

В качестве примера рассмотрим гашение изгибных колебаний с формой прогиба $w = \sin 2\pi\xi \sin \pi\eta$ при $K^4 \ll 1$. В этом случае можно пренебречь инерционной составляющей колебательного движения пластинки и присоединенной массой жидкости и представить прогиб w в форме $w = \int_{\Gamma} f^* G_2 ds$, где G_2 — функция Грина бигармонического уравнения с краевыми условиями задачи (1):

$$G_2 = \sum_{n,m=1}^{\infty} 4\pi^{-4} (n^2 + m^2)^{-2} \sin \pi n \xi \sin \pi m \eta \times \sin \pi n \xi_1 \sin \pi m \eta_1.$$

Из неравенства Коши — Буняковского следует, что $\max_{\xi, \eta} |w| \leq \|f^*\| \max_{\xi, \eta} \left(\int_{\Gamma} G_2^2 ds \right)^{1/2} \leq \varepsilon_1 \max_{\xi, \eta} \left(\int_{\Gamma} G_2^2 ds \right)^{1/2} = \varepsilon$, причем $\max_{\xi, \eta} \left(\int_{\Gamma} G_2^2 ds \right) = (90)^{-2}$. Положим $\varepsilon = 0,01$, тогда

$$R=2, \text{ а расходы } Q_n^* \text{ определяются как решение алгебраической системы } \sum_{n=1}^4 Q_n^* = 0, \\ \sum_{n=1}^4 Q_n^* \cos \pi \xi_{0n} = \alpha,$$

$$\sum_{n=1}^4 Q_n^* \cos \pi \eta_{0n} = 0, \sum_{n=1}^4 Q_n^* \cos \pi \xi_{0n} \cos \pi \eta_{0n} = 0, \alpha = 200\pi^2 \operatorname{sh}(\pi h/L)/3,$$

решение которой имеет вид $Q_1^* = \alpha[2 + \sqrt{3}]/36$, $Q_2^* = -\alpha[2 + \sqrt{3}]/36$, $Q_3^* = \alpha[3 + 2\sqrt{3}]/36$, $Q_4^* = -\alpha[3 + 2\sqrt{3}]/36$ при $\xi_{01}^* = 1/3$, $\xi_{02}^* = 2/3$, $\eta_{01}^* = 1/3$, $\eta_{02}^* = 2/3$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вялышев А. И., Тартаковский Б. Д. Компенсация излучения изгибноколеблющейся пластины при ее возбуждении источниками с произвольными импедансами — Акуст. журн., 1984, т. 27, № 4, с. 500—504.
2. Приходько В. Ю., Федорюк М. В. О гашении колебаний тонких цилиндрических бесконечных оболочек активным методом. — Акуст. журн., 1978, т. 24, № 3, с. 430—432.
3. Алексидзе М. А. Решение граничных задач методом разложения по неортогональным функциям. М.: Наука, 1978. 351 с.

Московский горный институт

Поступило в редакцию 20.VI.1984

УДК 621.391.26.:681.883.67

ИЗМЕНЧИВОСТЬ ХАРАКТЕРИСТИК АЛГОРИТМА ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ ОБРАБОТКИ АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ ПРИ АМПЛИТУДНОМ КВАНТОВАНИИ

Казмирец В. Ю., Тютюкин Ю. В.

В работе [1] исследовано влияние квантования по уровню детерминированных сигналов, принимаемых на фоне помех, на характеристики приемной системы при корреляционной обработке.

В настоящей работе рассматривается влияние разрядности аналогово-цифрового преобразователя (АЦП) на отношение сигнал/шум и характеристику направленности антенно-приемной системы, реализующей квадратичную обработку случайного акустического поля.

