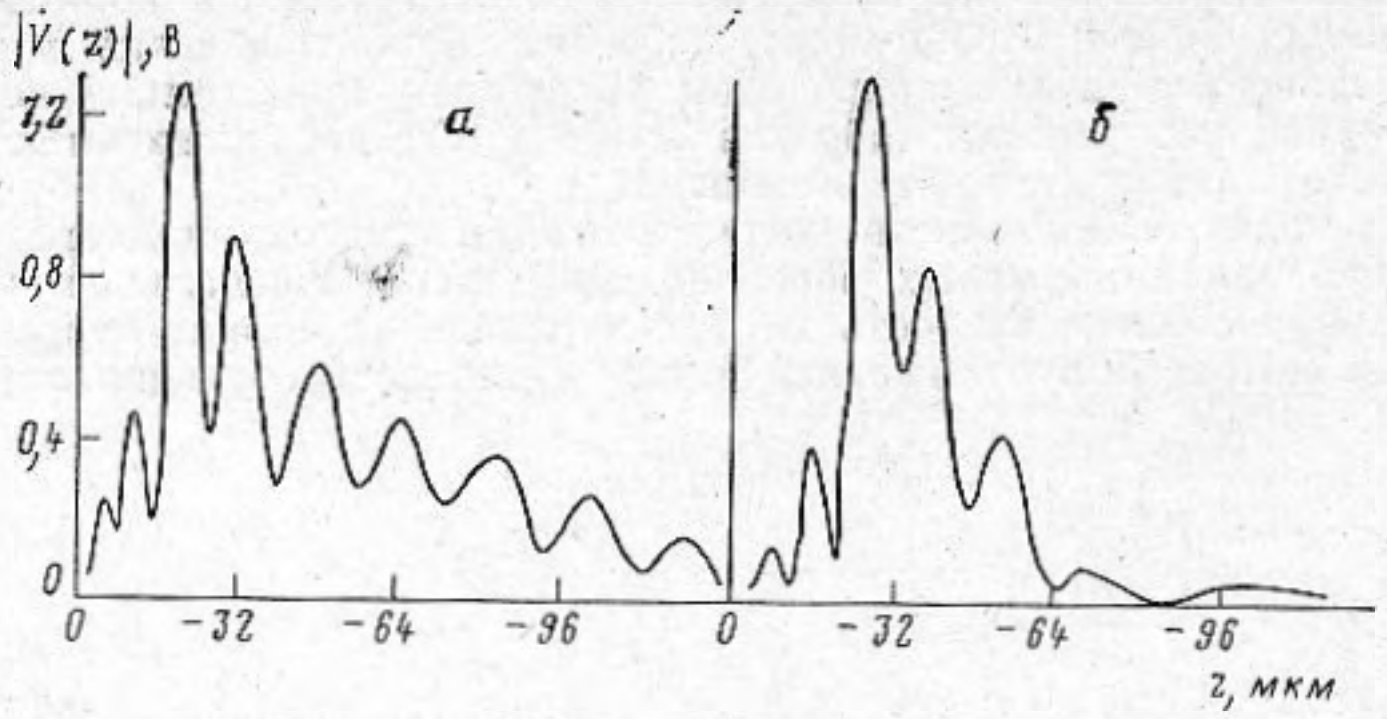

Фиг. 4. $|\dot{V}(z)|$, полученные на торцах кварцевых волокон; *а* — ∅ 120, *б* — ∅ 50 мкм

{100} и некоторых других материалов. В этом случае для измерений можно использовать цилиндрическую акустическую линзу [6, 7], однако требуемые размеры образцов при этом заметно увеличиваются.

