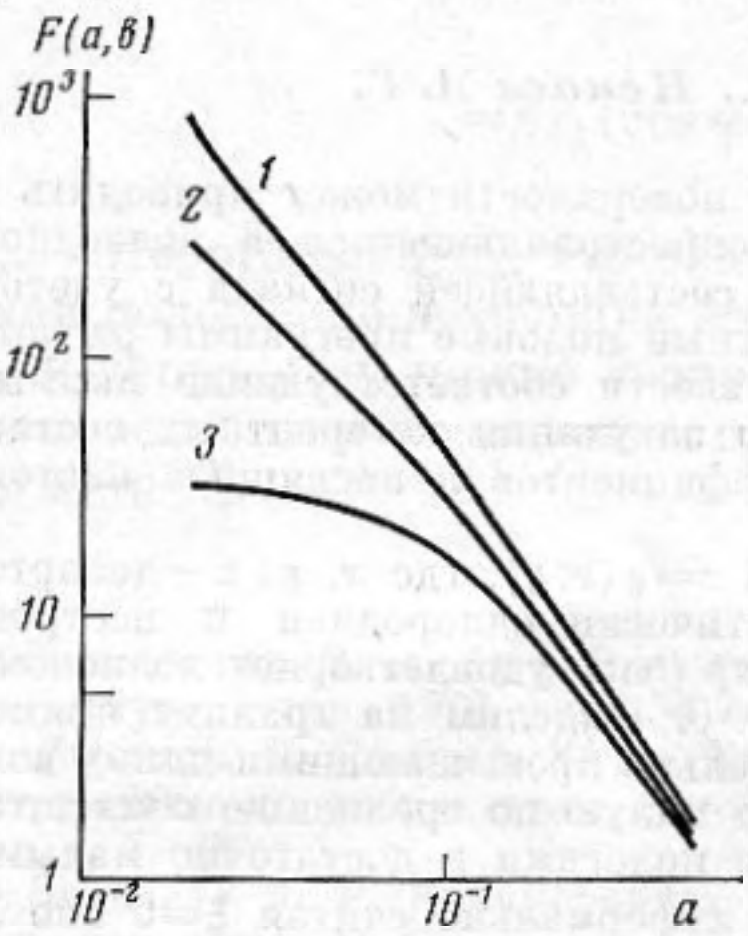
Следует подчеркнуть, что использованная процедура расчета P' и γ_n не противоречит тому, что вдали от площадки Σ поле $\Phi^{(1)}$ имеет структуру, которая определяется характером стратификации скорости звука и свойствами дна. Определенная доля рассеянной энергии может захватываться волноводом, а остальная ее часть уходить в дно, однако особенности структуры поля вдали от Σ и соотношение между захваченной волноводом и ушедшей в дно энергиями при сделанных предположениях слабо влияют на величину коэффициента затухания когерентной составляющей моды (хотя они становятся существенными при расчете средней интенсивности поля).

Более строгий расчет γ_n с использованием волноводной функции Грина и с учетом временных изменений ξ показывает, что выражение (2) обеспечивает хорошую точность определения γ_n, если канал многомодовый и глубина моря $D>c\tau/2$, где τ – время корреляции $\xi(t)$ (для ветровых волн $\tau\simeq V/g$, V – скорость ветра, $g=9{,}8$ м/с^2).



Функция $F(a, b)$ в зависимости от параметра a. $1-b=0{,}95$; $2-b=1$; $3-b=1{,}05$. В реальных ПЗК практически всегда $0{,}95<h_n/k_0<1{,}05$

Проанализируем теперь формулу (2) для случая, когда волнение описывается спектром Пирсона – Московитца [3]: $W_\xi(k)=Ak^{-4}\exp(-0{,}74\,g^2/V^4k^2)$, где $A\approx6\cdot10^{-4}$. Коэффициент затухания равен $\gamma_n=0{,}6\cdot10^{-3}[\varphi_n'(0)/k_0]^2F(a, b)$, где

$$F(a,\ b)=\int\limits_0^{\pi}d\varphi\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\exp\left[-a^2/(b^2-2b\sin\vartheta\cos\varphi+\sin^2\vartheta)\right]}{(b^2-2b\sin\vartheta\cos\varphi+\sin^2\vartheta)^2}\times\sin\vartheta\cos^2\vartheta\,d\vartheta,$$