Пусть с помощью M — элементной линейной антенны наблюдается широкополосное гауссовское поле, представляющее собой плоскую волну, распространяющуюся в свободном пространстве, на фоне распределенного шума. Шум считается белым гауссовским и независимым по элементам антенны. Можно показать, что в случае слабого сигнала и дискретной во времени обработки локально наиболее мощный алгоритм обнаружения сигнала основан на статистике

$$U(z) = \sum_{k=1}^K \frac{g_s(\omega_k)}{g_n^2(\omega_k)} \left| \sum_{m=1}^M z(\omega_k, r_m) \cdot \exp\left(-j \frac{\omega_k}{c} r_m \sin \varphi\right) \right|^2,$$

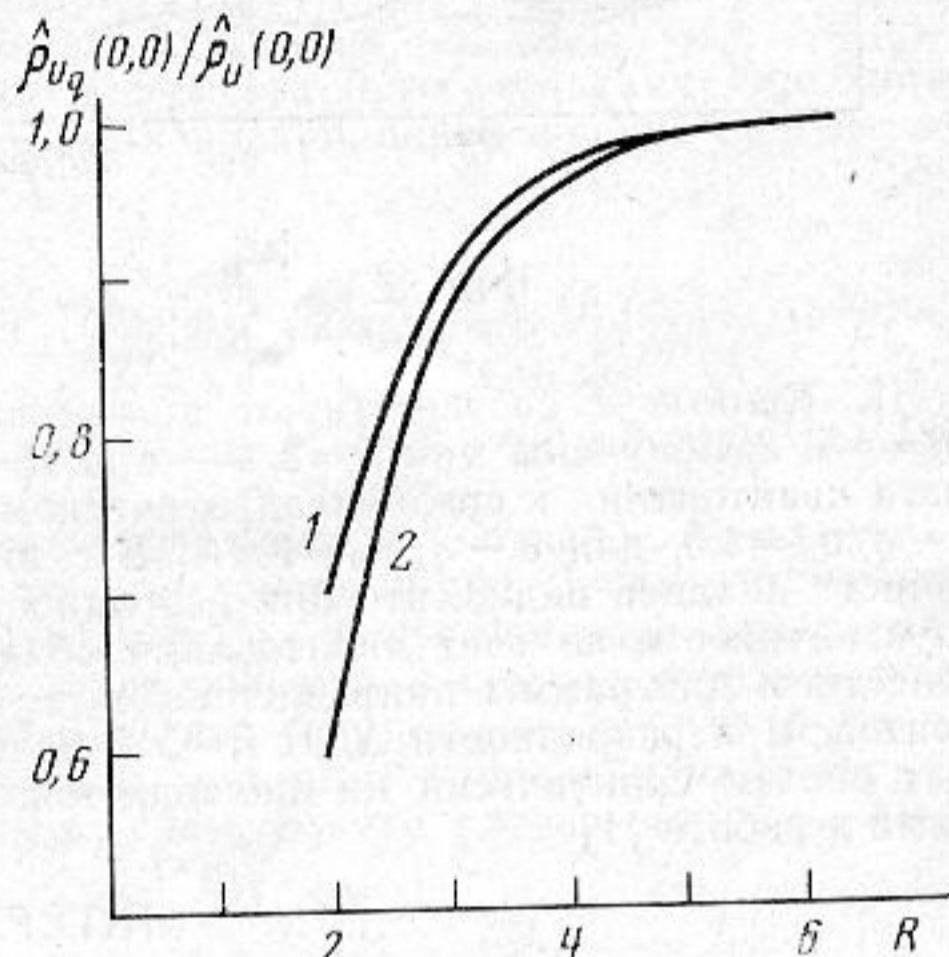
где $z(\omega_k, r_m)$ — компонента вектора наблюдений \mathbf{z} , представляющая собой k -ю составляющую дискретного преобразования Фурье (ДПФ) процесса, наблюдаемого на m -м приемнике, $g_s(\omega_k)$ и $g_n(\omega_k)$ — спектральные плотности сигнала и помехи в зоне приёма на частоте ω_k , r_m — координата m -го приемника в антенной системе, φ — угол прихода волны, отсчитываемый от нормали к антенне, c — скорость звука в среде. В качестве характеристик данного алгоритма рассматриваются отношение сигнал/шум $\rho_U(\varphi, \tilde{\varphi})$ и обобщенная функция неопределенности (ОФН) $\kappa_U(\varphi, \tilde{\varphi})$ статистики $U(\mathbf{z})$ [2], которые задаются как функции угла прихода $\tilde{\varphi}$ при условии, что алгоритм «настроен» (т. е. антенна согласована) на угол прихода φ , и определяются выражениями $\rho_U(\varphi, \tilde{\varphi}) = (E[U(\mathbf{z})_{c+\text{ш}}] - E[U(\mathbf{z})_{\text{ш}}]) / (D[U(\mathbf{z})_{\text{ш}}])^{1/2}$, $\kappa_U(\varphi, \tilde{\varphi}) = \rho_U(\varphi, \tilde{\varphi}) / \max_{\tilde{\varphi}} \rho_U(\varphi, \tilde{\varphi})$, где $E[\cdot]$ и $D[\cdot]$ — символы математического ожидания и дисперсии, $U(\mathbf{z})_{c+\text{ш}}$, $U(\mathbf{z})_{\text{ш}}$ — выходной эффект системы обработки соответственно при наличии и отсутствии в наблюдении \mathbf{z} сигнала с углом прихода $\tilde{\varphi}$. Для эквидистантной антенны и постоянной спектральной плотности сигнала в полосе частот Ω функции $\rho_U(\varphi, \tilde{\varphi})$ и $\kappa_U(\varphi, \tilde{\varphi})$ имеют вид