Таким образом, проведенные исследования позволяют сделать вывод, что на плоских поверхностях микроскопических образцов сканирующим акустическим микроскопом возможны измерения скорости рэлеевской ПАВ в диапазоне $1{,}7\cdot10^3$–$6{,}0\cdot10^3$ м/с с точностью $\leqslant 1\%$ без жестких требований к элементам акустического тракта и обработке поверхности образца.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Weglein R. D.* SAW dispersion and film thickness measurements by acoustic microscopy.– Appl. Phys. Lett., 1979, v. 35, № 3, p. 215–217.
2. *Викторов И. А.* Звуковые поверхностные волны в твердых телах. М.: Наука, 1981. 287 с.
3. *Parmon W., Bertony H. L.* Ray interpretation of the material signatures in the acoustic microscope.– Electron. Lett., 1979, v. 15, № 21, p. 684–685.
4. *Atalar A.* An angular spectrum approach to contrast in reflection acoustic microscopy.— J. Appl. Phys., 1978, v. 49, № 10, p. 5130–5139.
5. *Atalar A.* A physical model for acoustic signatures.– J. Appl. Phys., 1979, v. 50, № 12, p. 8237–8239.
6. *Березина С. И.* Применение акустического микроскопа к определению ориентационных зависимостей скорости поверхностных акустических волн в кристаллах.– В кн.: XI Всесоюз. конф. по акустоэлектронике и квантовой акустике. Материалы, ч. I. Душанбе: Дониш, 1981, с. 84–85.
7. *Kushibiki J., Ohkubo A., Chubachi N.* Linearly focused acoustic beams for acoustic microscopy.– Electron. Lett., 1981, v. 17, № 15, p. 520–522.

Институт радиотехники и электроники
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
30.I.1985

УДК 534.222.2;534.286-14

НЕЛИНЕЙНОЕ ЗАТУХАНИЕ АКУСТИЧЕСКОГО ПАКЕТА, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕГОСЯ В ЖИДКОСТИ ВБЛИЗИ ЕЕ ВЗВОЛНОВАННОЙ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Павлов В. И., Слабейцис Ю.

Результаты многочисленных экспериментальных работ, посвященных исследованию распространения звука в океане, свидетельствуют о наличии аномально большого затухания звука, значительно превосходящего классическое поглощение в морской воде за счет вязкости (см., например, монографию [1]). Дело в том, что затухание звука в океане – это сложное физическое явление, обусловленное механизмами различной физической природы. К причинам, наиболее существенно влияющим на дополнительное затухание, относятся поглощение и рассеяние звука неоднородностями среды и включениями, релаксационные процессы, взаимодействие звукового поля с внутренними волнами, нелинейное взаимодействие звукового сигнала с низкочастотным акустическим шумом [1–3]. Здесь же следует отметить и механизм затухания, связанный с рассеянием когерентной звуковой волны на случайных поверхностных неоднородностях [3, 4], а также вклад в процессы рассеяния и по-

глощения звука в приповерхностном слое океана, вносимый воздушными пузырьками, образующимися при разрушении ветровых волн [3].

В настоящей работе обращается внимание на дополнительный механизм затухания, обусловленный нелинейным взаимодействием акустического сигнала с поверхностными возбуждениями жидкости. Указанный эффект при определенных условиях может играть существенную роль в процессе затухания звука в океане.

Будем предполагать, что спектрально узкий акустический пакет распространяется на глубине z_0 параллельно взволнованной поверхности жидкости. Систему координат выберем так, чтобы плоскость xOy совпадала с невозмущенной поверхностью жидкости, а ось Oz была направлена вверх. Пусть свободная поверхность жидкости описывается уравнением $z=\eta(x, y, t)$.

Волнение поверхности океана, обусловленное ветром, сосредоточено в низкочастотной области. Максимальной спектральной плотности энергии поверхностных волн соответствуют частота Ω_m и волновой вектор $\varkappa_m$. По порядку величины $\Omega_m \sim g/u$, где u – скорость ветра, а g – ускорение свободного падения. Взволнованность поверхности характеризуется безразмерной величиной $\varepsilon=\langle|\nabla\eta|^2\ll 1$. В дальнейшем будем считать, что центральная частота пакета ω_0 удовлетворяет условию $\omega_0 \gg gs/u^2$, где s – скорость звука в жидкости. Если принять, что $u>3$ м/с, то оценка дает $\omega_0 \geqslant 1{,}5\cdot 10^3 \div 1{,}5\cdot 10^2$ с$^{-1}$. Следовательно, эффект имеет смысл рассматривать для достаточно высоких звуковых частот.

