АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXX 1984 Вып. 6

УДК 548.0:534.2

ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА ОТРАЖЕНИЕ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ ОТ КЕРАМИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНКИ, ПОМЕЩЕННОЙ В ЖИДКОСТЬ

Белый В. Н., Севрук Б. Б.

Изучено совместное влияние интерференции и электрострикции на поведение коэффициента отражения ультразвуковой волны от сегнетокерамической пластинки, помещенной в жидкость. Показана возможность амплитудной модуляции отраженной волны с помощью внешнего электрического поля.

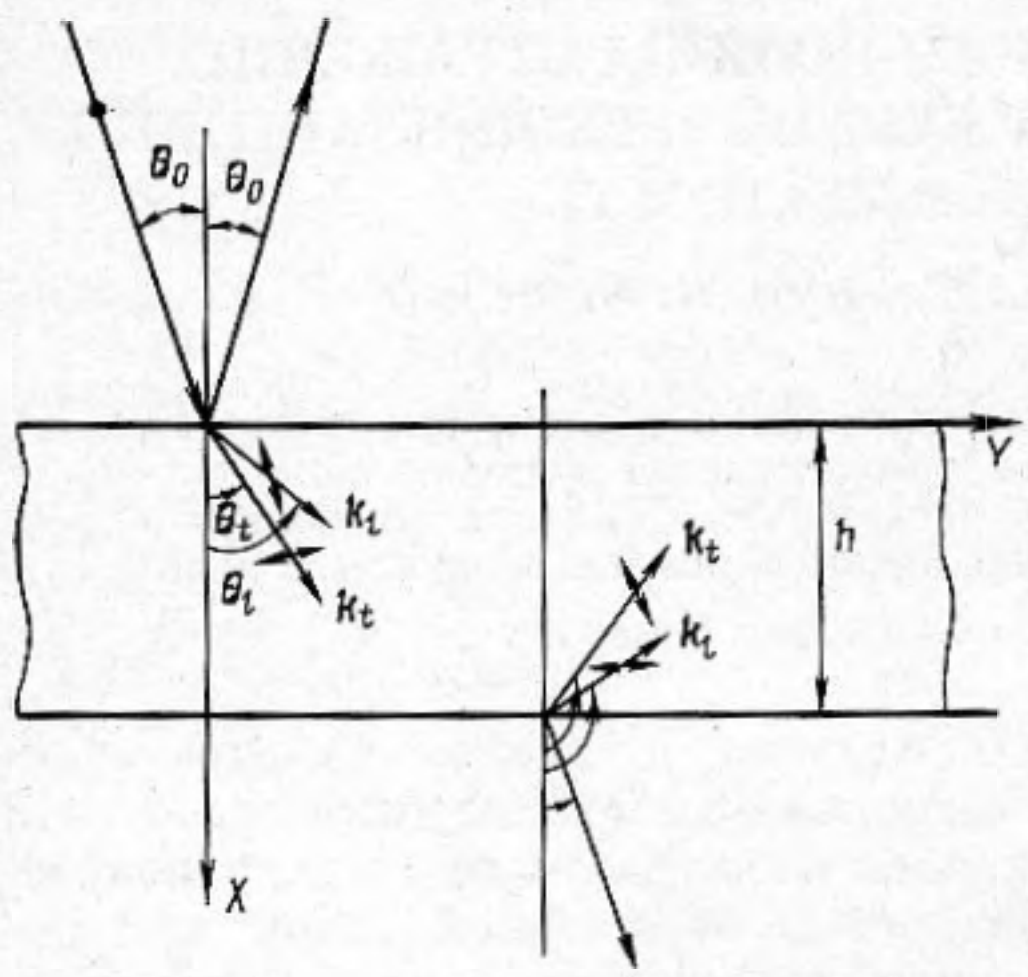
В работе [1] рассмотрена задача об отражении сдвиговой ультразвуковой волны от сегнетокерамического материала с высокой диэлектрической проницаемостью, помещенного во внешнее электрическое поле, и показана возможность управления интенсивностью отраженной волны при падении под углом, близким к углу полного отражения. Однако более важной с точки зрения практического использования является возможность управления продольными ультразвуковыми волнами. Коэффициенты отражения при падении их из жидкости на границу раздела с пьезокерамической средой, а также на пьезокерамическую пластинку, граничащую второй поверхностью с вакуумом, рассчитаны в работах [2, 3].

