Измерение относительной интенсивности рассеянного поля $B(0, 0)/I_0$ позволяет определить коэффициент рассеяния звука дном по известной формуле [3]

$$m_v = \frac{B(0,0)H^3}{I_0 \pi c \tau \sin^3 \chi}, \tag{7}$$

где $\chi = \pi/2 - \theta_1$. Если измерить еще и вертикальный масштаб корреляции l_0, то можно определить и параметры грунта – коэффициенты поглощения β и объемного рассеяния m_0 по формулам

$$\beta = k l_0 \sin^2 \chi / 2H, \tag{8}$$

$$m_0 = m_v k l_0 \sin \chi / H. \tag{9}$$

Сделаем оценку получаемых величин β и m_0 подставив типичные значения входящих в формулы (8) и (9) параметров. Выбирая согласно экспериментальным данным (см. фиг. 1) $m_v = 2 \cdot 10^{-3}$ при $\chi = 30°$ и полагая $l_0 = 3$ м, $H = 100$ м, получаем для тангенса угла потерь $\varepsilon = \beta/2k$ и коэффициента объемного рассеяния звука в грунте m_0 следующие значения: $\varepsilon \simeq 2 \cdot 10^{-3}$, $m_0 \simeq 5 \cdot 10^{-5}\ \lambda^{-1}$, где λ – длина звуковой волны в воде.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ивакин А. Н.* О рассеянии звука многомасштабными неоднородностями подводного грунта.– Океанология, 1981, т. 21, № 1, с. 42–44.
2. *Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И.* Введение в статистическую радиофизику. Ч. II. М.: Наука, 1978. 464 с.
3. *Бунчук А. В., Житковский Ю. Ю.* Рассеяние звука дном океана в мелководных районах.– Акуст. журн., 1980, т. 26, № 5, с. 641–654.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
28.XII.1984

УДК 551.46

ОБ ОТКЛИКЕ АНТЕННЫ НА ЗВУКОВОЕ ПОЛЕ ВБЛИЗИ КАУСТИКИ

Комиссарова Н. Н.

Если звуковое поле представляет собой совокупность локально-плоских волн, то приемная антенна достаточно большого размера позволяет измерить угловые и энергетические характеристики этого поля, поскольку между ее откликом и этими характеристиками существует простое хорошо известное соотношение. В окрестности каустики, как известно, лучевое приближение непригодно и поле имеет сложный характер. При измерениях, проводимых с помощью антенны вблизи каустики, антенна может располагаться так, что только часть ее окажется в освещенной зоне, а другая часть – в зоне тени звукового поля. В этих случаях поле в пределах антенны нельзя рассматривать как суперпозицию локально-плоских волн. Возникает вопрос, как связан отклик антенны, расположенной вблизи каустики звукового поля, с параметрами этого поля. Будем рассматривать случай простой каустики, в окрестности которой в точку наблюдения приходят два луча: один – коснувшийся каустики, другой – еще ее не коснувшийся. Типичным примером простой каустики является каустика звукового поля точечного гармонического источника в среде с линейной зависимостью от глубины z квадрата показателя преломления: $n^2 = 1 - az$. Определим особенности отклика линейной вертикальной антенны, помещенной вблизи каустики этого поля.

Задача о поле точечного гармонического источника в среде с линейной зависимостью квадрата показателя преломления от глубины z хорошо исследована [1, 2]. Система лучей, распространяющихся в такой среде из источника, расположенного в точке $(0, z_0)$ (r, z – цилиндрические координаты), имеет огибающую – каустику, определяемую уравнением $ar = 2[(1-az)(1-az_0)]^{1/2}$.