Взаимодействие звука с поверхностными волнами приводит к затуханию сигнала. Можно ожидать, что при взаимодействии высокочастотного акустического сигнала с низкочастотным шумом поверхностных волн декремент затухания $\delta \sim \nu_{эфф} k^2$, т. е. пропорционален квадрату характерного волнового числа пакета [2]. Величина $\nu_{эфф}$ имеет размерность кинематической вязкости и может быть названа эффективной вязкостью.

Основной вклад в процесс будут вносить только те из трехволновых взаимодействий, для которых выполняется условие синхронизма $\omega_k=\omega_{k'}\pm\Omega_\varkappa$. Здесь волновые векторы k, k', относятся к звуку, а $\varkappa$ – к поверхностным волнам.

Эффективная вязкость $\nu_{эфф}$ может зависеть от следующих параметров: ускорения свободного падения g, плотности жидкости ρ и скорости ветра u, которые определяют поведение поверхностных гравитационных возбуждений, а также от скорости звука и плотности среды ρ, характеризующих распространение акустического сигнала. Характер этой зависимости нетрудно определить, пользуясь соображениями размерности:

$$\nu_{эфф} \sim \frac{u^3}{g}\left(\frac{u}{s}\right)^\gamma F(\varepsilon).$$

Здесь γ – пока неопределенный параметр. Для его нахождения заметим, что гамильтониан взаимодействия для интересующего нас процесса можно записать в виде

$$\mathcal{H}_i = \int dx\, \rho'(\mathbf{v}\nabla\varphi). \tag{1}$$

Здесь $\mathbf{v}$ – скорость среды в области локализации пакета, вызванная движением поверхности жидкости, ρ' – отклонение плотности среды от своего равновесного состояния, φ – потенциал скоростей.

Для дальнейшего анализа полезно воспользоваться квантовомеханической аналогией. Согласно этой аналогии, декремент затухания будет пропорционален вероятности процессов слияния и распада элементарных возбуждений акустических и поверхностных волн в единицу времени, т. е.

$$\delta \sim W_{пер} \sim |\langle\mathcal{H}_i\rangle|^2 \delta(\omega_k-\omega_{k'}+\Omega_\varkappa). \tag{2}$$

Входящая сюда дельта-функция обеспечивает резонансные условия процесса. Учитывая дисперсионные соотношения для звука $\omega_k=sk$ и условие $k=k'\varkappa$, дельта-функцию можно записать в виде $\delta(\omega_k-\omega_{k'}+\Omega_\varkappa)\simeq\delta\{\varkappa s)-\Omega_\varkappa\}=(1/\varkappa s)\delta(\cos\alpha-\Omega_\varkappa/\varkappa s)$. Здесь $\mathbf{s}=sk/k$ – групповая скорость пакета, α – угол между $\mathbf{s}$ и $\varkappa$. Поскольку в процесс взаимодействия вступают две акустические моды и одна поверхностная, то ясно, что матричный элемент $\langle\mathcal{H}_i\rangle$ пропорционален $|\nabla\eta|$ и, следовательно, $\delta\sim\langle|\nabla\eta|^2\rangle$.

Для определения параметра γ найдем зависимость декремента затухания от скорости звука. В гамильтониан взаимодействия (1) входит произведение $\rho'(\mathbf{v}\nabla\varphi)=\rho'(\nabla\Phi\nabla\varphi)$, где Φ – потенциал скоростей поверхностных колебаний. Поскольку $\varphi\sim\exp(ik\mathbf{r})$, $\Phi\sim\exp(i\varkappa\mathbf{r})$, то $\rho'(\mathbf{v}\nabla\varphi)\sim(k\varkappa)$ и, следовательно $|\langle\mathcal{H}_i\rangle|^2\sim(k\varkappa)^2=k^2\varkappa^2\cos^2\alpha$.

Таким образом, учитывая наличие дельта-функции, входящей в выражение (2), получаем $\delta\sim s^{-3}$, что дает для γ значение $\gamma=3$. Итак, на основе проведенного анализа приходим к формуле для декремента затухания:

$$\delta = Ck^2\frac{u^3}{g}\left(\frac{u}{s}\right)^3\langle|\nabla\eta|^2\rangle. \tag{3}$$

Полученное выражение указывает на очень сильную зависимость затухания сигнала от скорости ветра.