К настоящему времени известно несколько способов электрического управления коэффициентом отражения продольных волн от пластинок из материалов, обладающих естественным пьезоэффектом. В работе [4] теоретически и [5, 6] экспериментально исследовано усиление либо ослабление отраженных ультразвуковых волн посредством создания дрейфа носителей заряда в пьезополупроводниковых кристаллах CdS и CdSe, помещенных в жидкость. В работе [7] показана возможность управления коэффициентом отражения звука от продольно колеблющегося пьезоэлемента путем изменения величины внешней электрической нагрузки. В отличие от сред, обладающих естественным пьезоэффектом, применение центросимметричных сред с высокой диэлектрической проницаемостью обеспечивает возможность амплитудной модуляции отраженной от пластинки продольной звуковой волны непосредственно путем изменения приложенного управляющего напряжения.

В настоящей работе впервые исследована зависимость коэффициента отражения ультразвуковой волны от величины напряженности электрического поля и угла падения на пластинку из центросимметричной керамики, помещенной в жидкость. При этом учитывается как линейная, так и квадратичная электрострикция. Отмечено существенное влияние на коэффициент отражения продольной волны упругой анизотропии и вынужденного пьезоэффекта, наведенных электрическим полем, которое прикладывается как параллельно, так и перпендикулярно граням пластинки. В соответствии с этим предполагается, что внешнее электрическое поле создается с помощью плоскопараллельных электродов, перпендикулярных либо параллельных границам раздела сред. Во втором случае входная и выходная грани пластинки считаются металлизированными, а электроды невесомыми и не влияющими на механические граничные условия.

Рассмотрим вначале особенности распространения упругих волн в бесконечной среде. В электрическом поле первоначально изотропная керамическая среда вследствие электрострикции превращается в поперечно изотропную [8, 9], в которой центр симметрии отсутствует. Из-за наведенного внешним полем вынужденного пьезоэффекта и обусловленной им

электромеханической связи упругие волны в керамике будут сопровождаться волнами электрического поля, потенциал которого обозначим через φ. Из уравнений движения и электростатики для плоских волн $\sim\exp[i(\mathbf{kr}-\omega t)]$ с учетом линейных и квадратичных членов в разложении тензора диэлектрической проницаемости ε по степеням тензора деформации следует система уравнений для компонент вектора смещения $\mathbf{u}$ и электрического потенциала φ:



Фиг. 1

$$(-\rho\omega^2\delta_{ik}+k_m k_l \tilde{c}_{iklm})\,u_k-$$
$$-\varepsilon\varepsilon_0 E_{0m} g_{iklm} k_k k_l \varphi=0, \qquad (1)$$
$$g_{lmki} E_{0m} k_l k_i u_k + k^2\varphi=0, \qquad (2)$$

где $\tilde{c}_{ilkm}=c_{ilkm}-d_{srilkm}E_{0r}E_{0s}$ — переопределенные упругие постоянные, g_{iklm} и d_{iklmrs} — линейные и квадратичные электрострикционные постоянные, E_0 — напряженность внешнего электрического поля, ω — частота и $\mathbf{k}$ — волновой вектор ультразвуковой волны.

Выберем систему координат XYZ (фиг. 1) так, что вектор $\mathbf{E}_0=(E_{0x},\ 0,\ E_{0z})$ расположен в плоскости XY. Рассмотрим решения системы (1)—(2), соответствующие волнам с векторами $\mathbf{k}(k_x,\ k_y,\ 0)$ и $\mathbf{u}=(u_x,\ u_y,\ 0)$, лежащими в плоскости XY.

Одно условие существования ненулевых решений системы (1)—(2) соответствует дисперсионному уравнению для упругих волн в керамике $|\Pi_{ik}-\rho v^2\delta_{ik}|=0$, из решения которого следует выражение для скоростей квазипродольной L и квазипоперечной T волн:

$$v_{l,t}=\left[\frac{1}{2\rho}\left(\Pi_{11}+\Pi_{22}\pm\sqrt{(\Pi_{11}-\Pi_{22})^2+4\Pi_{12}^2}\right)\right]^{\frac{1}{2}}, \qquad (3)$$

а также векторов поляризации

$$\mathbf{p}_{l,t}=\begin{pmatrix}1\\ A_{l,t}\end{pmatrix}\Big/\sqrt{1+A_{l,t}^2}, \qquad (4)$$

