

Интегрирование проводится до

$$k_m = \min\left(\frac{2\pi}{a}, \frac{s}{v}\right) \quad (2)$$

(v — кинематическая вязкость).

Из формулы (1) находим спектр локальных колебаний в сверхрешетке магнитных доменов при наличии дислокации

$$\omega^2 = k_y^2 s^2 + \gamma B^{-2} k_m^2 s^2, \quad (3)$$

$$\frac{2\pi}{ak_m} \left(\frac{s}{s_1}\right)^2 = \begin{cases} B \operatorname{arctg} B & \gamma = -1 \\ B \operatorname{arth} B & \gamma = +1 \end{cases}. \quad (4)$$

В отличие от локальных колебаний в окрестности дислокации в обычном кристалле в данном случае колебания возможны при любом знаке γ .

В смектическом жидком кристалле в окрестности дислокации, нормальной к слоям для фурье-образа смещения слоев, находим выражение

$$u_{k_z}(x, y) = \gamma \left(\frac{ak_z s_1}{2\pi}\right)^2 u_{k_z}(0, 0) \int_0^{k_m} (k_x^2 + k_y^2) [\omega^2 k^2 - k_z^2 (k_x^2 + k_y^2) s^2]^{-1} \times \\ \times \cos(k_x x + k_y y) dk_x dk_y. \quad (5)$$

(Величина k_m определена формулой (2)). Из формулы (5) находим дисперсионное уравнение

$$\left(\frac{2\pi s}{ak_z s_1}\right)^2 = \gamma \pi \left[\frac{k_m^2 - k_z^2}{k_0^2 - k_z^2} - \left(\frac{k_0 k_z}{k_0^2 - k_z^2}\right)^2 \ln \frac{k_0^2 k_z^2 + (k_m^2 - k_z^2)(k_0^2 - k_z^2)}{k_0^2 k_z^2} \right], \quad (6)$$

которое упрощается при $k_z \rightarrow 0$ и $k_z = k_m(1 - \delta)$, $\delta \ll 1$, $\omega^2 = \gamma \pi (ak_m k_z s / 2\pi)^2$, $\omega^2 = [1 - \gamma \delta \pi (ak_m s_1 / 2\pi s)^2] k_m^2 s^2$. В этом случае колебания возможны только при $\gamma = +1$. На расстоянии от оси дислокации, много большем a , амплитуда локальных колебаний спадает в сверхрешетке магнитных доменов $\sim x^{-1} \cos(k_m x)$, а в смектическом жидком кристалле $\sim \Gamma^{-1} \cos(k_m \Gamma)$; $\Gamma^2 = x^2 + y^2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. De Gennes P. G. The Physics of Liquid Crystals. Clarendon Pr., Oxford, 1974.
Де Жен П. Физика жидких кристаллов. М.: Мир, 1977.
2. Барьяхтар В. Г., Гани В. В., Горобец Ю. И. Динамика цилиндрических магнитных доменов. — Препринт ИТФ-74-67, Киев, 1974.
3. Косевич А. М. Физическая механика реальных кристаллов. Киев, Наук. думка, 1981.
4. Ricard L., Prost J. Critical behaviour of second sound near the smectic A nematic phase transition. — J. Phys., 1981, v. 42, № 6, p. 861–874.
5. Барьяхтар В. Г., Гани В. В., Горобец Ю. Т. Волны в решетке цилиндрических доменов. — ФТТ, 1976, т. 18, № 7, с. 1990–1995.

Всесоюзный научно-исследовательский
технологический институт антибиотиков
и ферментов медицинского назначения

