$$\times\left\{1-\frac{d}{b}\frac{\omega\rho_0}{Z_0}\frac{V_0^2}{k}\frac{1\Big/\left(\cos\varphi+\sin^2\varphi\sqrt{\dfrac{i\omega\eta_1}{c_0^2}}\right)+1\Big/\left(\cos\varphi-\sin^2\varphi\sqrt{\dfrac{i\omega\eta_1}{c_0^2}}\right)}{1+\dfrac{\omega\rho_0}{Z_0}\dfrac{d}{b}\sum\limits_{-\infty}^{\infty}\left[V_n^2/(\sqrt{i\eta_1/\omega}\,\alpha_n^2+\gamma_n)\right]}\right\}, \tag{2}$$

где $k=\omega/c_0$, $\alpha_0=k\sin\varphi$, $\gamma_0=k\cos\varphi$, $\alpha_n=\alpha_0+2\pi n/b$, $\gamma_n=-i\sqrt{\alpha_n^2-k^2}$, $V_n=\sin(\alpha_n d/2)/$ $/(\alpha_n d/2)$.

Если положить $\eta_1=0$, то выражение (2) совпадает с тем, которое было получено в [3], где решалась задача о дифракции плоской звуковой волны на неоднородной периодической структуре в идеальной среде. Из вида выражения (2) ясно, что эффект Константинова будет иметь место в случае $d/b\ll 1$.

В заключение отметим, что несмотря на то что влияние вязкости на распространение звука вблизи границы может привести к изменению характера угловой зависимости коэффициента поглощения (эффект Константинова), учитывать это явление при расчете звукопоглощающих систем следует только в случае, когда система предназначена для работы в условиях скользящих углов падения звука на систему.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бутузов В. Ф., Нефедов Н. Н.* Асимптотическое решение линеаризованной задачи о распространении звука в ограниченной среде с малой вязкостью.– Всесоюз. конф. по асимптотическим методам. Алма-Ата: Наука, 1979, с. 42.
2. *Константинов Б. П.* Гидродинамическое звукообразование и распространение звука в ограниченной среде. Л.: Наука, 1974.
3. *Велижанина К. А., Гамулин А. В.* Дифракция звука на периодической неоднородной поверхности.– Акуст. журн., 1977, т. 23, № 1, с. 41–45.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова
Физический факультет

Поступила в редакцию
20.VIII.1981
после окончательного исправления
1.III.1984

УДК 534.26

К ТЕОРИИ ЛОКАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Иоффе И. В.

В смектических жидких кристаллах типа А [1] и в сверхрешетке цилиндрических магнитных доменов возможны [2] дополнительные ветви акустических волн. В указанных системах возможно локальное нарушение периодичности: появление точечных дефектов, например примеси, или появление в смектическом жидком кристалле дополнительного смектического слоя [1], а в пленке со сверхрешеткой цилиндрических доменов – появление дополнительной линии доменов [2], т. е. появление аналогов дислокаций в обычных кристаллических решетках. В обычных кристаллах наличие дефектов в виде точек или дислокаций приводит к появлению локальных колебаний (см., например, работу [3]), т. е. слабозатухающих возбуждений акустической ветви колебаний, амплитуда которых убывает с ростом расстояния до дефекта. Учитывая наличие в рассматриваемых системах дополнительных ветвей колебаний, представляет интерес исследовать возможность существования локальных колебаний второго звука в сверхрешетках. Насколько известно автору, этот вопрос рассматривается впервые. Ниже рассмотрение проводится в приближении работы [3], при котором наличие дефекта или дислокации описывается δ-функционной особенностью постоянной упругости. Отметим, что возбуждение локальных колебаний в жидких кристаллах можно наблюдать аналогично работе [4], а в сверхрешетке цилиндрических магнитных доменов – аналогично работам [2, 5]. Анализ показывает, что локальные колебания в рассматриваемых системах невозможны в окрестности точечного дефекта, а в жидких кристаллах – и в окрестности дислокаций, лежащих в плоскости смектических слоев. Ниже предполагается, что сверхрешетка доменов и слои в жидком кристалле расположены в плоскости xy; a, s – постоянная и скорость звука в сверхрешетке или расстояние между слоями и скорость второго звука; $k_0\equiv$ $\equiv\omega s^{-1}$; $\gamma=\pm1$; s_1 – характеризует величину δ-образного изменения постоянной упругости.

Рассмотрим сверхрешетку доменов при наличии дислокации, совпадающей с осью x. Следуя работе [3], для фурье-образа смещений решетки цилиндрических магнитных доменов получим выражение

$$u_{k_y}(x)=\frac{\gamma a}{2\pi}(k_m s_1)^2 u_{k_y}(0)\int\limits_0^{k_m}(\omega^2-k_y^2 s^2-k_x^2 s^2)^{-1}\cos(k_x x)\,dk_x. \tag{1}$$

Интегрирование проводится до

$$k_m=\min\left(\frac{2\pi}{a},\frac{s}{\nu}\right) \tag{2}$$

(ν – кинематическая вязкость).