где $A_{l,t}=-(\Pi_{11}-\rho v_{l,t}^2)/\Pi_{12}$. Компоненты тензора Кристоффеля Π_{ik} определяются выражениями

$$\Pi_{11}=\tilde{c}_{11}n_1^2+\tilde{c}_{44}n_2^2+A_1G_1^2,\quad \Pi_{22}=\tilde{c}_{44}n_1^2+\tilde{c}_{22}n_2^2+A_1G_2^2, \qquad (5)$$
$$\Pi_{12}=n_1n_2(\tilde{c}_{11}-\tilde{c}_{44})+A_1G_1G_2,$$

где $\tilde{c}_{11}=c_{11}-A_1d_{111}-A_2d_{122}$, $\tilde{c}_{44}=c_{44}-A_1d_{166}-A_2d_{144}$, $\tilde{c}_{22}=c_{11}-A_1d_{122}-A_2d_{122}$, $G_1=g_{11}n_1^2-g_{44}n_2^2$, $G_2=n_1n_2(g_{11}-g_{44})$, а g_{11}, g_{44}, d_{111}, d_{122}, d_{166}, d_{144} — линейные и квадратичные коэффициенты электрострикции в матричных обозначениях, c_{11} и c_{44} — упругие постоянные керамики при $E_0=0$, $A_1=\varepsilon_0\varepsilon E_{0x}$, $A_2=\varepsilon_0\varepsilon E_{0z}$, ε_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума, n_i — компоненты фазовой нормали.

Второе условие существования нетривиальных решений системы (1)—(2) $k_x^2+k_y^2=0$ соответствует неоднородным волнам электрического поля с потенциалом $\psi\sim\exp[k_yx+i(k_yy-\omega t)]$.

Из формул (1)—(5) следует, что в случае ориентации вектора $\mathbf{E}_0$ перпендикулярно плоскости распространения ультразвуковой волны ($E_{0x}=0$) упругие свойства керамики определяются лишь постоянными $\tilde{c}_{ij}$. При этом потенциал $\varphi=0$ и упругие волны не сопровождаются электрострикционным полем.

Рассмотрим далее отражение ультразвуковой волны от плоскопарал-

лельного слоя керамики с плотностью ρ_2, помещенного в жидкость с плотностью ρ_1. Пусть входная ($x=0$) и выходная ($x=h$) грани слоя перпендикулярны оси X (фиг. 1). В соответствии с уравнениями (1)—(4) падающая на слой под углом θ_0 продольная ультразвуковая волна с вектором смещения $\mathbf{u}_0=\mathbf{p}_0 \exp[i(k_{0x}x+k_y y-\omega t)]$ ($\mathbf{p}_0=(\cos\theta_0, \sin\theta_0, 0)$ — (вектор поляризации) будет возбуждать в слое, в общем случае, квазипродольную L и квазипоперечную T упругие волны с волновыми векторами k_l, k_t, направленными под углами θ_l, θ_t к оси X. Суммарный вектор смещения $\mathbf{u}^{(2)}$ упругих волн в слое равен сумме векторов смещения $\mathbf{u}_1=\mathbf{u}_l$ и $\mathbf{u}_2=\mathbf{u}_t$ волн, преломленных на верхней границе, а также векторов смещения $\mathbf{u}_3$ и $\mathbf{u}_4$ волн L и T, отраженных от нижней границы. Обозначив амплитуды перечисленных волн через B_j, а векторы поляризации и волновые через $\mathbf{p}_j$ и $\mathbf{k}_j$, запишем вектор $\mathbf{u}^{(2)}$ в следующем виде:

$$\mathbf{u}^{(2)}=\sum_{j=1}^{4} B_j\mathbf{p}_j e^{i(k_{jx}x+k_y y-\omega t)}, \tag{6}$$

где $\mathbf{p}_j$ — определяются по формуле (4), $k_{jx}=k_j\cos\theta_j$, $\theta_1=\pi-\theta_3=\theta_l$, $\theta_2=\pi-\theta_4=\theta_t$. Суммарные векторы смещения продольных упругих волн в жидкой среде запишутся в следующем виде:

$$\mathbf{u}^{(1)}=\mathbf{u}_0+B_1\mathbf{p}_5 e^{i(-k_{0x}+k_y y-\omega t)}, \quad \mathbf{u}^{(3)}=\mathbf{p}_0 B_6 e^{i(k_{0x}x\ k_y y-\omega t)}, \tag{7}$$

где $\mathbf{p}_5=(-\cos\theta_0, \sin\theta_0, 0)$.

