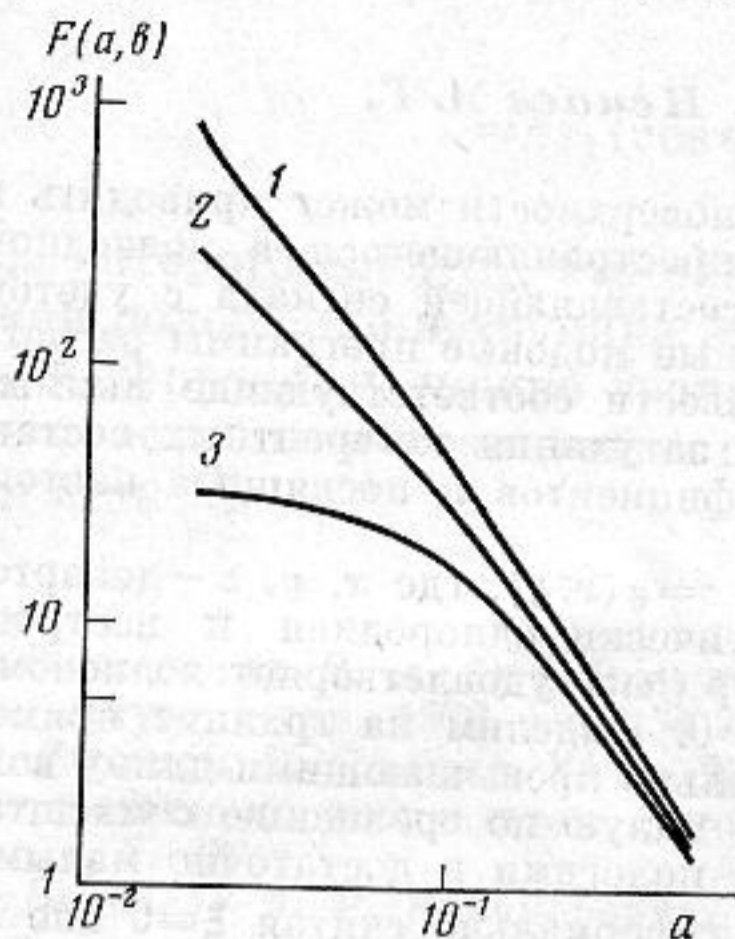


Следует подчеркнуть, что использованная процедура расчета  $P'$  и  $\gamma_n$  не противоречит тому, что вдали от площадки  $\Sigma$  поле  $\Phi^{(1)}$  имеет структуру, которая определяется характером стратификации скорости звука и свойствами дна. Определенная доля рассеянной энергии может захватываться волноводом, а остальная ее часть уходит в дно, однако особенности структуры поля вдали от  $\Sigma$  и соотношение между захваченной волноводом и ушедшей в дно энергиями при сделанных предположениях слабо влияют на величину коэффициента затухания когерентной составляющей моды (хотя они становятся существенными при расчете средней интенсивности поля).

Более строгий расчет  $\gamma_n$  с использованием волноводной функции Грина и с учетом временных изменений  $\xi$  показывает, что выражение (2) обеспечивает хорошую



Функция  $F(a, b)$  в зависимости от параметра  $a$ . 1 —  $b=0,95$ ; 2 —  $b=1$ ; 3 —  $b=1,05$ . В реальных ПЗК практически всегда  $0,95 < h_n/k_0 < 1,05$

точность определения  $\gamma_n$ , если канал многомодовый и глубина моря  $D > c\tau/2$ , где  $\tau$  — время корреляции  $\xi(t)$  (для ветровых волн  $\tau \approx V/g$ ,  $V$  — скорость ветра,  $g=9,8$  м/с<sup>2</sup>).