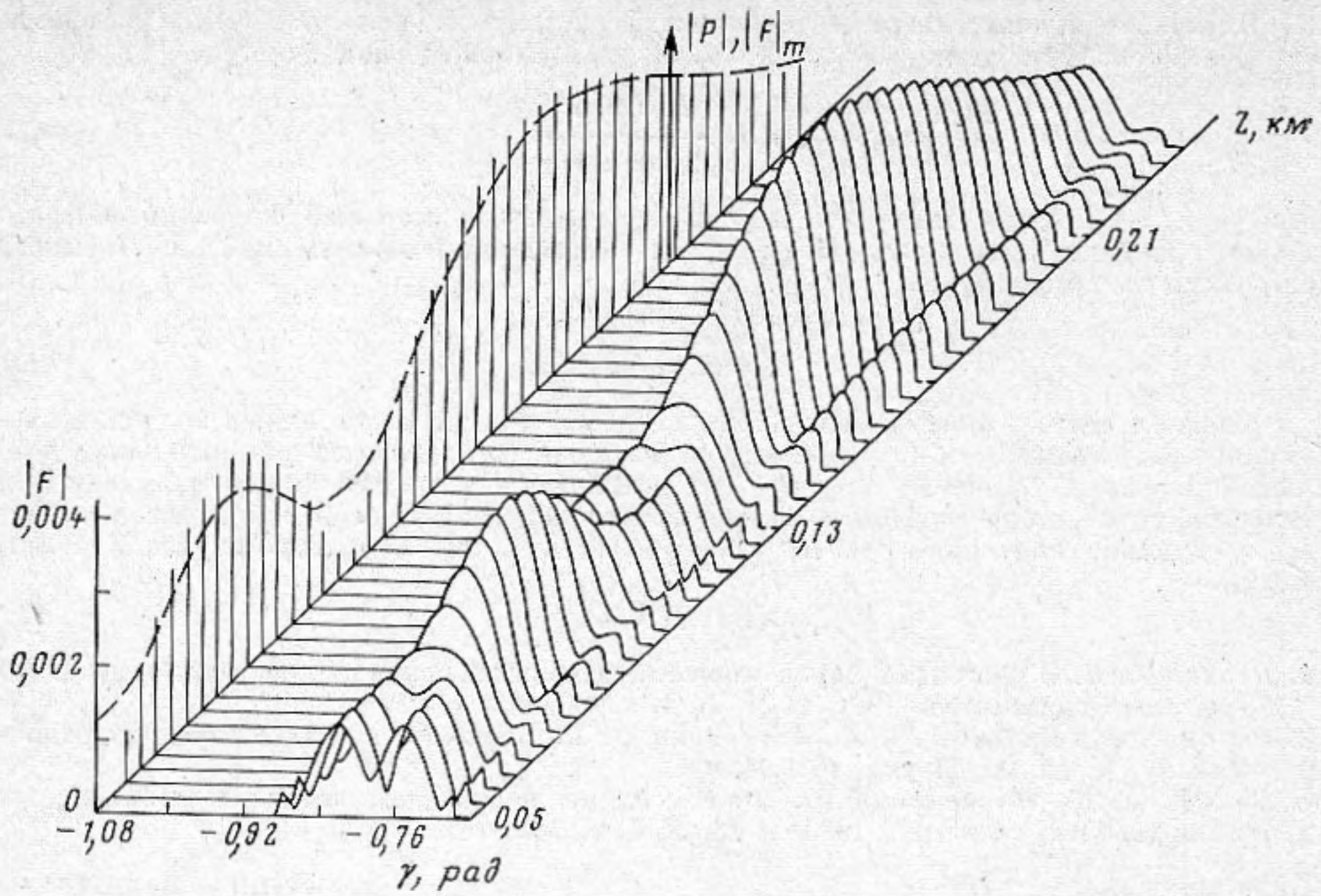
Асимптотическое представление поля вблизи каустики можно получить, применяя метод стационарной фазы к точному интегральному представлению поля [3]. Это асимптотическое представление для данной задачи имеет вид

$$P(r, z) = -\frac{k}{2\pi}\left(\frac{qq_0}{2kr\beta}\right)^{1/2}(q^2+q_0^2)^{-3/4}\exp(-\pi i/4 + i\sigma)\,v(T). \tag{1}$$