Поскольку скорости волн L, T зависят от направления распространения, углы преломления θ_j должны определяться путем совместного решения уравнения, выражающего условие равенства следов падающей и преломленной волн на границе раздела сред

$$\sin\theta_0/v_{ж}=\sin\theta_l/v(\theta_l)=\sin\theta_t/v(\theta_t) \tag{8}$$

и уравнения (3) при заданном угле падения θ_0. Подставляя $v_{l,t}$ из (3) в (8), получим квадратное уравнение для определения величин $\sin\theta_l$ и $\sin\theta_t$

$$\sin^4\theta a[a-(g_{44}^2-g_{11}^2)A_1]+\sin^2\theta[-a(\tilde{c}_{11}+\tilde{c}_{44}+g_{11}^2A_1)+$$
$$+(\tilde{c}_{11}g_{44}^2-\tilde{c}_{44}g_{11}^2)A_1+A_1\tilde{c}_{44}g_{11}^2+\tilde{c}_{11}\tilde{c}_{44}=0, \tag{9}$$

где $a=\rho_2 v_{ж}/\sin\theta_0$.

Из равенства нулю суммарного потенциала на металлизированной поверхности получим выражения для амплитуд $\psi_{1,2}$ неоднородных волн электрического поля на верхней и нижней границах слоя

$$\psi_1=\sum_{j=1}^{4} B_j P_j(1-\Delta e^{ik_{jx}h})/(1-\Delta^2),$$
$$\psi_2=\sum_{j=1}^{4} B_j P_j(-\Delta+e^{ik_{jx}h})/(1-\Delta^2), \tag{10}$$

где $\Delta=\exp(-k_y h)$, $P_j=p_{jx}G_{1j}+p_{jy}G_{2j}$, а G_{1j}, G_{2j} определяются выражениями (5) при $\mathbf{n}=\mathbf{n}_j$. Подставляя (10) в систему уравнений, следующую из стандартных граничных условий для механических величин, и используя (2), (6) и (7), а также учитывая, что $\Delta\ll 1$, получим систему линейных алгебраических уравнений для определения неизвестных амплитуд упругих волн B_j ($j=1, 6$):

$$\sum_{j=1}^{4} B_j p_{jx}+B_5\cos\theta_0=B_0\cos\theta_0, \quad \sum_{j=1}^{4} B_j p_{jx}e^{ik_{jx}h}-B_6 e^{ik_{0x}h}\cos\theta_0=0, \tag{11}$$

$$-\sum_{j=1}^{4}(Q_{1j}+g_{11}A_1P_je^{-i\theta_j})B_j+B_5=B_0,$$

$$\sum_{j=1}^{4}(Q_{1j}+g_{11}A_1P_je^{i\theta_j})B_j-B_6e^{ik_{0x}h}=0,$$

$$\sum_{j=1}^{4}Q_{2j}B_j=0,\quad \sum_{j=1}^{4}Q_{2j}e^{ik_{jx}h}B_j=0,$$

где $Q_{1j}=(p_{jx}\cos\theta_j\tilde{c}_{11}+p_{jx}\sin\theta_j\tilde{c}_{12})/(z_{ж}v_j)$, $Q_{2j}=(p_{jx}\sin\theta_j+p_{jy}\cos\theta_j)\tilde{c}_{44}/(z_{ж}v_j)$, $z_{ж}=\rho_1v_{ж}$.

Решая систему (11) при заданных значениях угла θ_0 с учетом уравнений (3), (4), (5), (8) найдем неизвестные комплексные амплитуды волн B_j ($j=1$, 6). Амплитудный коэффициент отражения R продольной волны от слоя тогда равен $|B_5|$.

В случае ориентации вектора напряженности поля, параллельной границе раздела $E_{0x}=0$, $E_{0z}=E_0$, решение системы уравнений (11) дает выражение для амплитудного коэффициента отражения от слоя, аналогичное приведенному в монографии [10] с тем отличием, что упругие модули $\tilde{c}_{ij}$ зависят от величины напряженности электрического поля.