Проанализируем теперь формулу (2) для случая, когда волнение описывается спектром Пирсона — Московитца [3]:  $W_\xi(k) = Ak^{-4} \exp(-0,74 g^2/V^4 k^2)$ , где  $A \approx 6 \cdot 10^{-4}$ . Коэффициент затухания равен  $\gamma_n = 0,6 \cdot 10^{-3} [\varphi_n'(0)/k_0]^2 F(a, b)$ , где

$$F(a, b) = \int_0^\pi d\vartheta \int_0^{\pi/2} \frac{\exp[-a^2/(b^2 - 2b \sin \vartheta \cos \varphi + \sin^2 \vartheta)]}{(b^2 - 2b \sin \vartheta \cos \varphi + \sin^2 \vartheta)^2} \times \sin \vartheta \cos^2 \vartheta d\vartheta,$$

$a^2 = 0,74 \cdot g^2/V^4 k_0^2$ ,  $b = h_n/k_0$ . На фигуре представлена зависимость функции  $F(a, b)$  от параметра  $a$ . Как показали расчеты, при  $b=0,95$  (что соответствует высшим модам или лучам с углами скольжения  $\approx 18^\circ$ ) функция  $F(a, b) \propto a^{-2}$ . Поскольку для таких мод отношение  $\varphi_n'(0)/k_0$  не зависит от частоты  $f$ , имеем:  $\gamma_n \propto f^2 V^4$ . При  $b=1$  (лучи с малыми углами скольжения) в диапазоне  $0,02 < a < 0,1$  наблюдается иная частотная зависимость коэффициента затухания:  $F \propto a^{-3/2}$ ,  $\gamma_n \propto f^{3/2} V^3$ . Наконец, для низших мод ( $b > 1$ ) коэффициенты  $\gamma_n$  зависят от частоты и скорости ветра более сложным образом. Эти выводы согласуются с ранее известными теоретическими [4] и экспериментальными [5] результатами.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972.
2. Вагин А. В., Мальцев Н. Е. Расчеты низкочастотных звуковых полей в слоистом океане. — В кн.: Вопросы судостроения. Сер. Акустика, 1977, вып. 9, с. 61–80.
3. Pierson W. J., Moskowitz L. A proposed spectral form for fully-developed wind seas based on the similarity theory of S. A. Kitagorodsky. — J. Geophys. Res., 1964, v. 69, № 24, p. 5180–5190.
4. Бреховских Л. М., Лысанов Ю. П. Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеиздат, 1982.
5. Sheehy M. T., Halley R. Measurement of the attenuation of low-frequency underwater sound. — JASA, 1957, v. 29, № 4, p. 464–469.