$$\rho_U(\varphi, \tilde{\varphi}) = \frac{1}{\sqrt{\Omega T}} \frac{g_s}{g_n} \frac{1}{M} \times$$

$$\times \sum_{k=1}^K \left[\frac{\sin \left(\frac{\omega_k}{c} M \frac{d}{2} (\sin \varphi - \sin \tilde{\varphi}) \right)}{\sin \left(\frac{\omega_k}{c} \frac{d}{2} (\sin \varphi - \sin \tilde{\varphi}) \right)} \right]^2,$$

$$\kappa_U(\varphi, \tilde{\varphi}) = \frac{1}{\Omega \cdot T \cdot M^2} \times$$

$$\times \sum_{k=1}^K \left[\frac{\sin \left(\frac{\omega_k}{c} M \frac{d}{2} (\sin \varphi - \sin \tilde{\varphi}) \right)}{\sin \left(\frac{\omega_k}{c} \frac{d}{2} (\sin \varphi - \sin \tilde{\varphi}) \right)} \right]^2,$$



Фиг. 1

где T — время наблюдения, d — расстояние между приемниками в антенне. Из формулы для $\kappa_U(\varphi, \tilde{\varphi})$ видно, что эта функция представляет собой, по существу, нормированную характеристику направленности системы, реализующей данную обработку.

Наличие в каждом пространственном канале АЦП, квантующих входные наблюдения перед операцией ДПФ, будет, очевидно, ухудшать данные характеристики алгоритма. При этом аналитическое исследование потерь представляется весьма затруднительным, вследствие чего анализ был проведен с помощью статистического моделирования на ЭВМ.