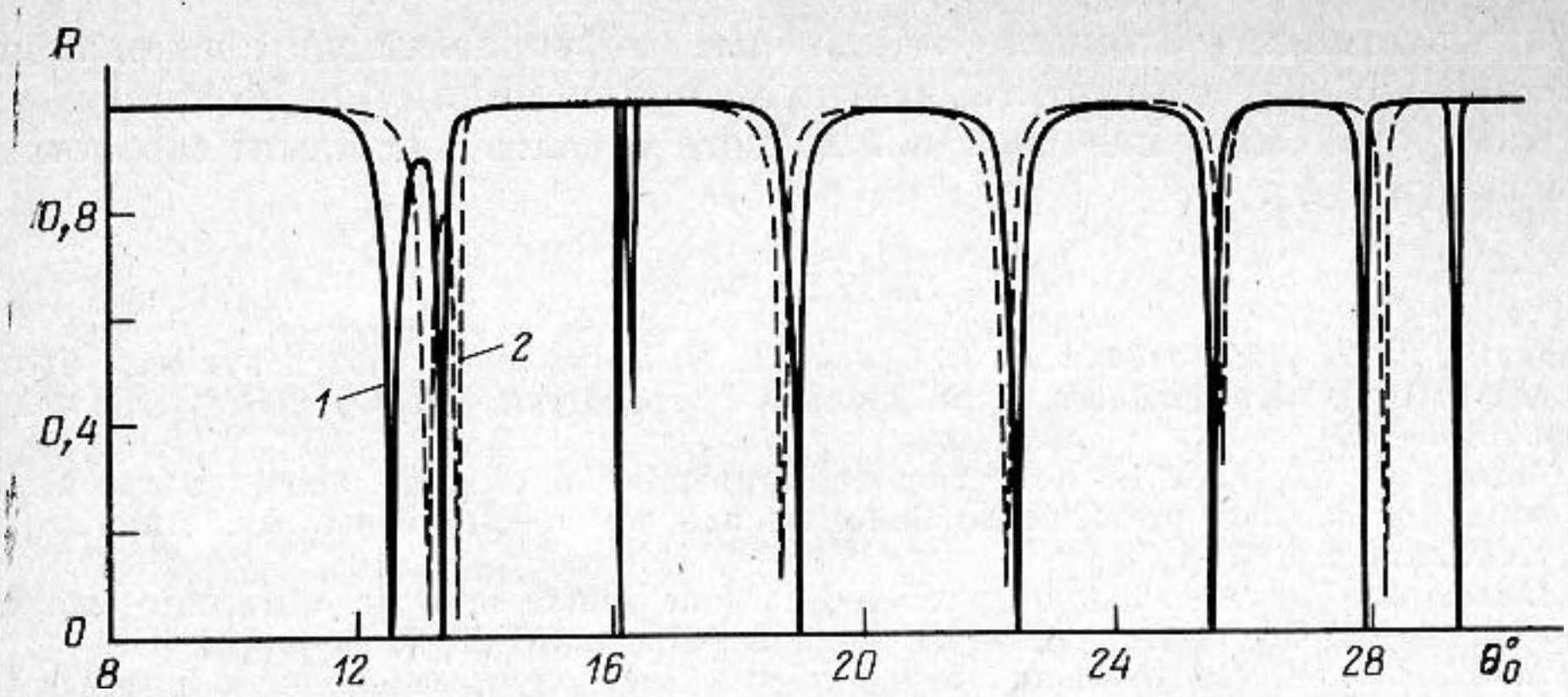
Отметим, что при $\rho_1=0$, $B_0=0$ из равенства нулю детерминанта системы (11) следует дисперсионное уравнение волн Лэмба в металлизированной сегнетокерамической пластинке.

По изложенной методике с помощью ЭВМ проведен расчет зависимостей $R(\theta_0)$ для пластинки из керамики на основе $BaTiO_3$, помещенной в воду, при заданном значении отношения $h/\lambda_{ж}$, где $\lambda_{ж}$ — длина ультразвуковой волны в жидкости (фиг. 2, 3).