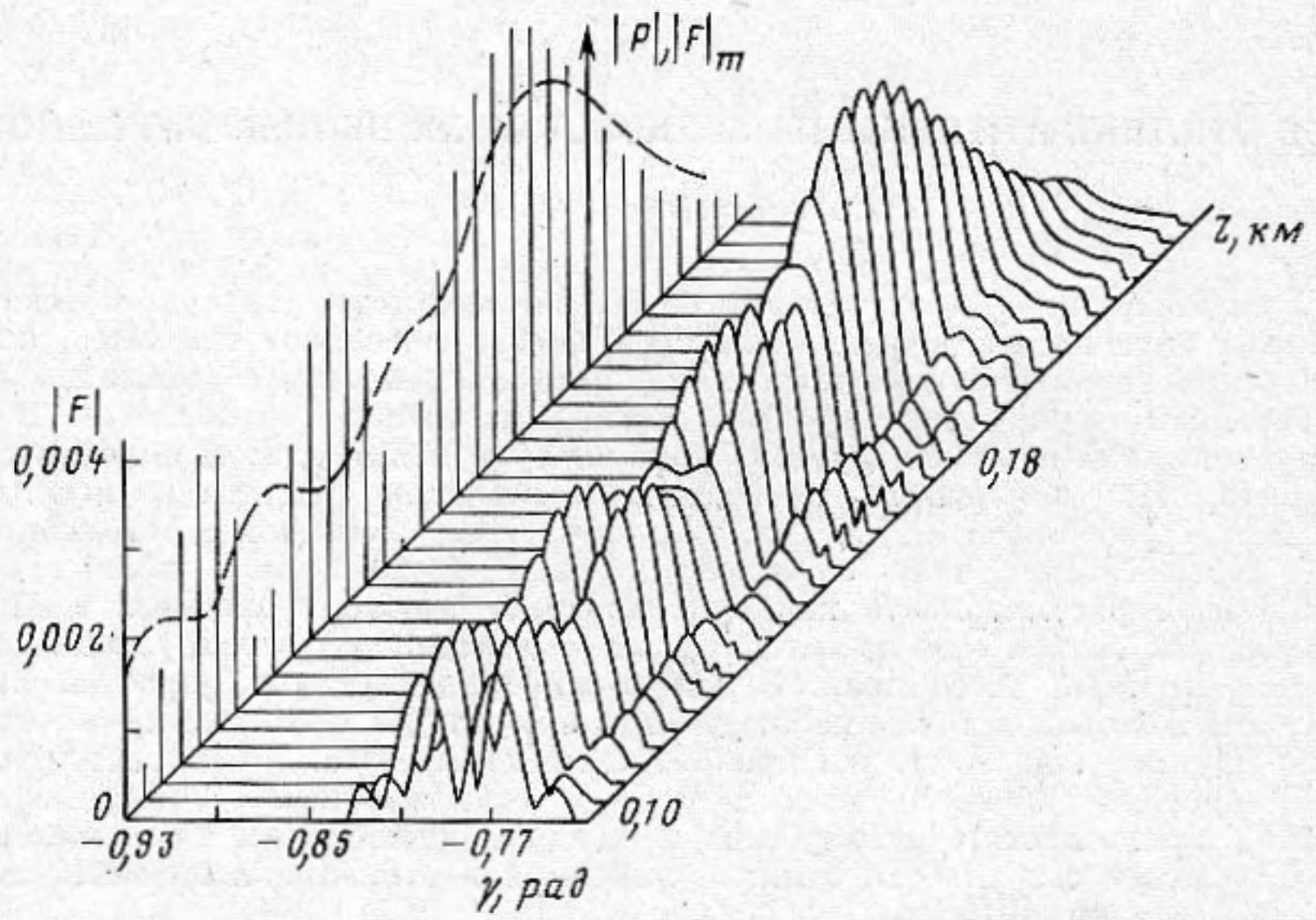
Здесь k – волновое число, $\beta = (k/a)^{2/3}$, $q = (1-az)^{1/2}$, $q_0 = (1-az_0)^{1/2}$, $T = \beta(ar - 2qq_0)qq_0/(q^2+q_0^2)$,

$$\sigma = \left[krqq_0 + \frac{2}{3}\frac{k}{a}(q^4+q_0^4-q^2q_0^2)\right](q^2+q_0^2)^{-1/2},$$

$v(T)$ – функция Эйри.