Поступила в редакцию
14.VI.1983

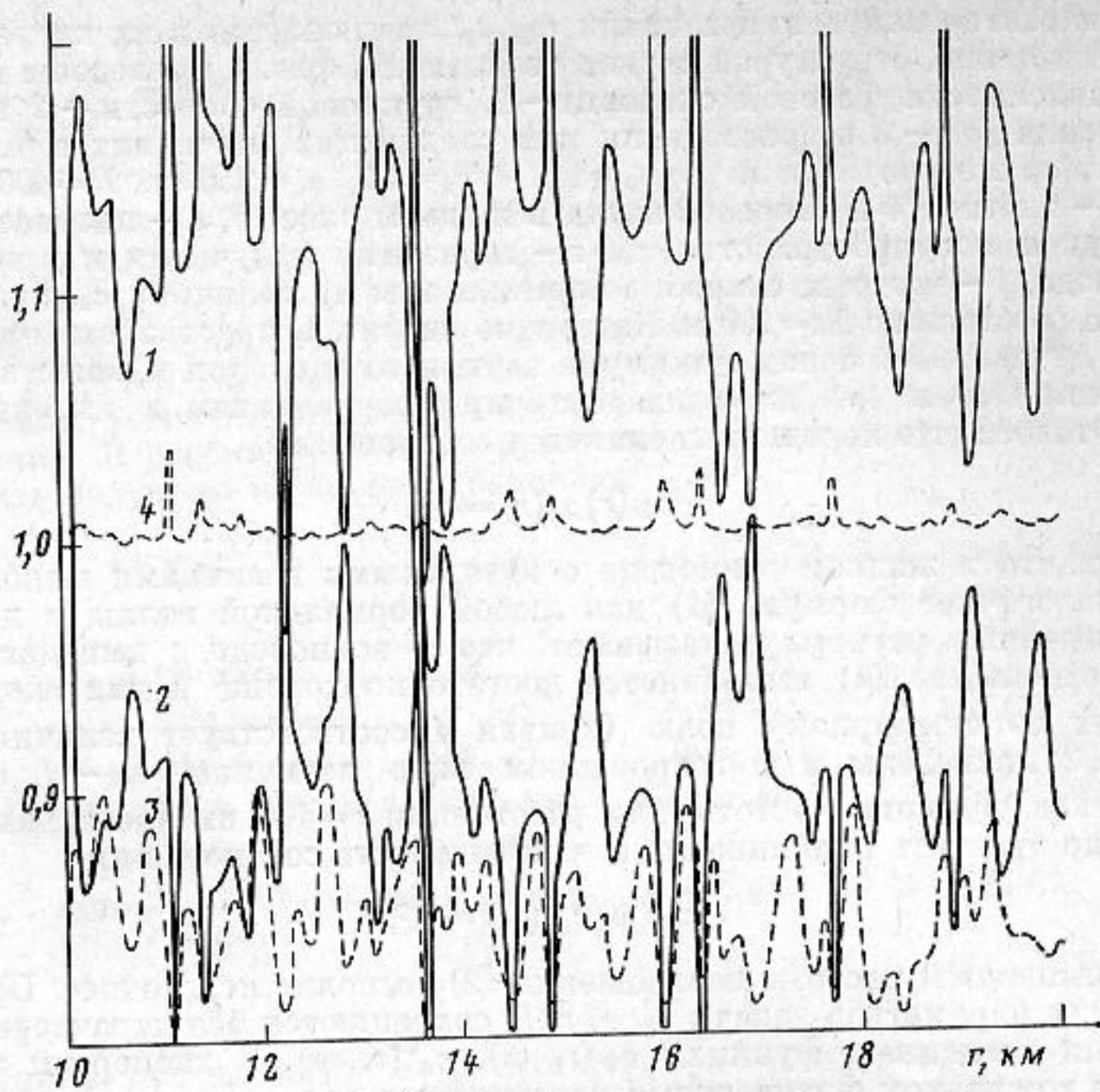
УДК 534.26

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ФАЗОВОЙ СТРУКТУРЫ ЗВУКОВОГО ПОЛЯ В ДВУХСЛОЙНОМ ЖИДКОМ ВОЛНОВОДЕ

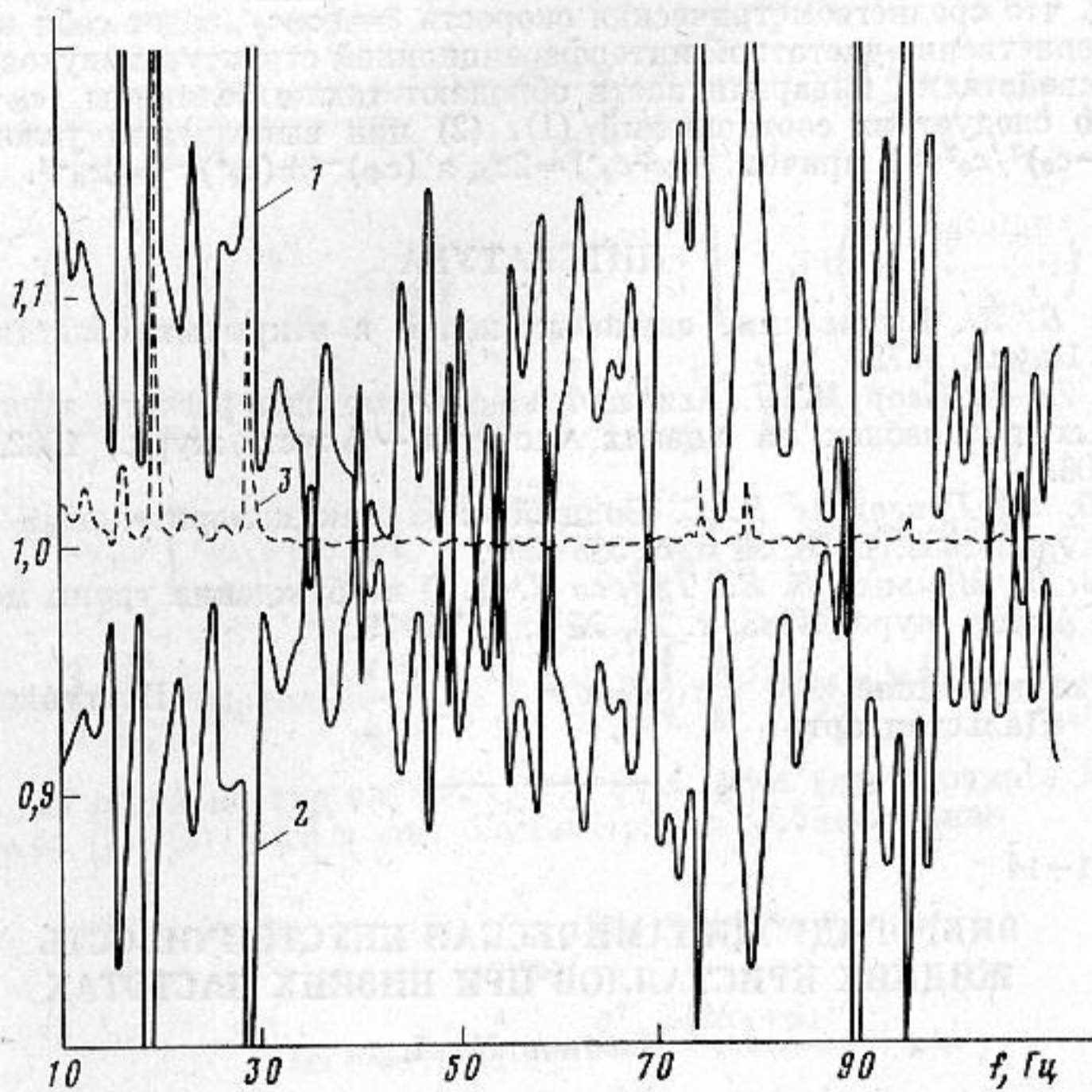
Гасаткин Б. А., Купцов Е. А.

Анализ звуковых полей в жидком слое, ограниченном снизу жидким полупространством, сводится, как правило, к расчету горизонтальных и вертикальных разрезов, характеризующих пространственную изменчивость уровня звукового давления [1, 2], либо к отысканию некоторых инвариантных соотношений, характеризующих изменение уровня в пространстве r , ω [3, 4] (r — пространственная координата в направлении распространения волны, ω — частота). В настоящей работе анализируются изменчивость фазовой структуры звукового поля в пространстве r , ω и некоторые ее инварианты.

Введем составляющие градиента фазы $\Phi_r = \partial\Phi/\partial r$ и $\Phi_\omega = \partial\Phi/\partial\omega$, которые определяют локальную фазовую скорость $c_\Phi = \omega\Phi_r^{-1}$ и эффективную групповую скорость $c_g^* = r\Phi_\omega^{-1}$, причем эффективные скорости c_Φ^* , c_g^* связаны с соответствующими локальными скоростями c_Φ , $c_g = \Phi_r\omega^{-1}$, где $\Phi_{r\omega} = \partial^2\Phi/\partial r\partial\omega$, операцией пространствен-



Фиг. 1.



Фиг. 2.