Для точного решения задачи воспользуемся гамильтоновским подходом, использовавшимся, например, в [5]. Уравнения, описывающие эволюцию акустической моды a_k, имеют вид $\dot{a}_k + i\omega_k a_k = -i\delta\mathcal{H}_i/\delta a_k^*$. Правую часть этого уравнения можно представить в виде

$$\frac{\delta\mathcal{H}_i}{\delta a_{\mathbf{k}}^*} = \int \frac{d\mathbf{k}'}{(2\pi)^{3/2}} \mathbf{V}_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} \{a_{\mathbf{k}'} \dot{\mathbf{v}}_{\mathbf{k}'-\mathbf{k}} + a_{\mathbf{k}'}^* \mathbf{v}_{\mathbf{k}'+\mathbf{k}}\}.$$

Здесь $\mathbf{v}_\varkappa$ – фурье-компонента скорости среды $\mathbf{v}$, а матричный элемент $\mathbf{V}_{kk'}$ определяется формулой

$$\mathbf{V}_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} = (1/2)[(\omega_{\mathbf{k}}/\omega_{\mathbf{k}'})^{1/2}\mathbf{k}' + (\omega_{\mathbf{k}'}/\omega_{\mathbf{k}})^{1/2}\mathbf{k}].$$

Совершив переход к новым переменным $c_k = a_k \exp(i\omega_k t)$, $c_k^* = a_k^* \exp(-i\omega_k t)$, получаем для c_k уравнение

$$\dot{c}_{\mathbf{k}} = i \int \frac{d\mathbf{k}'}{(2\pi)^{3/2}} \mathbf{V}_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} \{\exp(i\Delta_1 t)\, c_{\mathbf{k}'} \tilde{\dot{\mathbf{v}}}_{\mathbf{k}'-\mathbf{k}} + \exp(i\Delta_2 t)\, c_{\mathbf{k}'}^* \tilde{\dot{\mathbf{v}}}_{\mathbf{k}'+\mathbf{k}}\}, \qquad (4)$$

где

$$\Delta_{1,2} = \omega_{\mathbf{k}} \mp \omega_{\mathbf{k}'} \pm \Omega_{\mathbf{k}'\mp\mathbf{k}}, \quad \tilde{\mathbf{v}}_\varkappa = \mathbf{v}_\varkappa \exp(i\Omega_\varkappa t), \quad \tilde{\Delta}_{1,2} = \omega_{\mathbf{k}'} \mp \omega_{\mathbf{k}''} \pm \Omega_{\mathbf{k}''\mp\mathbf{k}'}.$$

Следуя известной процедуре замыкания уравнения (4) (см., например, [6–8]), можно получить уравнение, описывающее временную эволюцию регулярной составляющей амплитуды $\langle c_\mathbf{k} \rangle$. Явный вид этого уравнения здесь не приводится ввиду его громоздкости. Распределение скорости v в окрестности пакета дается выражением

$$\mathbf{v} \simeq \int \frac{d\varkappa}{(2\pi)} \left(\frac{\Omega_\varkappa}{\varkappa} \varkappa e^{-\varkappa z_0} \right) \eta_\varkappa e^{-i\Omega_\varkappa t}\, e^{i\varkappa \mathbf{r}}, \qquad (5)$$

если выполняется условие $\varkappa_m \sigma \ll 1$, причем σ – ширина акустического пакета. Фурье-компонента (5), следовательно, равна $\mathbf{v}_\varkappa = (\Omega_\varkappa/\varkappa)\varkappa \exp(-\varkappa z_0)\eta_\varkappa (2\pi)^{1/2}\delta(\varkappa_z)$. Будем предполагать, что спектральная и временна́я корреляции поверхностных колебаний описываются выражением $\langle \eta_\varkappa^*(t)\eta_{\varkappa'}(t') \rangle = (2\pi)^2 \delta(\varkappa - \varkappa') R(t-t')\varepsilon_\varkappa$. Для определенности примем для коэффициента временной корреляции $R(t) = \exp(-t/\tau)$. Предполагая, что $\langle c_\mathbf{k} \rangle$ существенно изменяется за время, значительно большее, чем время корреляции τ, находим $\langle \dot{c}_\mathbf{k} \rangle \simeq D\langle c_\mathbf{k} \rangle$, причем