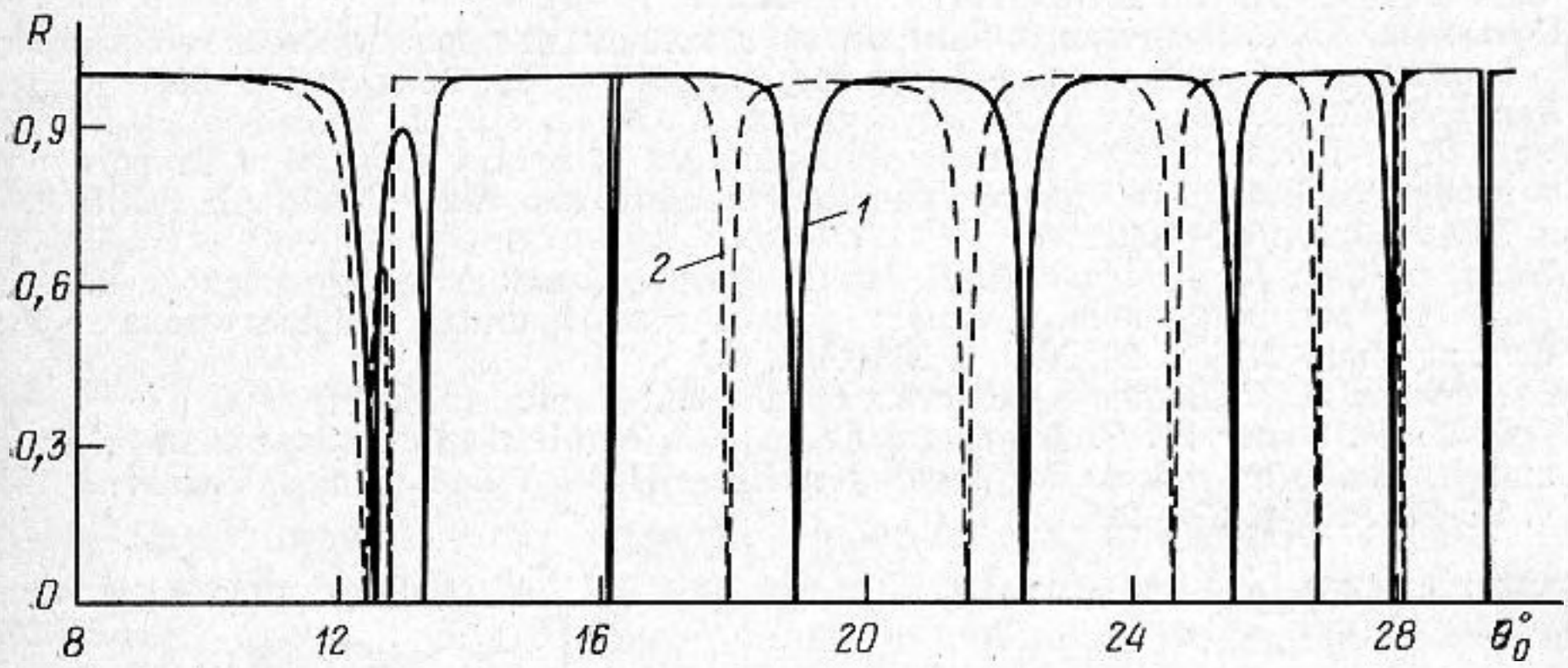
При этом использовались численные значения упругих постоянных $c_{11}=16{,}9\cdot10^{10}$ н/м^2, $c_{44}=5\cdot10^{10}$ н/м^2, плотности $\rho_2=5{,}7\cdot10^3$ кг/м^3 и диэлектрической проницаемости $\varepsilon=6{,}8\cdot10^3$, приведенные в работе [9], а также коэффициенты линейной и квадратичной электрострикции, рассчитанные на основе экспериментальных данных [8, 9]: $g_{11}=4{,}98\cdot10^2$, $g_{12}=-6{,}64\cdot10$, $d_{111}=3{,}1\cdot10^5$, $d_{112}=5{,}1\cdot10^5$, $d_{122}=1{,}1\cdot10^6$, $d_{123}=2{,}3\cdot10^6$, $d_{166}=9{,}5\cdot10^4$.

На фиг. 4 показана также зависимость френелевского коэффициента отражения $r(\theta_0)$ упругой волны в поле, параллельном оси Z для керамики на основе $BaTiO_3$. Из приведенных данных следует, что величины предельных углов полного отражения $\theta_{l,t}^{пр}$ для волн L и T заметным образом зависят от напряженности поля, причем с увеличением E_0 угловой интервал $\theta_t^{пр}-\theta_l^{пр}$ сужается (фиг. 4, кривые *2*, *3*). При определенных значениях углов падения $\theta_{0m}<\theta_t^{пр}$ зависимость проходит через минимумы (фиг. 2, 3). При $E_0=0$ вид этой зависимости качественно согласуется с аналогичной зависимостью для латунной пластинки, помещенной в воду [11]. Положение минимумов $R(\theta_0)$ зависит от величины и направления приложенного электрического поля E_0, причем их ширина изменяется незначительно. Так, для случая $h/\lambda_{ж}=5$ полуширина первого минимума (фиг. 2) составляет 0,4°, а при изменении от 0 до 5 кв/см его положение сдвигается вправо на величину $\Delta\theta_0\sim0{,}5°$ (от 12,5 до 13°). Значение R (12,5°) при этом изменяется от нуля до единицы. Еще больший сдвиг минимумов ($\Delta\theta_0\sim1°$) наблюдается в поле, перпендикулярном поверхности раздела сред (фиг. 3).