$a^2=0{,}74\cdot g^2/V^4k_0^2$, $b=h_n/k_0$. На фигуре представлена зависимость функции $F(a, b)$ от параметра a. Как показали расчеты, при $b=0{,}95$ (что соответствует высшим модам или лучам с углами скольжения $\simeq18°$) функция $F(a, b)\propto a^{-2}$. Поскольку для таких мод отношение $\varphi_n'(0)/k_0$ не зависит от частоты f, имеем: $\gamma_n\propto f^2V^4$. При $b=1$ (лучи с малыми углами скольжения) в диапазоне $0{,}02<a<0{,}1$ наблюдается иная частотная зависимость коэффициента затухания: $F\propto a^{-3/2}$, $\gamma_n\propto f^{3/2}V^3$. Наконец, для низших мод ($b>1$) коэффициенты γ_n зависят от частоты и скорости ветра более сложным образом. Эти выводы согласуются с ранее известными теоретическими [4] и экспериментальными [5] результатами.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Басс Ф. Г., Фукс И. М.* Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972.
2. *Вагин А. В., Мальцев Н. Е.* Расчеты низкочастотных звуковых полей в слоистом океане.– В кн.: Вопросы судостроения. Сер. Акустика, 1977, вып. 9, с. 61–80.
3. *Pierson W. J., Moskovitz L.* A proposed spectral form for fully-developed wind seas based on the similarity theory of S. A. Kitagorodsky.– J. Geophys. Res., 1964, v. 69, № 24, p. 5180–5190.
4. *Бреховских Л. М., Лысанов Ю. П.* Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1982.
5. *Sheehy M. T., Halley R.* Measurement of the attenuation of low-frequency underwater sound.– JASA, 1957, v. 29, № 4, p. 464–469.