$$D = \int d\varkappa\, (\varkappa k)^2 (\Omega_\varkappa^2/\varkappa^2)\, \varepsilon_\varkappa \exp(-2\varkappa z_0) \int_0^\infty dt R(t) \cdot \exp[i(\Omega_\varkappa - s\varkappa)t].$$

Реальная часть D определяет декремент затухания. В пределе при $\tau \to \infty$ действительная часть интеграла по времени дает $\pi\delta(\Omega_\varkappa - s\varkappa)$. Учитывая, что $\Omega_\varkappa = (g\varkappa)^{1/2} \ll s\varkappa$ и что основной вклад в интеграл дает область $\varkappa \approx \varkappa_m \approx q/u^2$, получаем для декремента затухания следующее выражение:

$$\delta = 2\pi k^2 \frac{u^6}{g s^3} \langle |\nabla\eta|^2 \rangle \exp(-2z_0 g/u^2), \qquad (6)$$

отличающееся от формулы (3) только экспоненциальным множителем, который получить из соображений размерности невозможно.

Как можно видеть из полученной формулы, эффект экспоненциально уменьшается с увеличением глубины распространения сигнала, что и следовало ожидать. Для оценки эффективности процесса полезно сравнить эффективную вязкость $\nu_{эфф}$ с кинематической вязкостью воды, которая при нормальных условиях имеет значение $\nu_0 \approx 10^{-6}$ м^{2}с$^{-1}$. Все приведенные далее численные оценки относятся к следующим значениям входящих в формулу (6) параметров: $s \approx 1450$ м/с, $g \approx 9{,}8$ м/с^2, $z_0 \sim 20$ м, $\langle |\nabla\eta|^2 \rangle \sim (1 \div 3) \cdot 10^{-2}$.

Согласно формуле (6), $\nu_{эфф}$ существенно зависит от скорости ветра. Для скорости ветра $u \sim 10$ м/с вклад рассмотренного процесса в затухание звука незначителен: $\nu_{эфф} \sim (10^{-2} - 10^{-1})\nu_0$. Но уже для скорости ветра $u \sim 20$ м/с значение эффективной вязкости возрастает до $\nu_{эфф} \sim (10^1 - 10^2)\nu_0$; при этом для частоты $\omega \sim 10^4$ с$^{-1}$ длина затухания $l_н \sim s^2/\nu_{эфф}\omega^2 \sim 10^3$ м, обусловленная рассматриваемым нелинейным механизмом, значительно меньше $l_{кл} \sim s^2/\nu_0^2\omega^2 \sim 2 \cdot 10^4$ м. Приведенные оценки показывают, что при определенных условиях рассмотренный эффект может играть важную роль в процессе распространения звука в приповерхностных слоях океана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Акустика океана/Под ред. Бреховских Л. М. М.: Наука, 1974. 696 с.
2. *Павлов В. И.* О поглощении звука в среде с шумом.– Акуст. журн., 1976, т. 22, № 4, с. 580–585.
3. *Бреховских Л. М., Лысанов Ю. П.* Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1982. 264 с.

4. *Кудряшов В. М.* К расчету акустических полей в волноводах со статистически неровной поверхностью.– В кн.: Математические проблемы геофизики. Вып. 4. Новосибирск: 1982, с. 256–272.
5. *Гончаров В. П., Красильников В. А., Павлов В. И.* К теории волновых взаимодействий в стратифицированных средах.– Изв. АН СССР. ФАО, 1976, т. 12, № 11, с. 1143–1151.
6. *Пелиновский Е. Н.* Распространение волн в статистически неоднородном океане.– В кн.: Нелинейные волны. М.: Наука, 1979, с. 331–355.
7. *Наугольных К. А., Рыбак С. А.* Затухание слабонелинейных волн.– Акуст. журн., 1976, т. 22, № 5, с. 735–741.
8. *Лифшиц И. М., Розенцвейг Л. Н.* К теории упругих свойств поликристаллов.– ЖЭТФ, 1946, т. 16, № 11, с. 967–981.