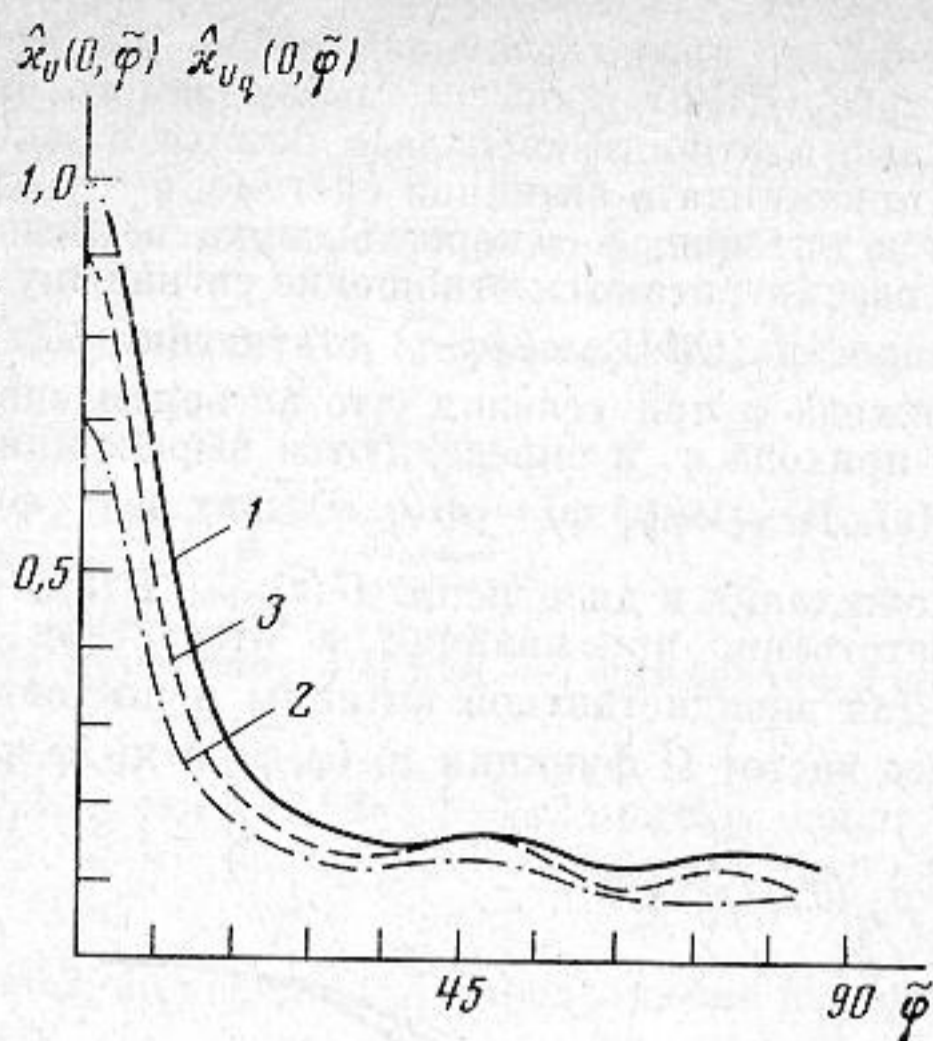
Методом статистических испытаний построены оценки величин $\rho_U(0, \tilde{\varphi})$ и $\kappa_U(0, \tilde{\varphi})$ для случаев аналогового ($\hat{\rho}_U, \hat{\kappa}_U$) и квантованного на различное количество уровней ($\hat{\rho}_{U_q}, \hat{\kappa}_{U_q}$) наблюдения. При вычислении величин $\hat{\rho}_U(0, \tilde{\varphi})$ и $\hat{\rho}_{U_q}(0, \tilde{\varphi})$ использовались стандартные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии величин $U(\mathbf{z})$ и $U(\mathbf{z}_q)$ для серии испытаний. На основе критерия согласия Колмогорова для числа испытаний $N=100$ установлено, что при количестве частотных (временных) отсчетов $K=512$ расхождение между функциями распределения статистик $U(\mathbf{z})$, $U(\mathbf{z}_q)$ и соответствующими нормальными законами является несущественным [3, 4]. В предположении гауссовости статистик $U(\mathbf{z})$ и $U(\mathbf{z}_q)$ математическое ожидание и дисперсия оценок $\hat{\rho}_U$ и $\hat{\rho}_{U_q}$ определяются выражениями

$$E_N[\hat{\rho}_U] = \rho_U \left[\frac{\pi}{2} \prod_{n=1}^{N/2-1} \left(1 - \frac{1}{4n^2} \right) \right]^{1/2},$$