Институт прикладной физики
Академии наук СССР

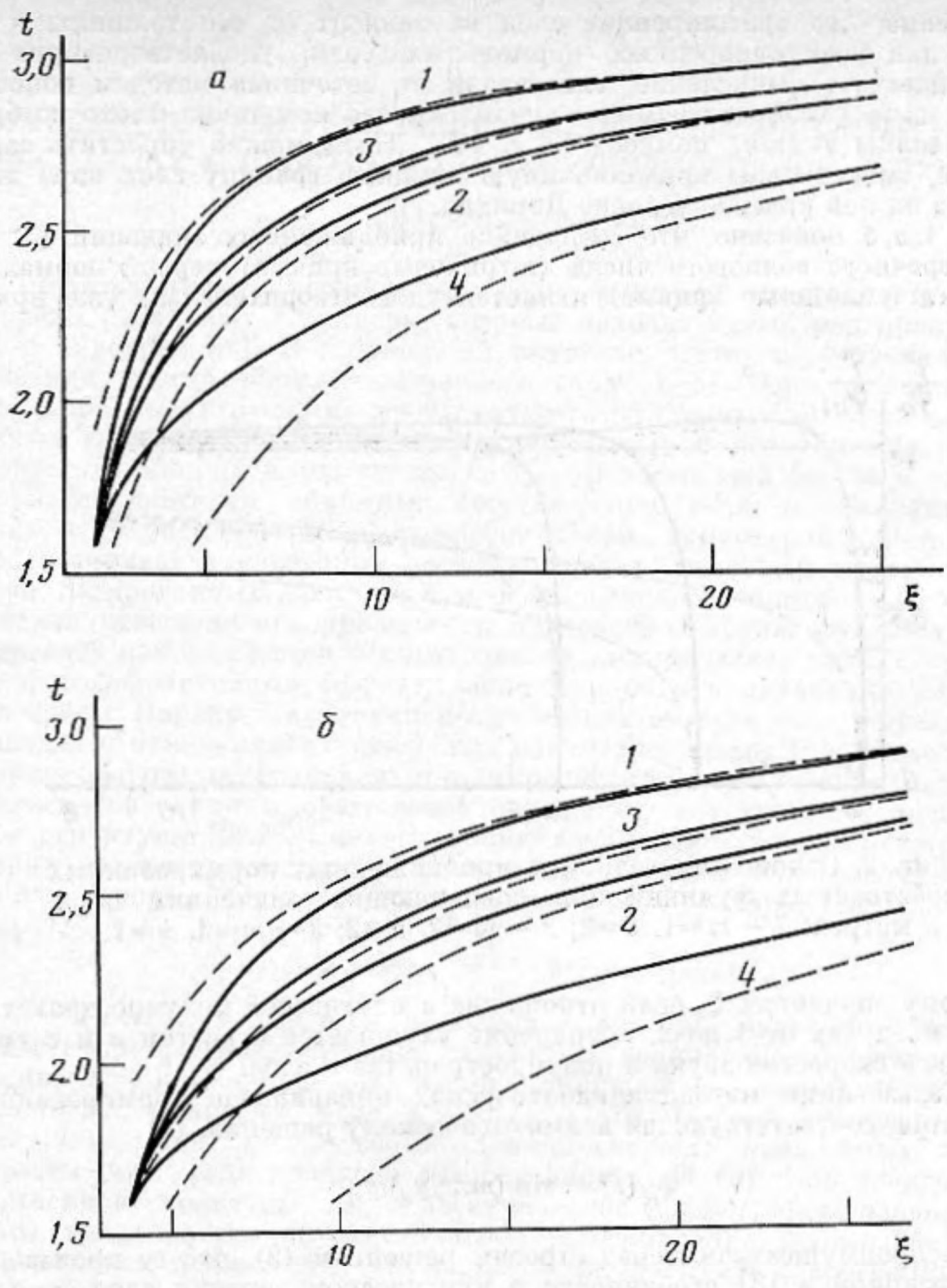
Поступило в редакцию
29.IV.1984

УДК 534.26

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ КРАЕВОЕ УСЛОВИЕ ДИРИХЛЕ ДЛЯ НИЖНЕЙ ГРАНИЦЫ ЖИДКОГО СЛОЯ ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ, ЛЕЖАЩЕГО НА ЖИДКОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ

Аксенов С. П.

В задаче о распространении звука в жидком слое переменной по горизонтали толщины, лежащем на жидком полупространстве с большей скоростью, удобно использовать асимптотически-эквивалентное краевое условие Дирихле для нижней границы слоя. Оно позволяет свести модель волновода к слою с обеими абсолютно мягкими границами и этим упрощает получение приближенного решения как методом адиабатических инвариантов [1], так и численным методом конечных разностей [2].



Фиг. 1. Точные и приближенные значения нормированной поперечной составляющей волнового числа в слое: (*а*) – $b=2$, (*б*) – $b=1{,}1$; *1* – $a=1$, *2* – $a=2$, *3* – $a=\pi/2$, *4* – $a=4$

Для волновода сравнения, которым в данном случае является волновод Пекериса, вещественная собственная функция задачи Штурма – Лиувилля

$$\partial^2\psi(z)/\partial z^2+q^2\psi(z)=0, \quad \psi(0)=0,$$
$$\psi(y-\varepsilon)=a\psi(y+\varepsilon), \quad \psi'(y-\varepsilon)=\psi'(y+\varepsilon), \quad \varepsilon\to 0 \tag{1}$$

с учетом нормирующего множителя имеет в слое (см., например, [3]) следующий вид:

$$\psi(z)=\sin(qz)/[y-(\sin 2qy)/(2q)+(\sin^2 qy)/(a\gamma)]^{1/2}. \tag{2}$$

Здесь z – вертикальная координата, y – толщина слоя, в исходной задаче слабо зависящая от горизонтальных координат, $i\gamma=i[\lambda^2-(k/b)^2]^{1/2}$ и $q=(k^2-\lambda^2)^{1/2}$ – поперечные составляющие волнового числа в полупространстве и слое, $a=\rho_1/\rho_0$ и $b=c_1/c_0$ – соответствующие отношения плотностей и скоростей звука, λ – продольная составляющая волнового числа.