Московский государственный
университет им. М. В. Ломоносова

Поступило в редакцию
31.III.1983
после исправления
29.XI.1984

УДК 534.26

ДИФРАКЦИЯ ПОВЕРХНОСТНОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ ПРИ ЕЕ ПЕРЕХОДЕ С ПЛОСКОЙ НА ШЕРОХОВАТУЮ ЧАСТЬ ПОВЕРХНОСТИ

Попов В. В.

Влияние неровностей поверхности на отражение волн и распространение поверхностных акустических волн (ПАВ) изучалось в ряде работ [1–7]. Используемые в этих работах методы применимы в двух предельных случаях: либо размеры шероховатого участка поверхности достаточно малы, либо шероховата вся поверхность полупространства (или слоя). Бóльший практический интерес представляет задача о дифракции поверхностной волны при ее переходе с ровной на шероховатую часть поверхности. Решение указанной задачи позволяет проанализировать демпфирующие свойства шероховатой поверхности, в том числе найти коэффициент отражения ПАВ от шероховатого участка достаточно больших размеров и коэффициент прохождения через него, что представляет интерес при проектировании акустоэлектронных устройств. В математическом отношении, как показано ниже, данная задача родственна задаче Римана – Гильберта (или Винера – Хопфа), если флуктуации формы поверхности являются мелкомасштабными, т. е. корреляционный радиус флуктуаций мал в сравнении с длиной волны.

В данной работе изучается дифракция сдвиговой волны Гуляева – Блюстейна, описываемой уравнениями [8, с. 111]:

$$(\Delta+k^2)u=0, \qquad \Delta\Phi=0, \qquad \varphi=-\frac{4\pi\beta}{\varepsilon}(u+\Phi), \tag{1}$$

$\operatorname{Im} k>0$. Смысл обозначений в этих уравнениях тот же, что и в книге [8]. Предполагается, что u и Φ не зависят от координаты z, временная зависимость выбрана в виде $\exp(-i\omega t)$. Поверхность пьезоэлектрика считается металлизованной. Вначале будем полагать, что поверхность шероховата при всех $x>0$, причем форма поверхности является случайной функцией только координаты x. Если амплитуда искривлений достаточно мала и искривления достаточно плавные [9], то граничные условия можно «перенести» на плоскость $y=0$ и считать, что твердое тело занимает область $y>0$:

$$u+\Phi=0, \qquad \frac{\partial u}{\partial y}+\delta\frac{\partial\Phi}{\partial y}=F(x)\frac{\partial}{\partial x}(u+u_0), \tag{2}$$

где

$$u_0=A\exp(iq_0x-\delta q_0y), \qquad \Phi_0=-A\exp(iq_0x-q_0y), \tag{3}$$

u_0, Φ_0 – поле исходной ПАВ, дифракция которой изучается, u, Φ – искомое рассеянное поле, q_0 удовлетворяет дисперсионному уравнению $(k^2-q_0^2)^{1/2}-i\delta q_0=0$, $\delta=\varkappa^2/(1+\varkappa^2)$, $\varkappa$ – коэффициент электромеханической связи, $F=\theta(x)f(x)$, $f=d\xi/dx$, $\theta(x)=0$ при $x<0$, $\theta(x)=1$ при $x>0$, $\xi(x)$ – случайная функция, описывающая форму поверхности. Ниже считается, что $\bar{\xi}=\bar{f}=0$, где черта означает статистическое усреднение. Во втором из граничных условий (2) отброшено малое слагаемое $\sim\xi\partial^2(u+u_0)/\partial y^2$, что допустимо, если глубина проникновения ПАВ в твердое тело на шероховатой части поверхности велика в сравнении с длиной волны, а корреляционный радиус флуктуации формы поверхности l мал.

Используя метод, изложенный в книге [5, с. 68], найдем нелокальные граничные условия для когерентной составляющей рассеянного поля $\bar{u}$, $\bar{\Phi}$, исходя из которых