Институт прикладной физики  
Академии наук СССР

Поступило в редакцию  
29.IV.1984

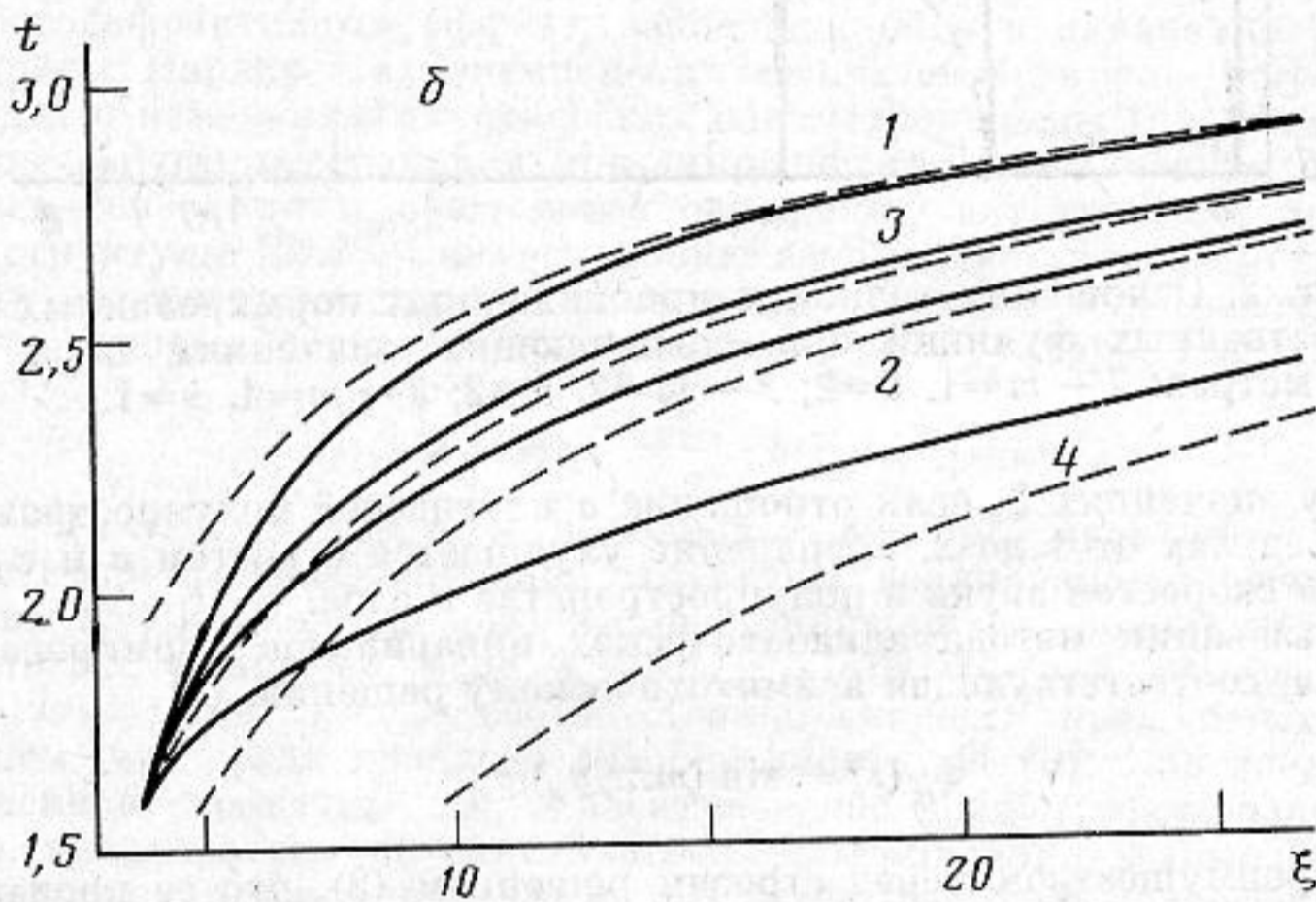
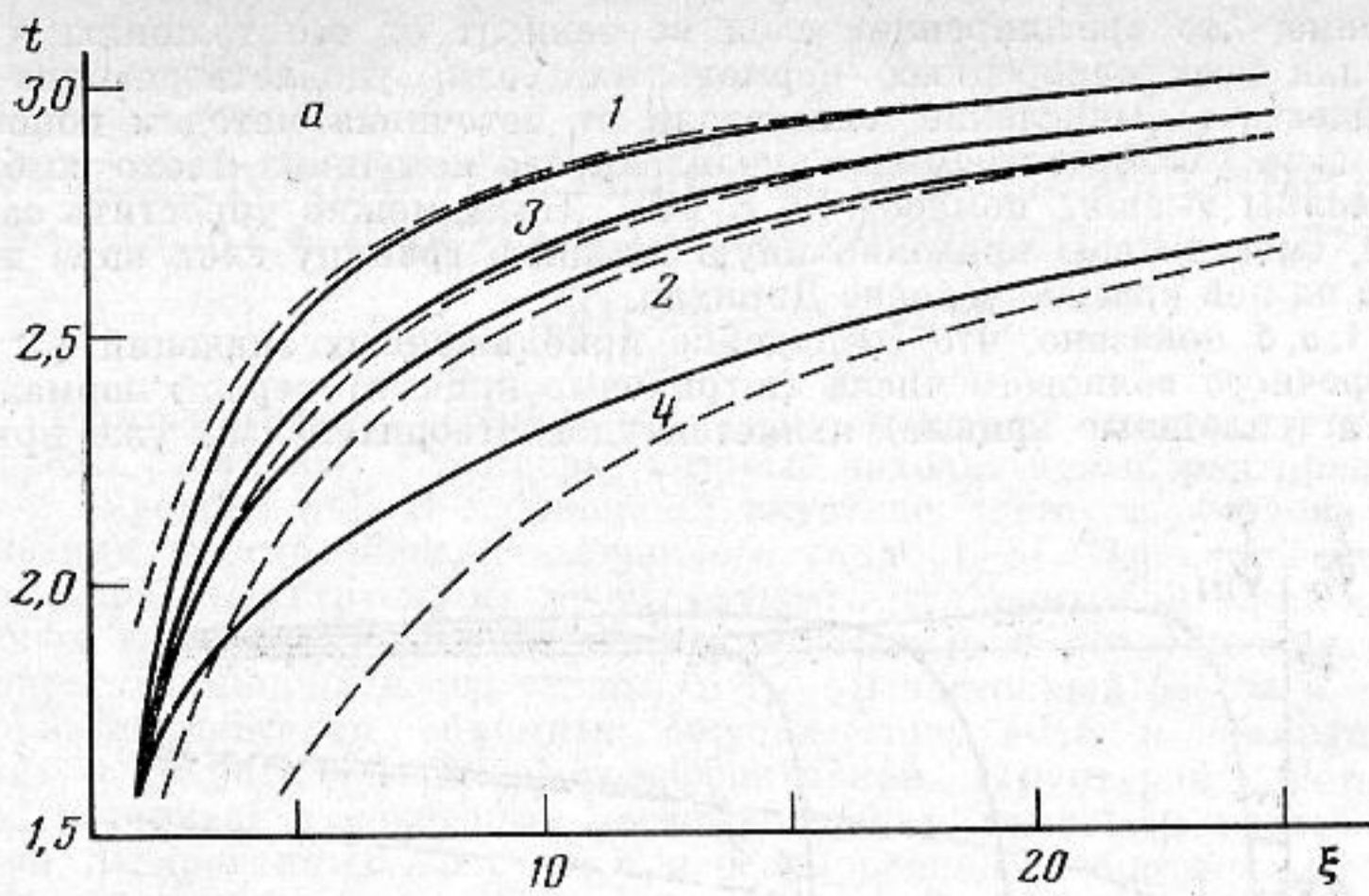
УДК 534.26