ного усреднения $(c_{\Phi, g})^{-1} = (1/r) \int_0^r (c_{\Phi, g})^{-1} dr$. В модовом представлении поля звуко-

вого давления $p = \sum_{n=1}^N p_n = |p| \exp(i\Phi) = R + iI$, где N — число удерживаемых при расчете нормальных волн, расчетные формулы имеют вид

$$\Phi_r = \frac{I_r R - I R_r}{I^2 + R^2}; \quad \Phi_\omega = \frac{I_\omega R - I R_\omega}{I^2 + R^2}.$$

Общий характер изменения величин c_Φ , c_g^* заключается в их коррелированности с интерференционной структурой звукового поля. На фиг. 1 приведены в нормированном виде зависимости фазовой скорости — 1, групповой скорости — 2 и уровня звукового давления $|p|$ — 3 от расстояния при следующих значениях геометрических и физических параметров задачи: $\rho/\rho_0=1,4$, $c/c_0=1,2$, $z_0=250$ м, $H=400$ м, $f=50$ Гц. $z=H$, ρ_0 , c_0 — плотность и скорость звука в жидком слое, ρ , c — плотность и скорость звука в жидком полупространстве, z_0 , z — горизонты излучения и приема, H — глубина волновода, f — частота; скорости нормированы на величину c_0 , принятый в расчетах шаг по расстоянию $\Delta r=100$ м. Как видно из фиг. 1, пространственные градиенты величин c_Φ , c_g^* велики в зонах минимума звукового давления и малы в зонах максимума, величины c_g и $|p|$ имеют характерную корреляцию, а изменчивость величин c_Φ и c_g^* такова, что хорошо выполняется соотношение