Из формулы (1) находим спектр локальных колебаний в сверхрешетке магнитных доменов при наличии дислокации

$$\omega^2=k_y{}^2s^2+\gamma B^{-2}k_m{}^2s^2, \tag{3}$$

$$\frac{2\pi}{ak_m}\left(\frac{s}{s_1}\right)^2=\begin{cases}B\,\mathrm{arctg}\,B & \gamma=-1\\ B\,\mathrm{arth}\,B & \gamma=+1\end{cases}. \tag{4}$$

В отличие от локальных колебаний в окрестности дислокации в обычном кристалле в данном случае колебания возможны при любом знаке γ.

В смектическом жидком кристалле в окрестности дислокации, нормальной к слоям для фурье-образа смещения слоев, находим выражение

$$u_{k_z}(x,y)=\gamma\left(\frac{ak_zs_1}{2\pi}\right)^2u_{k_z}(0,0)\int\limits_0^{k_m}(k_x{}^2+k_y{}^2)\,[\omega^2k^2-k_z{}^2(k_x{}^2+k_y{}^2)s^2]^{-1}\times$$
$$\times\cos(k_xx+k_yy)\,dk_x\,dk_y. \tag{5}$$

(Величина k_m определена формулой (2)). Из формулы (5) находим дисперсионное уравнение

$$\left(\frac{2\pi s}{ak_zs_1}\right)^2=\gamma\pi\left[\frac{k_m{}^2-k_z{}^2}{k_0{}^2-k_z{}^2}-\left(\frac{k_0k_z}{k_0{}^2-k_z{}^2}\right)^2\ln\frac{k_0{}^2k_z{}^2+(k_m{}^2-k_z{}^2)(k_0{}^2-k_z{}^2)}{k_0{}^2k_z{}^2}\right], \tag{6}$$

которое упрощается при $k_z\to0$ и $k_z=k_m(1-\delta)$, $\delta\ll1$, $\omega^2=\gamma\pi(ak_mk_zs/2\pi)^2$, $\omega^2=[1-\gamma\delta\pi(ak_ms_1/2\pi s)^2]k_m{}^2s^2$. В этом случае колебания возможны только при $\gamma=+1$. На расстоянии от оси дислокации, много большем a, амплитуда локальных колебаний спадает в сверхрешетке магнитных доменов $\sim x^{-1}\cos(k_mx)$, а в смектическом жидком кристалле $\sim\Gamma^{-1}\cos(k_m\Gamma)$; $\Gamma^2=x^2+y^2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *De Gennes P. G.* The Physics of Liquid Crystals. Clarendon Pr., Oxford, 1974. *Де Жен П.* Физика жидких кристаллов. М.: Мир, 1977.
2. *Барьяхтар В. Г., Ганн В. В., Горобец Ю. И.* Динамика цилиндрических магнитных доменов.– Препринт ИТФ-74-67, Киев, 1974.
3. *Косевич А. М.* Физическая механика реальных кристаллов. Киев, Наук. думка, 1981.
4. *Ricard L., Prost J.* Critical behavour of second sound near the smectic A nematic phase transition.– J. Phys., 1981, v. 42, № 6, p. 861–874.
5. *Барьяхтар В. Г., Ганн В. В. Горобец Ю. Т.* Волны в решетке цилиндрических доменов.– ФТТ, 1976, т. 18, № 7, с. 1990–1995.

Всесоюзный научно-исследовательский технологический институт антибиотиков и ферментов медицинского назначения

Поступила в редакцию 14.VI.1983

УДК 534.26

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ФАЗОВОЙ СТРУКТУРЫ ЗВУКОВОГО ПОЛЯ В ДВУХСЛОЙНОМ ЖИДКОМ ВОЛНОВОДЕ

Касаткин Б. А., Купцов Е. А.

Анализ звуковых полей в жидком слое, ограниченном снизу жидким полупространством, сводится, как правило, к расчету горизонтальных и вертикальных разрезов, характеризующих пространственную изменчивость уровня звукового давления [1, 2], либо к отысканию некоторых инвариантных соотношений, характеризующих изменение уровня в пространстве r, ω [3, 4] (r – пространственная координата в направлении распространения волны, ω – частота). В настоящей работе анализируются изменчивость фазовой структуры звукового поля в пространстве r, ω и некоторые ее инварианты.

Введем составляющие градиента фазы $\Phi_r=\partial\Phi/\partial r$ и $\Phi_\omega=\partial\Phi/\partial\omega$, которые определяют локальную фазовую скорость $c_\Phi=\omega\Phi_r{}^{-1}$ и эффективную групповую скорость $c_g{}^*=r\Phi_\omega{}^{-1}$, причем эффективные скорости $c_\Phi{}^*$, $c_g{}^*$ связаны с соответствующими локальными скоростями c_Φ, $c_g=\Phi_{r\omega}{}^{-1}$, где $\Phi_{r\omega}=\partial^2\Phi/\partial r\partial\omega$, операцией пространствен-