Известное дисперсионное уравнение для собственных чисел, получаемое подстановкой функции (2) с ее экспоненциальным продолжением в (1), $[(\mu\xi)^2-t^2]^{1/2}\times(\sin t)/(at)+\cos t=0$, имеет высокочастотное асимптотическое решение

$$t\approx m\pi/[1+a(\mu\xi)^{-1}), \quad m=1,2,\ldots,\mu\xi\gg t, \tag{3}$$

или

$$q\approx m\pi/y_a, \quad \mu k\gg q, \tag{4}$$

где

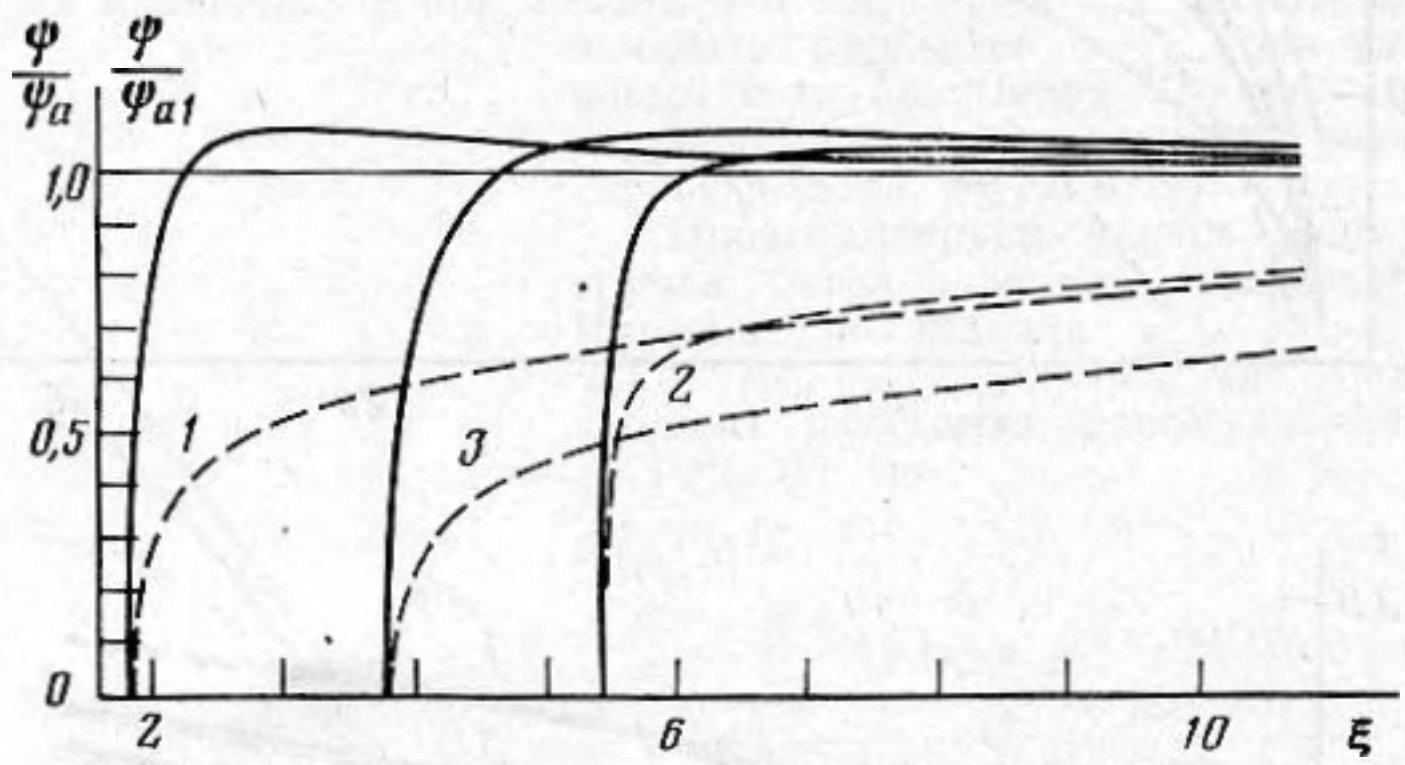
$$y_a=y+\Delta y, \quad \Delta y=a/(\mu k). \tag{5}$$

Здесь приняты обозначения $\xi=ky$, $t=qy$, $\mu=(1-b^{-2})^{1/2}$.