Фиг. 1. Зависимость модуля нормированного отклика антенны от угла компенсации γ при разных положениях центра антенны Z для $f=1$ кГц



Фиг. 2. Зависимость модуля нормированного отклика антенны от угла компенсации γ при разных положениях центра антенны Z для $f=3$ кГц

Нормированный отклик линейной антенны длиной $2l$ описывается функцией

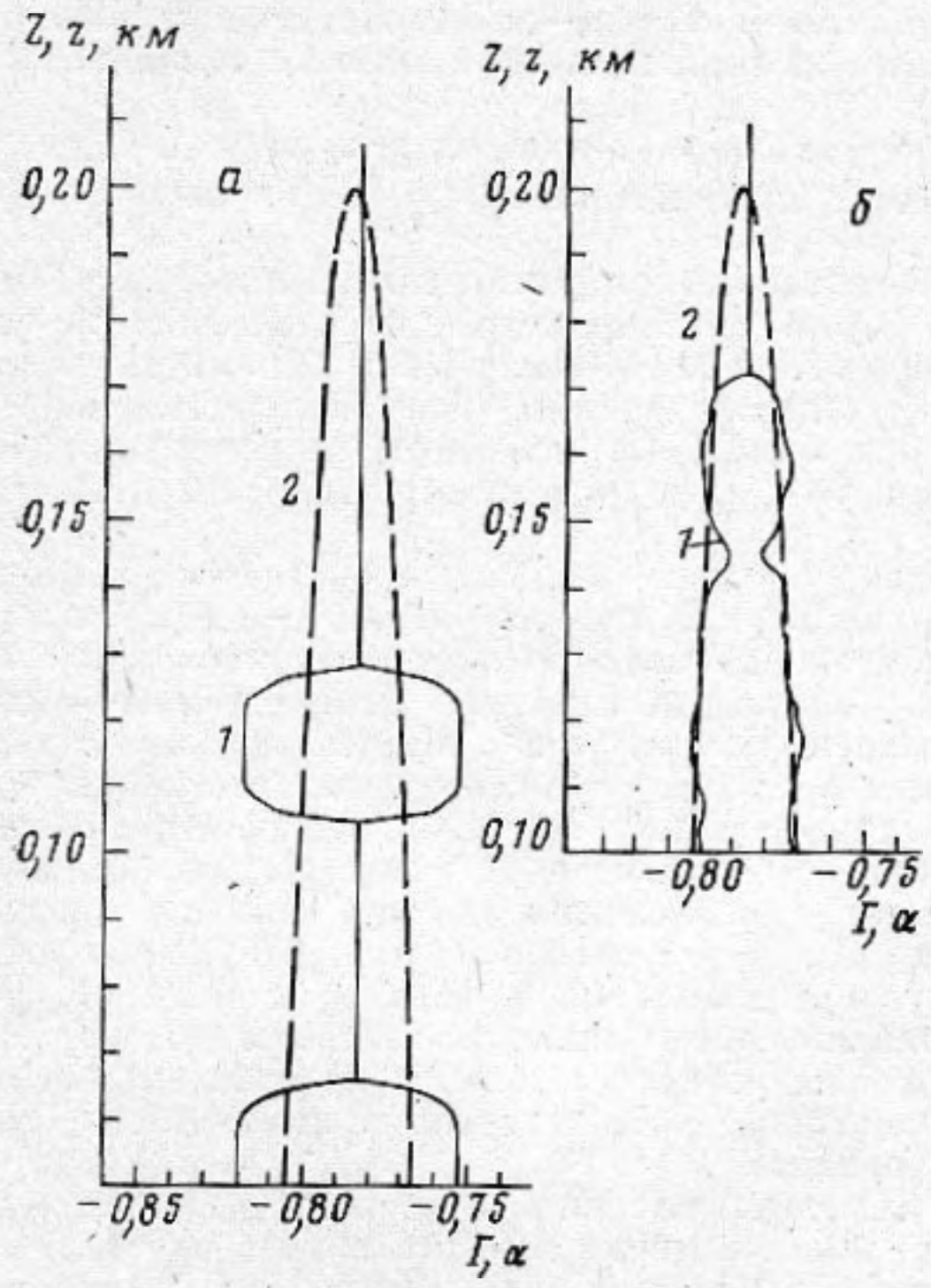
$$F=\frac{1}{2l}\int_{-l}^{l} p(t)A(t)\,dt, \tag{2}$$