$$c_\Phi(r)c_g^*(r)=c_0^2. \quad (1)$$

Известно, что в жидком волноводе с идеальными границами выполняется соотношение, аналогичное формуле (1) для любой нормальной волны и для любой частоты. Приведенные расчеты показывают, что в волноводе с импедансной нижней границей соотношение (1) выполняется достаточно хорошо и для скоростей c_Φ , c_g^* , определенных по суммарному полю (кривая 4 соответствует величине $\bar{c}=\sqrt{c_\Phi c_g^*}$).

На фиг. 2 приведены в нормированном виде величины $c_\Phi - 1$, $c_g^* - 2$ и $\bar{c} = \sqrt{c_\Phi c_g^*} - 3$ как функции частоты для расстояния $r=100$ км (остальные параметры те же). Можно отметить приближенную выполнимость соотношения

$$c_\Phi(\omega)c_g^*(\omega)=c_0^2, \quad (2)$$

причем с повышением частоты соотношение (2) выполняется точнее. При изменении геометрических параметров задачи z_0 , z , r , H сохраняются все характерные особенности поведения введенных функций $c_\Phi(r, \omega)$, $c_g^*(r, \omega)$, а дисперсия этих величин определяется в основном физическими параметрами ρ/ρ_0 , c/c_0 .

Численный анализ выполнимости соотношений (1) и (2) при изменении параметров z_0 , z , r , ω , H и физических параметров полупространства позволяет сделать вывод о том, что среднегеометрическая скорость $\bar{c}=\sqrt{c_\Phi c_g^*}$ ведет себя как квазиинвариант пространственно-частотной интерференционной структуры звукового поля. Аналогичными свойствами инвариантности обладают также величины $(c_\Phi+c_g^*)$, $(c_\Phi)^{-1}+(c_g^*)^{-1}$, что следует из соотношений (1), (2) при выполнении условий $(c_\Phi-c_0)^2/c_0^2 \ll 1$, $(c_g^*-c_0)^2/c_0^2 \ll 1$, причем $(c_\Phi+c_g^*)=2c_0$, а $(c_\Phi)^{-1}+(c_g^*)^{-1}=2c_0^{-1}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Завадский В. Ю. Вычисление звуковых полей в открытых областях и волноводах. М.: Наука, 1972.
2. Булдырев В. С., Явор М. И. Асимптотические методы расчета звуковых полей в подводных волноводах на низких частотах.— Акуст. журн., 1982, т. 28, № 5, с. 601–606.
3. Баранов В. А., Григорьев В. С. Водный слой как измерительный инструмент.— Акуст. журн., 1982, т. 28, № 5, с. 588–596.
4. Кулаков В. Н., Мальцев Н. Е., Чупров С. Д. О возбуждении групп мод в слоистом океане.— Акуст. журн., 1983, т. 29, № 1, с. 74–79.

Научно-производственное
объединение «Дальстандарт»

Поступила в редакцию
30.V.1983

УДК 534.231.1–14

ВИБРОГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛОВ ПРИ НИЗКИХ ЧАСТОТАХ

Чабан И. А.

Рассмотрим «сэндвич», состоящий из нормального слоя жидкого кристалла, помещенного между двумя стеклянными пластинами. Пусть верхняя пластина неподвижна, а нижняя колеблется в своей плоскости с частотой ω и амплитудой смещения u . Как было показано в работе [1], при превышении амплитуды смещения порогового значения $u_{пор}$ в такой системе возникает неустойчивость жидкокристаллического слоя. В работе [1] были рассчитаны пороги возникновения этой неустойчивости в случае высоких частот (10 МГц — 100 кГц). В настоящей работе приводятся результаты аналогичных расчетов для низкочастотной области (100 Гц — 1 кГц). Для этой области можно считать $kh \ll 1$, $k_{зв} \ll \pi/h$, $k_{зв} \ll \pi/L$, где h и L — толщина и длина жидкокристаллического слоя, $k_{зв}$ и $k = \sqrt{\omega \rho / 2\eta}$ — волновые числа звуковой и вязкой волны (здесь и далее обозначения те же, что и в работе [1]).

Найдем поле скоростей внутри слоя. Уравнение движения для жидкого кристалла имеет вид $\rho \dot{v}_x = \eta \partial^2 v_x / \partial z^2$. Общее решение этого уравнения следующее: $v_x = [A \exp(iq_0 z) + B \exp(-iq_0 z)] \exp(i\omega t)$, где $q_0 = \sqrt{i\omega \rho / \eta}$, A , B — постоянные. Решение,