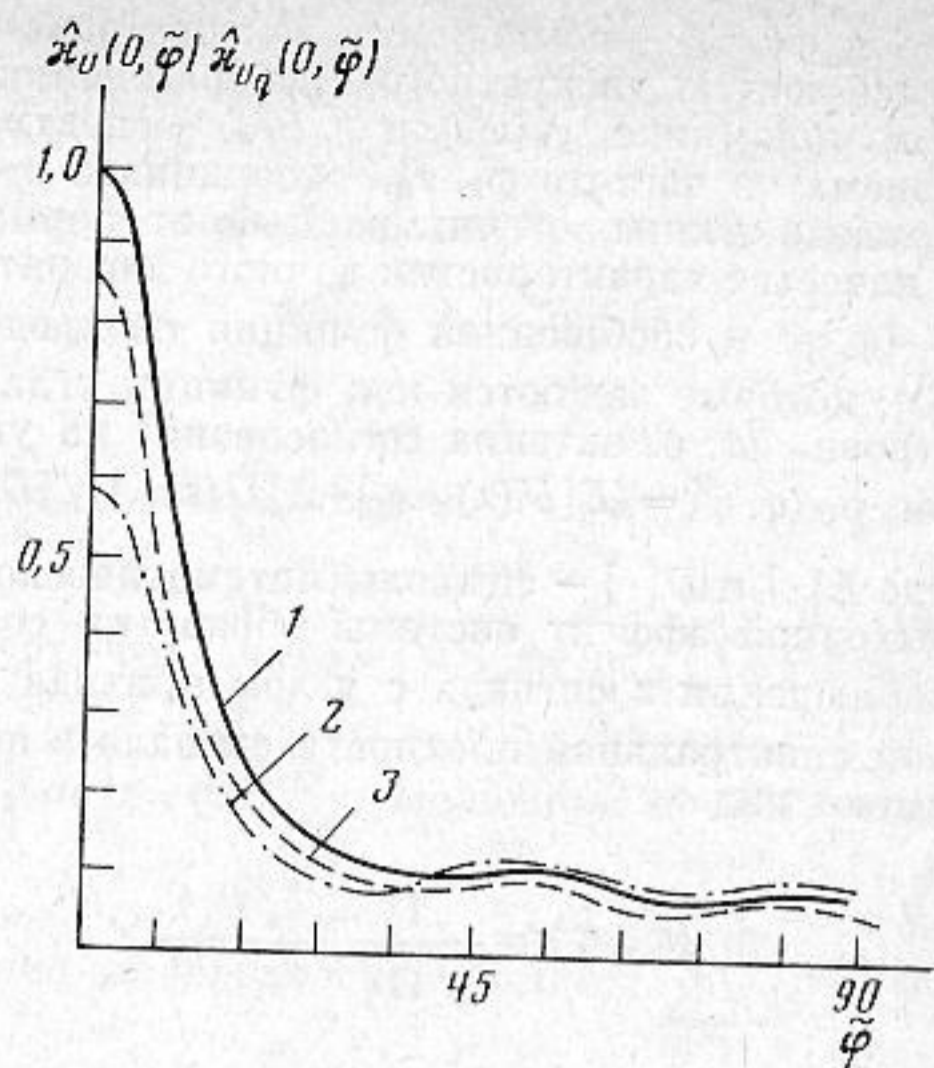
$$D_N[\hat{\rho}_U] = \left(1 + \frac{D[U(\mathbf{z})_{c+\text{ш}}]}{D[U(\mathbf{z})_{\text{ш}}]} \right) \cdot \frac{N-1}{N(N-2)} - \left(E_N^2[\hat{\rho}_U] - \rho_U^2 \frac{N-1}{N-2} \right), \quad \text{т. е.}$$

$$E_N[\hat{\rho}_U] \rightarrow \rho_U \quad \text{и} \quad D_N[\hat{\rho}_U] \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad N \rightarrow \infty.$$