### АСИМПТОТИЧЕСКОЕ КРАЕВОЕ УСЛОВИЕ ДИРИХЛЕ ДЛЯ НИЖНЕЙ ГРАНИЦЫ ЖИДКОГО СЛОЯ ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ, ЛЕЖАЩЕГО НА ЖИДКОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ

Аксенов С. П.

В задаче о распространении звука в жидком слое переменной по горизонтали толщины, лежащем на жидком полупространстве с большей скоростью, удобно использовать асимптотически-эквивалентное краевое условие Дирихле для нижней границы слоя. Оно позволяет свести модель волновода к слою с обеими абсолютно мягкими границами и этим упрощает получение приближенного решения как методом адиабатических инвариантов [1], так и численным методом конечных разностей [2].





Фиг. 1. Точные и приближенные значения нормированной поперечной составляющей волнового числа в слое: (а) —  $b=2$ , (б) —  $b=1,1$ ; 1 —  $a=1$ , 2 —  $a=2$ , 3 —  $a=\pi/2$ , 4 —  $a=4$

Для волновода сравнения, которым в данном случае является волновод Пеке-риса, вещественная собственная функция задачи Штурма — Лиувилля

$$\partial^2 \psi(z) / \partial z^2 + q^2 \psi(z) = 0, \quad \psi(0) = 0, \quad (1)$$

$$\psi(y-\varepsilon) = a\psi(y+\varepsilon), \quad \psi'(y-\varepsilon) = \psi'(y+\varepsilon), \quad \varepsilon \rightarrow 0$$

с учетом нормирующего множителя имеет в слое (см., например, [3]) следующий вид:

$$\psi(z) = \sin(qz) / [y - (\sin 2qy) / (2q) + (\sin^2 qy) / (a\gamma)]^{1/2}. \quad (2)$$

Здесь  $z$  — вертикальная координата,  $y$  — толщина слоя, в исходной задаче слабо зависящая от горизонтальных координат,  $i\gamma = i[\lambda^2 - (k/b)^2]^{1/2}$  и  $q = (k^2 - \lambda^2)^{1/2}$  — поперечные составляющие волнового числа в полупространстве и слое,  $a = \rho_1 / \rho_0$  и  $b = c_1 / c_0$  — соответствующие отношения плотностей и скоростей звука,  $\lambda$  — продольная составляющая волнового числа.