где $A(t)$ – плотность чувствительности антенны в текущей точке, равная при равномерном амплитудном и линейном фазовом распределении $A(t)=\exp(ikt\sin\gamma)$; γ – угол компенсации, $p(t)$ – значение поля в текущей точке антенны; t – расстояние от этой точки до центра антенны. Обозначим через R, Z координаты центра антенны. Для линейной вертикальной антенны $t=Z-z$ (ось z направлена вниз, ось t – вверх) и

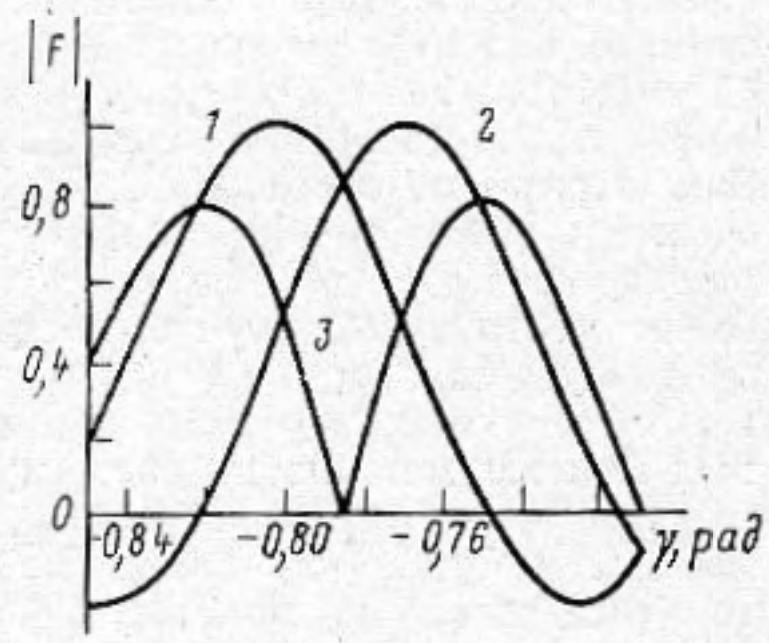
$$p(t)=P(R,\ Z-t), \tag{3}$$

причем функция $P(R, Z)$ определяется выражением (1). Формулы (1)–(3), таким образом, определяют нормированный отклик линейной вертикальной антенны вблизи каустики звукового поля точечного гармонического источника в слоисто-неоднородной среде с линейной зависимостью квадрата показателя преломления от глубины.

Расчет зависимости $|F|$ от угла компенсации γ показал интересные особенности отклика антенны, расположенной вблизи каустики звукового поля. Расчет проводился для частот 1 и 3 кГц при $a=10^{-2}$ км$^{-1}$, $r=199{,}4$ км, $z_0=0{,}4$ км. Результаты расчета для антенны длиной $2l=40$ м изображены на фиг. 1, 2. По горизонтали отложены значения угла компенсации γ, по вертикали – значения функции $|F|$. Каждая кривая на графиках соответствует зависимости $|F|$ от γ при определенном положении центра антенны Z. В левой части этих же графиков вертикальными отрезками обозначены значения функции $|P(r, z)|$ (1) при разных значениях глубины z. Там же пунктиром нанесены кривые, соответствующие максимальным значениям отклика антенны $|F|_m=|F(\Gamma, Z)|$, где Γ – значение угла компенсации, соответствующего главному максимуму. Ось $|P|$ проведена через значение $z=0{,}2$ км, соответствующее каустике звукового поля.