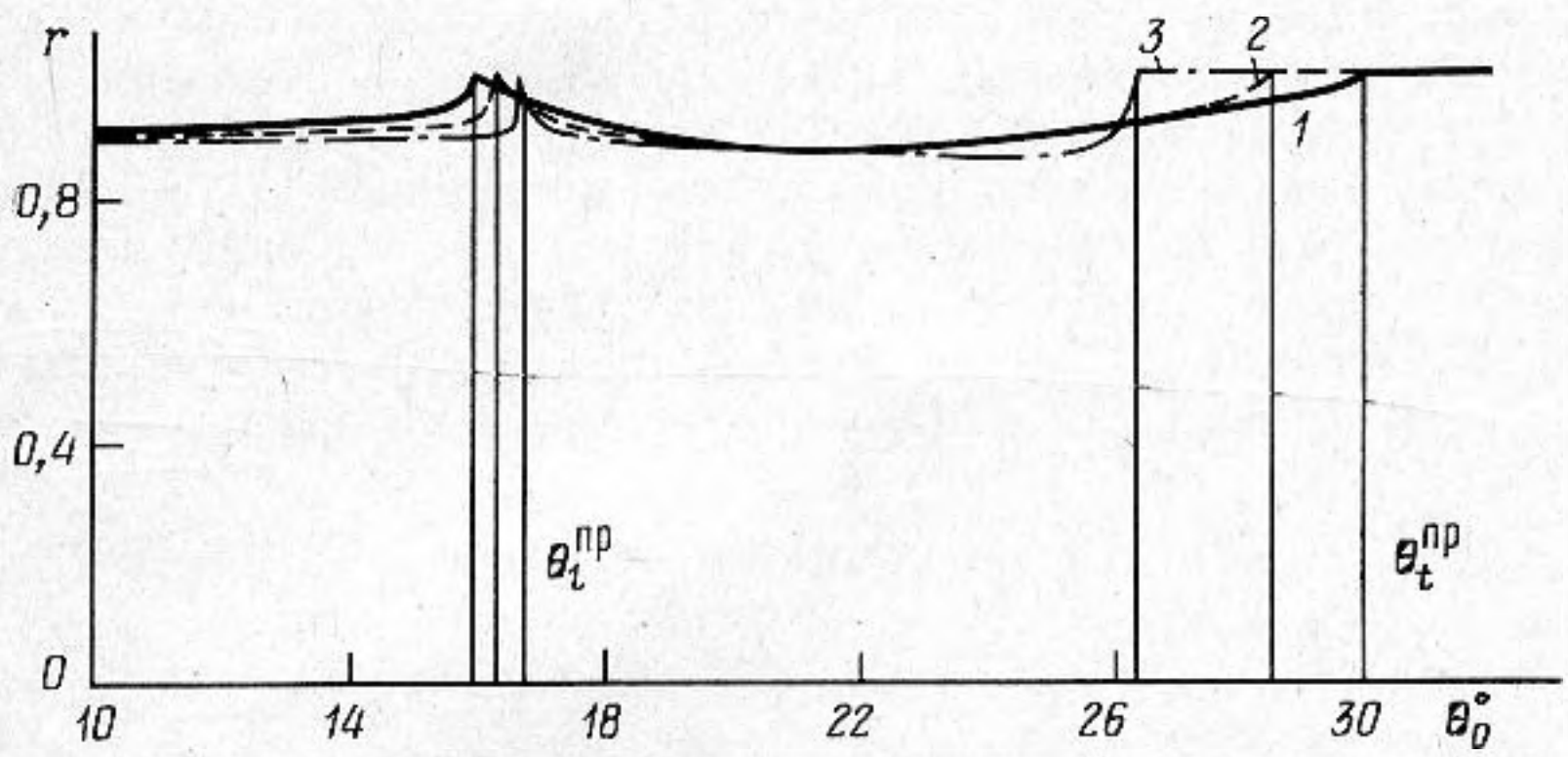
Из приведенных результатов следует, что, направляя ультразвуковую волну под углом θ_{0m}, путем изменения E_0 можно осуществить управляемую амплитудную модуляцию при отражении волны от керамической пластинки с большим значением ε, помещенной в жидкость. Применение для этой цели пластинки с металлизированными входной и выходной гранями представляется более удобным, так как требует меньших управляющих напряжений. Для эффективного управления энергией отраженного ультразвукового пучка необходимо выполнение двух условий: величина угловой расходимости не должна превышать полуширины минимума коэффициен-