Известное дисперсионное уравнение для собственных чисел, получаемое подстановкой функции (2) с ее экспоненциальным продолжением в (1),  $[(\mu\xi)^2 - t^2]^{1/2} \times (\sin t) / (at) + \cos t = 0$ , имеет высокочастотное асимптотическое решение

$$t \approx m\pi / [1 + a(\mu\xi)^{-1}], \quad m = 1, 2, \dots, \mu\xi \gg t, \quad (3)$$

или

$$q \approx m\pi / y_a, \quad \mu k \gg q, \quad (4)$$

где

$$y_a = y + \Delta y, \quad \Delta y = a / (\mu k). \quad (5)$$

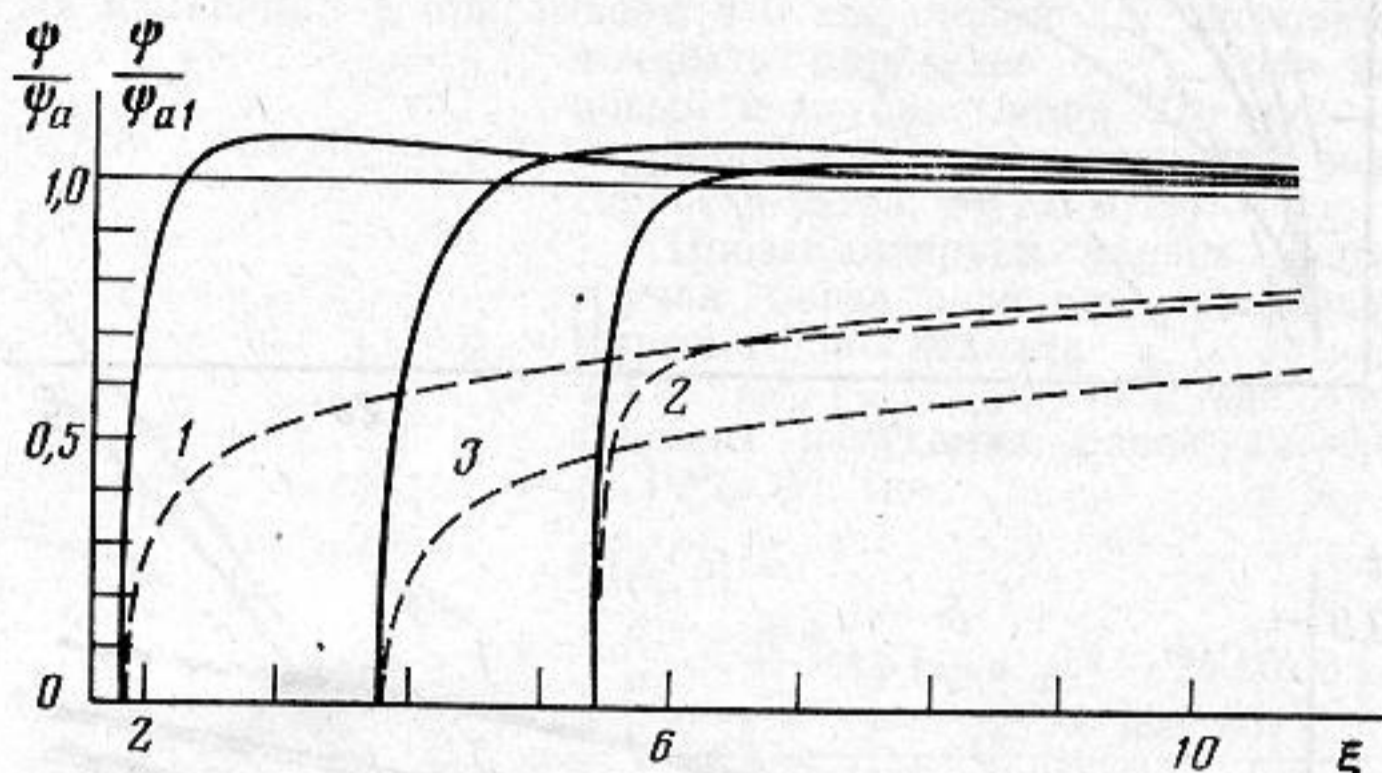
Здесь приняты обозначения  $\xi = ky$ ,  $t = qy$ ,  $\mu = (1 - b^{-2})^{1/2}$ .