Фиг. 3



Фиг. 4

Фиг. 3. Зависимость углов компенсации Г, соответствующих главным максимумам отклика антенны на звуковое поле частоты 1 (*а*) и 3 кГц (*б*), от координаты Z центра антенны – *1*; зависимость углов скольжения лучей α от глубины z – *2*

Фиг. 4. Зависимость модуля нормированного отклика антенны длиной 40 м на частоте 1 кГц от угла компенсации γ в случае падения плоской волны под углом $\alpha_-=-0{,}80$ (*1*), падения плоской волны под углом $\alpha_+=-0{,}77$ (*2*), падения двух плоских волн под углами α_+ и α_- при $\varphi=\pi/2$; $\delta=47{,}3$ км$^{-1}$

Первая особенность отклика антенны, расположенной вблизи каустики звукового поля, заключается в том, что для антенны, центр которой расположен в зоне геометрической тени, отклик имеет один главный максимум. Положение его соответствует углу компенсации $\Gamma=\alpha_k$, где α_k – угол скольжения луча, касающегося каустики в месте пересечения каустики и вертикального разреза.

Другая особенность состоит в следующем. Если центр антенны находится в освещенной области вблизи каустики, отклик ее имеет или один, или два главных максимума. Из графиков, изображенных на фиг. 1 видно, как изменяется отклик антенны при перемещении ее центра от каустики ($Z=0{,}2$ км) в освещенную область ($Z<0{,}2$ км). Сначала отклик антенны имеет один главный максимум, соответствующий углу компенсации $\Gamma=\alpha_k$. Тогда центр антенны подходит к первому минимуму поля (первому нулю функции Эйри $v(T)$ в формуле (1)), главный максимум отклика раздваивается. После того как центр антенны проходит первый нуль функции Эйри, два главных максимума отклика снова сливаются в один, причем ему соответствует угол компенсации $\Gamma=\alpha_k$. Следующее раздвоение главного максимума приходится на второй нуль функции Эйри. Аналогичная картина наблюдается и для поля на частоте 3 кГц (фиг. 2) с той разницей, что после прохождения первого нуля функции Эйри отклик антенны имеет всюду два главных максимума, которые уже не сливаются в один.

На фиг. 3 сплошными кривыми изображены зависимости углов компенсации Г, соответствующих главным максимумам отклика антенны (горизонтальная ось), от координаты Z центра антенны (вертикальная ось). Пунктирными кривыми там же изображена зависимость от глубины z углов скольжения лучей $\alpha(z)$, пришед-

ших в точку наблюдения с координатами центра антенны (R, Z). Отличительной особенностью кривых $\Gamma(Z)$ является наличие петель, соответствующих появлению двух главных максимумов и дальнейшему их слиянию в один. Для частоты 1 кГц (фиг. 3, *а*) положение главных максимумов отклика (кривая $\Gamma(Z)$) нигде не совпадает с углами скольжения лучей $\alpha(z)$. Для частоты 3 кГц (фиг. 3, *б*) кривые $\Gamma(Z)$ и $\alpha(z)$ становятся близкими после второго максимума функции Эйри ($Z<0{,}14$ км); здесь два максимума отклика антенны соответствуют углам прихода двух лучей — коснувшегося каустики и не коснувшегося ее.

Описанные выше особенности работы антенны в освещенной зоне вблизи каустики характерны для отклика антенны на звуковое поле двух близких по углу плоских волн. Рассмотрим падение на вертикальную антенну двух плоских волн, распространяющихся под углами $\alpha_+=\alpha_0+\Delta\alpha$ и $\alpha_-=\alpha_0-\Delta\alpha$. Распределение поля по длине антенны в этом случае с точностью до множителя описывается функцией

$$p(t)=\exp\left[ikt\sin(\alpha_0+\Delta\alpha)+i\varphi\right]+\exp\left[ikt\sin(\alpha_0-\Delta\alpha)-i\varphi\right]=$$
$$=2\cos(\delta t+\varphi)\exp\left[ikt\sin\alpha_0\cos\Delta\alpha\right]. \qquad (4)$$

Здесь $\delta=k\cos\alpha_0\sin\Delta\alpha=\pi/L$, причем величина L соответствует характерному масштабу изменения суммарного поля по вертикали. Параметр φ определяет сдвиг фаз между двумя плоскими волнами и, следовательно, распределение амплитуды звукового поля по длине антенны. При $\varphi=\pi/2$ центр антенны ($t=0$) приходится на минимум амплитуды звукового поля, при этом $|p(t)|=2|\sin\delta t|$, а фаза при $t=0$ испытывает скачок на величину π. При $\varphi=0$, $|p(t)|=2|\cos\delta t|$ центр антенны приходится на максимум амплитуды поля.