Фиг. 2. Зависимости коэффициента отражения волны от угла падения для пластинки, помещенной в воду, при $h/\lambda_ж=5{,}0$, $v_ж=1{,}49\cdot10^3$ м/с в электрическом поле, перпендикулярном граням пластинки. *1*, *2* – значения $E_0=0$ и 5 (кв/см)



Фиг. 3. Зависимости коэффициента отражения волны от угла падения для пластинки, помещенной в воду, при $h/\lambda_ж=5$ в электрическом поле, параллельном граням пластинки. *1*, *2* – значения $E_0=0$ и 3 (кв/см)



Фиг. 4. Зависимости френелевского коэффициента отражения волны в поле, параллельном границе. *1–3* – значения $E_0=0{,}3$ и 5 (кв/см)

та отражения в окрестности угла θ_{0m}; положение минимума $\theta_{0m}+\Delta\theta_0$ при включении управляющего поля должно соответствовать соседнему интерференционному максимуму при отсутствии поля. Для выполнения первого условия при заданных частоте волны f и линейном размере преобразователя D необходим соответствующий подбор величины отношения $h/\lambda_ж$, а для выполнения второго условия требуются достаточно большие поля. Так, в рассмотренном выше случае $E_0=5$ кв/см и $h/\lambda_ж=5$ (фиг. 2) при $f=20$ МГц, $v_ж=1{,}49\cdot10^3$ м/с, $D=1$ см, что соответствует угловой расходимости пучка $\lambda/D\sim0{,}4°$, для эффективной модуляции ультразвука необхо-

дима пластинка толщиной $h=0{,}3$ мм и управляющее напряжение $E_0h\sim150$ в. Следует отметить, что полуширину минимумов можно увеличить, выбирая материал слоя и жидкость с более близкими скоростями ультразвука [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Белый В. Н., Джилавдари И. З., Севрук Б. Б.* Управление ультразвуковым протоком вблизи предельного угла полного отражения.– ЖТФ, 1982, т. 52, № 8, с. 1653–1659.
2. *Noorbehest B., Wade G.* Reflection and transmission of plane elastic waves at the boundary between piezoelectric materials and water.– J. Acoust. Soc. Amer., 1980, v. 67, № 6, p. 1947–1953.
3. *Ahmed M.* The response of piezoelectric face plates used in ultrasonic imaging systems.– IEEE Trans. Sonics Ultrasonics, 1978, v. SU-25, № 6, p. 330–339.
4. *Лямшев Л. М.* Прохождение звука через пьезополупроводниковую пластину в жидкости.– Акуст. журн., 1968, т. 14, № 3, с. 474–476.
5. *Лямшев Л. М., Курилкин Ю. В.* Об усилении и поглощении акустических волн при их отражении от кристалла CdSe в воде.– Докл. АН СССР, 1970, т. 194, № 5, с. 1049–1051.
6. *Курилкин Ю. В., Лямшев Л. М.* Отражение ультразвуковых волн кристаллом CdSe в воде.– Акуст. журн., 1971, т. 17, № 1, с. 74–78.
7. *Грищенко Е. К.* Распространение звука в тонком пьезоэлектрическом волноводе с электрической нагрузкой.– Акуст. журн., 1977, т. 23, № 4, с. 561–568.
8. *Пекар С. И., Демиденко А. А., Здебский А. П., Иванец В. А., Писковой В. Н., Черная Н. С.* Исследование электрострикционных констант первого и второго рода в веществах с большой диэлектрической проницаемостью.– Докл. АН СССР, 1976, т. 230, № 5, с. 1089–1091.
9. *Жабитенко Н. К., Кучеров И. Я.* Исследование влияния электрического поля на скорость распространения упругих волн в изотропных твердых телах.– Укр. физ. журнал, 1978, т. 23, № 2, с. 263–268.
10. *Бреховских Л. М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973.
11. *Ngoc T. D., Nager W. G.* A general description of ultrasonic nonspecular reflection and transmission effects for layered media.– IEEE Trans. Sonics Ultrason., 1980, v. SU-27, № 5, p. 229–236.

Институт физики
Академии наук БССР

Поступила в редакцию
5.IV.1983