На фиг. 1 показаны зависимости отношения $\hat{\rho}_{U_q}(0, 0) / \hat{\rho}_U(0, 0)$ от количества разрядов АЦП при отношении мощностей сигнала и шума на входе системы $\sigma_c^2 / \sigma_{\text{ш}}^2 = 0,05$. Кривая 1 получена при $M=10$, $K=512$, 2 — при $M=15$, $K=512$. Количество R разрядов АЦП указано с учетом знакового разряда. Вычисление оценок ОФН проводилось по формулам $\hat{\kappa}_U(0, \tilde{\varphi}) = \hat{\rho}_U(0, \tilde{\varphi}) / \hat{\rho}_U(\tilde{\varphi}, \tilde{\varphi})$, $\hat{\kappa}_{U_q}(0, \tilde{\varphi}) = \hat{\rho}_{U_q}(0, \tilde{\varphi}) / \hat{\rho}_{U_q}(\tilde{\varphi}, \tilde{\varphi})$. На фиг. 2, 3 представлены графики соответственно для случаев $M=10$ и $M=15$ при $K=$



Фиг. 2



Фиг. 3

=512. Кривые 1 соответствуют аналоговому представлению входного наблюдения ($R=\infty$), 2 получены при $R=2$, 3 — при $R=3$ с учетом знакового разряда. Отношение шага квантования к среднеквадратическому отклонению шума составляет для кривой 2 — $q/\sigma_{ш}=1,5$, для 3 — $q/\sigma_{ш}=1$ (АЦП с шириной нулевой ступеньки $2q$). Из проведенного анализа видно, что при разрядности АЦП $R=2\div 4$ меньшими потерями помехоустойчивости за счет квантования обладает система с более широким основным лепестком диаграммы направленности, т. е. с меньшим количеством приемных элементов. При разрядности АЦП $R=5$ и более потери помехоустойчивости рассмотренных систем практически не наблюдается, что согласуется с результатами, полученными в работе [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. Гаткин П. Г., Гришко Л. Р., Гуленко В. Ю., Петров С. П., Ярошенко В. В. Влияние квантования сигналов по уровню на входе системы формирования диаграммы направленности на помехоустойчивость приемного тракта. — Акуст. журн., 1982, т. 28, 5, с. 622—630.
2. Баронкин В. М., Якуничкин А. С. Обобщенная функция неопределенности при квадратичной пространственно-временной обработке. — В кн.: X Всесоюз. акуст. конф. Докл. Секция Т. М.: АКИН, 1983.
3. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. М.: ГИТТЛ, 1954.
4. Янко Я. Математические таблицы. М.: Госстатиздат, 1961.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
26.III.1984

УДК 534+534.231.2

О КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ ФЛУКТУАЦИЙ ИНТЕНСИВНОСТИ ШУМОВОГО СИГНАЛА В АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДАХ

Канделаки Д. В.

Для решения ряда задач, например обоснования методов интерферометрии интенсивностей [1], представляет интерес исследовать свойства интенсивности шумового сигнала в акустических волноводах.

В литературе, относящейся к данному вопросу, рассматривались либо средние значения огибающей периодически модулированных сигналов [2, 3], либо корреляционные характеристики амплитуд (интенсивностей) гармонических волн [4]. В [5] рассматривалась корреляция интенсивностей шумового сигнала в детерминированном волноводе, однако решение получено в виде бесконечных рядов, что затрудняет интерпретацию результатов. Рассмотрим корреляционные характеристики интенсивности шумового сигнала в акустическом волноводе, характеризующемся множественностью путей прихода сигнала в точку приема вследствие неоднородности среды и наличия отражающих границ (которые могут быть шероховатыми).

Найдем взаимную корреляционную функцию интенсивностей сигналов в точках r_1 и r_2 волновода, если стационарный узкополосный шумовой сигнал распространяет-