Видно, что значения поперечных волновых чисел (4), характерные для слоя с обеими абсолютно мягкими границами, получаются в асимптотике за счет «расширения» слоя на величину  $\Delta y$ . Последняя, согласно (5), определяется частотой колебаний и отношениями плотностей и скоростей звука в полупространстве и слое.



Существенно, что «расширение» слоя не зависит от его толщины и является одинаковым для всех однородных нормальных волн, удовлетворяющих условию  $\mu\xi \gg t$ . Это облегчает вычисление поля вдали от источника методом конечных разностей, если из-за узкой диаграммы направленности источника плохо возбуждаются нормальные волны высших номеров [2, с. 219]. Тогда можно упростить саму постановку задачи, сместив всю криволинейную нижнюю границу слоя вниз на величину  $\Delta y$  и задав на ней краевое условие Дирихле.

На фиг. 1, а, б показано, что совпадение приближенных значений (3) нормированного поперечного волнового числа (штриховые кривые) первой нормальной волны с точными (сплошные кривые) является удовлетворительным уже при близких



Фиг. 2. Отношения точной и приближенных нормированных собственных функций при совпадающих значениях параметров: 1 —  $m=1$ ,  $b=2$ ; 2 —  $m=2$ ,  $b=2$ ; 3 —  $m=1$ ,  $b=1,1$

к критическому значениям  $\xi$ , если отношение  $a$  плотностей полупространства и слоя находится в пределах от 1 до 2. Совпадение ухудшается с ростом  $a$  и с уменьшением отношения  $b$  скоростей звука в полупространстве и слое.

При использовании метода адиабатических инвариантов нормированная собственная функция, соответствующая асимптотическому решению (4),

$$\psi_a(z) = \sin(m\pi z/y_a)/y_a^{1/2}, \quad (6)$$

обладает тем преимуществом перед строгим решением (2), что ее производная по  $y$  не имеет указанной в [3] особенности в критическом сечении слоя, т. е. при  $\xi = \xi_{m \text{ кр}} = (m-0,5)\pi/\mu$ . Так как с уменьшением  $y$  отношение  $y_a/y$  растет, функция (6) правильно описывает и тот эффект [4], что по мере приближения к критическому сечению нормальная волна выходит из слоя в полупространство. С другой стороны, с ростом  $y$  функция (6) стремится к строгому решению гораздо быстрее, чем функция  $\psi_{a1}(z) = \sin(m\pi z/y)/y^{1/2}$ , соответствующая прямой замене исходного граничного условия (1) условием Дирихле. Это видно из фиг. 2, где сплошными кривыми показаны отношения функций  $\psi(z)/\psi_a(z)$  при совпадающих значениях параметров, а штриховыми — отношения функций  $\psi(z)/\psi_{a1}(z)$ .

Так как в методе адиабатических инвариантов приходится корректировать строгое решение (2) вблизи критического сечения слоя, то сложный подход, предложенный Пирсом [3], можно для получения оценок заменить использованием простой асимптотической функции (6) во всей области  $\xi \geq \xi_{m \text{ кр}}$ . В закритической области  $\xi < \xi_{m \text{ кр}}$  решение может быть продолжено с помощью лучевой теории [5].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Барридж Р., Вейнберг Г. Горизонтальные лучи и вертикальные моды.— В кн.: Распространение волн и подводная акустика / Под ред. Келлера Дж. Б. и Пападикаса Дж. С. М.: Мир, 1980, с. 76–125.
2. Завадский В. Ю. Метод конечных разностей в волновых задачах акустики. М.: Наука, 1982. 271 с.
3. Pierce A. D. Guided mode disappearance during upslope propagation in variable depth shallow water overlying a fluid bottom.— J. Acoust. Soc. Amer., 1982, v. 72, № 2, p. 523–531.
4. Кузнецов В. К. О влиянии выхода нормальных волн, распространяющихся в клине, лежащем на полупространстве, из клина в полупространство.— Акуст. журн., 1973, т. 19, № 3, с. 370–377.
5. Arnold J. M., Felsen L. B. Rays and local modes in a wedge-shaped ocean.— J. Acoust. Soc. Amer., 1983, v. 73, № 4, p. 1105–1119.

Научно-производственное объединение  
Дальстандарт

Поступило в редакцию  
11.III.1984