Видно, что значения поперечных волновых чисел (4), характерные для слоя с обеими абсолютно мягкими границами, получаются в асимптотике за счет «расширения» слоя на величину Δy. Последняя, согласно (5), определяется частотой колебаний и отношениями плотностей и скоростей звука в полупространстве и слое.

Существенно, что «расширение» слоя не зависит от его толщины и является одинаковым для всех однородных нормальных волн, удовлетворяющих условию $\mu\xi \gg t$. Это облегчает вычисление поля вдали от источника методом конечных разностей, если из-за узкой диаграммы направленности источника плохо возбуждаются нормальные волны высших номеров [2, с. 219]. Тогда можно упростить саму постановку задачи, сместив всю криволинейную нижнюю границу слоя вниз на величину Δy и задав на ней краевое условие Дирихле.

На фиг. 1, *а*, *б* показано, что совпадение приближенных значений (3) нормированного поперечного волнового числа (штриховые кривые) первой нормальной волны с точными (сплошные кривые) является удовлетворительным уже при близких



Фиг. 2. Отношения точной и приближенных нормированных собственных функций при совпадающих значениях параметров: *1* – $m=1$, $b=2$; *2* – $m=2$, $b=2$; *3* – $m=1$, $b=1{,}1$

к критическому значениях ξ, если отношение a плотностей полупространства и слоя находится в пределах от 1 до 2. Совпадение ухудшается с ростом a и с уменьшением отношения b скоростей звука в полупространстве и слое.

При использовании метода адиабатических инвариантов нормированная собственная функция, соответствующая асимптотическому решению (4),

$$\psi_a(z) = \sin(m\pi z/y_a)/y_a^{1/2}, \tag{6}$$

обладает тем преимуществом перед строгим решением (2), что ее производная по y не имеет указанной в [3] особенности в критическом сечении слоя, т. е. при $\xi = \xi_{m\,\text{кр}} = (m-0{,}5)\pi/\mu$. Так как с уменьшением y отношение y_a/y растет, функция (6) правильно описывает и тот эффект [4], что по мере приближения к критическому сечению нормальная волна выходит из слоя в полупространство. С другой стороны, с ростом y функция (6) стремится к строгому решению гораздо быстрее, чем функция $\psi_{a1}(z) = \sin(m\pi z/y)/y^{1/2}$, соответствующая прямой замене исходного граничного условия (1) условием Дирихле. Это видно из фиг. 2, где сплошными кривыми показаны отношения функций $\psi(z)/\psi_a(z)$ при совпадающих значениях параметров, а штриховыми – отношения функций $\psi(z)/\psi_{a1}(z)$.

Так как в методе адиабатических инвариантов приходится корректировать строгое решение (2) вблизи критического сечения слоя, то сложный подход, предложенный Пирсом [3], можно для получения оценок заменить использованием простой асимптотической функции (6) во всей области $\xi \geqslant \xi_{m\,\text{кр}}$. В закритической области $\xi < \xi_{m\,\text{кр}}$ решение может быть продолжено с помощью лучевой теории [5].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Барридж Р., Вейнберг Г.* Горизонтальные лучи и вертикальные моды.– В кн.: Распространение волн и подводная акустика / Под ред. Келлера Дж. Б. и Пападакиса Дж. С. М.: Мир, 1980, с. 76–125.
2. *Завадский В. Ю.* Метод конечных разностей в волновых задачах акустики. М.: Наука, 1982. 271 с.
3. *Pierce A. D.* Guided mode disappearance during upslope propagation in variable depth shallow water overlying a fluid bottom.– J. Acoust. Soc. Amer., 1982, v. 72, № 2, p. 523–531.
4. *Кузнецов В. К.* О влиянии выхода нормальных волн, распространяющихся в клине, лежащем на полупространстве, из клина в полупространство.– Акуст. журн., 1973, т. 19, № 3, с. 370–377.
5. *Arnold J. M., Felsen L. B.* Rays and local modes in a wedge – shaped ocean.– J. Acoust. Soc. Amer., 1983, v. 73, № 4, p. 1105–1119.

Научно-производственное объединение
Дальстандарт

Поступило в редакцию
11.III.1984