Отклик антенны на две падающие плоские волны определяется выражением $F=\exp(i\varphi)\sin\varkappa_+/\varkappa_+ + \exp(-i\varphi)\sin\varkappa_-/\varkappa_-$, где $\varkappa_+=kl\left[\sin\gamma-\sin(\alpha_0+\Delta\alpha)\right]\approx\approx kl[\sin\gamma-\sin\alpha_0-\cos\alpha_0\Delta\alpha]$, $\varkappa_-=kl[\sin\gamma-\sin(\alpha_0-\Delta\alpha)]\approx kl[\sin\gamma-\sin\alpha_0+\cos\alpha_0\Delta\alpha]$. На фиг. 4 изображены отклики антенны на каждую плоскую волну в отдельности. Каждая кривая имеет один главный максимум при $\gamma=\alpha_\pm$. Модуль нормированного отклика антенны на сумму двух плоских волн при $\varphi=\pi/2$ описывается выражением $|F|=|\sin\varkappa_+/\varkappa_+-\sin\varkappa_-/\varkappa_-|$. В этом случае отклик антенны, изображенный кривой *3*, имеет два главных максимума при $\gamma=-0{,}75$ и $-0{,}82$, причем положения этих максимумов не совпадают со значениями углов падения плоских волн $\alpha_\pm$. Следует отметить, что значения параметров α_0, $\Delta\alpha$, δ и φ выбраны так, что две плоские волны создают по длине антенны распределение поля, близкое к тому, которое имеет место в том случае, когда положение центра антенны соответствует первому нулю функции Эйри ($Z=0{,}116$ км) для поля на частоте 1 кГц (см. фиг. 1). Как показали расчеты, значения углов компенсации, соответствующие положениям главных максимумов, в этих двух случаях совпадают.

При $\varphi=0$ отклик антенны на сумму двух плоских волн имеет один главный максимум при $\gamma=\alpha_0$. Такой же отклик имеет антенна и в том случае, когда центр ее приходится на максимум амплитуды звукового поля вблизи каустики (см. график зависимости $|F|$ от γ при $Z=0{,}08$ км на фиг. 1).

Таким образом, основные особенности отклика антенны на поле вблизи каустики (кажущееся раздвоение луча на два и затем слияние двух лучей в один) аналогичны особенностям отклика антенны на звуковое поле стоячей волны, образованной двумя плоскими волнами, распространяющимися под близкими углами. Эти две плоские волны соответствуют лучам, один из которых коснулся, а другой еще не коснулся каустики. До тех пор, пока разность между углами, под которыми распространяются эти лучи, мала, так что антенна эти волны разрешает плохо, отклик антенны может иметь один или два главных максимума в зависимости от того, в максимуме или в минимуме амплитуды поля находится ее центр. Положение главных максимумов отклика антенны не соответствует углам прихода лучей. Такая картина кажущегося раздвоения луча наблюдалась в экспериментах [4]. Когда антенна удалена достаточно далеко от каустики, так что она уже разрешает по углу эти два луча, отклик ее имеет два главных максимума и положения этих максимумов соответствуют углам прихода лучей.

Следует отметить, что чем точнее по отклику антенны можно судить об угловой характеристике поля, тем в меньшей степени этот отклик соответствует энергетическим характеристикам (см. пунктирные кривые $|F|_m$ на фиг. 1, 2, соответствующие максимальным значениям отклика антенны в зависимости от координаты Z ее центра).

Отмеченные выше особенности отклика антенны, помещенной вблизи каустики звукового поля, имеют место и в случае шумового сигнала при условии, что ширина полосы не слишком велика. Расчет показал, например, что для облучения шумом с центральной частотой $f=1$ кГц и полосой $\Delta f=200$ Гц отклик антенны длиной 40 м практически совпадает с откликом ее при тональном облучении на центральной частоте, а при ширине полосы $\Delta f=600$ Гц уже нет раздвоения главного максимума в минимумах амплитуды звукового поля.

Таким образом, наличие петель на зависимости от глубины (или расстояния) углов прихода лучей, измеряемых с помощью протяженной антенны, связано с особенностями отклика антенны на две близкие по углу волны. Наличие такой петли в эксперименте может служить показателем того, что в этот момент измеренные по положению главных максимумов отклика антенны углы прихода лучей не соответствуют их действительным значениям. Однако отсюда можно извлечь полезную информацию о параметрах поля.

Как показали расчеты, середины петель приходятся на нули функции Эйри. Аргументом функции Эйри, входящей в выражение для асимптотического представления поля вблизи каустики, является величина T, равная [5]:

$$T = -\omega^{2/3}[3(\tau_2-\tau_1)/4]^{2/3}, \tag{5}$$

где ω – циклическая частота, τ_1 – значение эйконала в точке наблюдения для луча, еще не коснувшегося каустики, τ_2 – значение эйконала в той же точке для луча, коснувшегося каустики. Первый нуль функции Эйри имеет место при $T=T_1=-2{,}34$. Подставляя это значение в выражение (5), получаем, что разность времен прихода $\Delta\tau$ по лучам в этом случае составляет $\Delta\tau=4|T_1|^{3/2}\omega^{-1}/3$ и равна, например, 0,76 мс для частоты 1 кГц. Если в эксперименте наблюдалась вторая петля, то в центре ее разность времен прихода по двух лучам составляет $\Delta\tau=4|T_2|^{3/2}\omega^{-1}/3$ и равна 1,76 мс для частоты $f=1$ кГц (здесь $T_2=-4{,}09$ – второй нуль функции Эйри).

Известно также (см., например, [1]), что аргумент функции Эйри, описывающей высокочастотную асимптотику звукового поля точечного источника в слоисто-неоднородной среде вблизи каустики, линейно зависит от расстояния до каустики. Это обстоятельство можно использовать для определения положения каустики, если в полученной экспериментально зависимости углов прихода лучей от расстояния (или глубины) x наблюдались петли. Середине первой петли ($x=x_1$) можно поставить в соответствие первый нуль функции Эйри T_1, а середине второй петли ($x=x_2$) – значение T_2. Нетрудно убедиться, что расстояние от каустики до середины первой петли Δx равно

$$\Delta x = \left|\frac{T_1}{T_2-T_1}(x_2-x_1)\right| = 1{,}34|x_2-x_1|.$$

Если из экспериментальных данных известно положение первого максимума поля x_0 (которому соответствует значение $T=T_0=-1{,}02$) и положение первого нуля функции Эйри x_1, то расстояние Δx_0 от первого максимума до каустики можно определить из соотношения

$$\Delta x_0 = \left|\frac{T_0}{T_0-T_1}(x_0-x_1)\right| = 0{,}77|x_0-x_1|.$$

Такой способ определения положения каустики при измерениях звукового поля можно использовать при сопоставлении экспериментальных данных и расчета.

Следует отметить, что наблюдаемые с помощью антенны петли на угловых характеристиках поля могут иметь место не только для двух близких по углу лучей одной конгруэнции вблизи каустики. Любые две волны, распространяющиеся под близкими углами и дающие четкую интерференционную картину с пространственным масштабом порядка длины антенны, могут образовывать петли на измеряемой в эксперименте с помощью антенны зависимости углов прихода лучей от расстояния. Например, лучи, выходящие из источника, расположенного на небольшой глубине, могут образовывать две каустики на близком расстоянии друг от друга. При этом два луча, коснувшиеся каждый своей каустики, близки по углу и могут сформировать картину слияния и раздвоения лучей при измерениях, проводимых с помощью протяженной антенны.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бреховских Л. М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973.
2. *Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И.* Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980.
3. *Алувэлья Д. С., Келлер Дж. Б.* Точные и асимптотические представления звукового поля.– В кн.: Распространение волн и подводная акустика/Пер. с англ. М.: Мир, 1980.
4. *Галкин О. П., Швачко Л. В., Харченко Е. А., Дымшиц А. М., Панкова С. Д.* Исследование толщины физических лучей в океане и влияние среды на корреляционные свойства сигнала.– В кн.: Проблемы акустики океана. М.: Наука, 1984, с. 118–132.
5. *Бабич В. М., Булдырев В. С.* Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн. М.: Наука, 1972.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
2.VIII.1984