АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXX 1984 Вып. 1

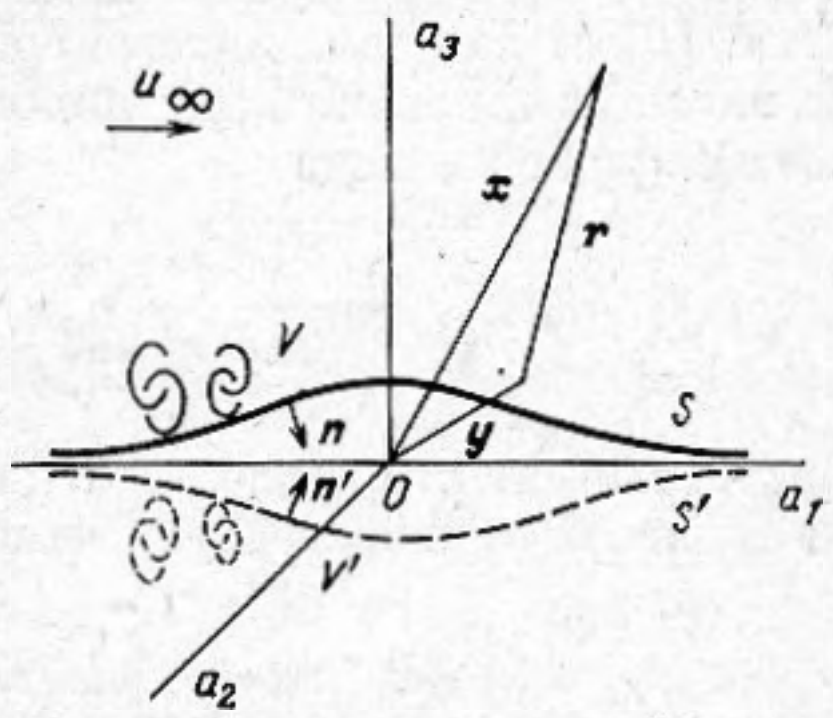
УДК 534.2 532

О ДИПОЛЬНОМ АКУСТИЧЕСКОМ ИЗЛУЧЕНИИ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ЖЕСТКОЙ ПОВЕРХНОСТИ С ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ

Рабинович М. И., Реутов В. П., Рыбушкина Г. В.

Исследуется возбуждение звука при рассеянии турбулентных пульсаций давления на жесткой поверхности с плавной геометрической неоднородностью. Получены спектры дипольного акустического излучения в дальней зоне.

Как известно [1], акустическое излучение свободной турбулентности имеет квадрупольный характер. Роль однородной плоской поверхности сводится к отражению квадрупольного излучения находящихся около нее турбулентных источников [2]. Если же поверхность неоднородна, появляется дипольное излучение, связанное с рассеянием турбулентных пульсаций на неоднородности. Подобный механизм звукообразования исследовался в работах [3, 4] для турбулентного пограничного слоя на податливой плоской поверхности с различными «импедансными» неоднородностями. Расчет акустического излучения в случае поверхности с геометрической неоднородностью производился лишь для простейшего течения — движущегося линейного вихря [5]. В данной работе найдено дипольное излучение турбулентного пограничного слоя, возникающее при наличии на обтекаемой поверхности плавной геометрической неоднородности.



Фиг. 1. Геометрия задачи (V и V' — области действительного и мнимого течений соответственно)

Рассмотрим турбулентное течение над жесткой поверхностью с гладким возвышением (фиг. 1). Профиль возвышения зададим в виде однозначной функции: $a_3=Hf(a_1/L_\parallel,\ a_2/L_\perp)$, где $L_\parallel$, $L_\perp$ — характерный продольный и поперечный (относительно направления течения) размер неоднородности соответственно, H — высота неоднородности; $f\to 0$ за пределами площадки $L_\parallel\cdot L_\perp$. Пренебрегая излучением вязких напряжений, акустическое поле можно представить в виде [2]

$$p(\mathbf{x},t)=\frac{\partial^2}{\partial x_i\,\partial x_j}\int\limits_V [T_{ij}]^{\cdot}\frac{dV(\mathbf{y})}{4\pi r}+\frac{\partial}{\partial x_i}\int\limits_S [p]^{\cdot}n_i\frac{dS(\mathbf{y})}{4\pi r},\qquad (1)$$

где p — давление, $\mathbf{n}=(n_1,\ n_2,\ n_3)$ — вектор внешней нормали к поверхности S, V — область, занятая турбулентностью, $\mathbf{r}=|\mathbf{x}-\mathbf{y}|$ — расстояние от точки $\mathbf{y}$ до точки наблюдения $\mathbf{x}$, $T_{ij}=v_iv_j$ — напряжения Лайтхилла ($v_i(\mathbf{y},\ t)$ — компоненты скорости турбулентного течения), $[\ldots]^{\cdot}$ означает запаздывание во времени ($t\to t-r/c$, c — скорость звука).

Преобразуем выражение (1), используя формализм мнимых источников [2]. Рассмотрим мнимое течение, являющееся зеркальным отображением течения в пограничном слое относительно плоскости $a_3=0$ (см. фиг. 1). Гидродинамическое поле такого течения можно записать в виде

$$v'_{1,2}(\mathbf{y}')=v_{1,2}(\mathbf{y}),\quad v_3'(\mathbf{y}')=-v_3(\mathbf{y}),\quad p'(\mathbf{y}')=p(\mathbf{y})\qquad (2)$$

($y_{1,2}'=y_{1,2}$, $y_3'=-y_3$). Очевидно, что течение (2) удовлетворяет уравнениям движения жидкости и граничным условиям на поверхности S'. Поле мнимых источников, вычисленное по формуле (1), тождественно равно нулю за пределами V'. Поэтому вместо (1) можно написать

$$p(\mathbf{x},t)=\frac{\partial^2}{\partial x_i\,\partial x_j}\int\limits_{V+V'}[T_{ij}]^{\cdot}\frac{dV}{4\pi r}+\frac{\partial}{\partial x_i}\times$$
$$\times\int\limits_{S}[p]^{\cdot}n_i\frac{dS}{4\pi r}+\frac{\partial}{\partial x_i}\int\limits_{S'}[p]^{\cdot}n_i'\frac{dS'}{4\pi r}, \tag{3}$$

где n' — внешняя нормаль к S'. Рассмотрим излучение дипольных источников, которые находятся на симметрично расположенных (по отношению к плоскости $a_3=0$) единичных элементах поверхностей S и S'. В случае малых неоднородностей ($\varkappa_s H\ll 1$, $\varkappa_s=\omega/c$ — волновое число звука) вклады нормальных к плоскости $a_3=0$ диполей почти уничтожают друг друга. В то же время вклады касательных диполей будут почти одинаковы (за пределами неоднородности касательные диполи отсутствуют, а нормальные — взаимно компенсируются). В результате оказывается, что вклады касательных и нормальных диполей находятся в отношении $n_{1,2}/n_3\varkappa_s H\sim\sim 1/\varkappa_s L_{\parallel,\perp}$, и следовательно, при $L=\min(L_\parallel, L_\perp)\ll\varkappa_s^{-1}$ излучение от неоднородности определяется касательными диполями

$$p=\sum_{i=1,2}\frac{\partial}{\partial x_i}\int\limits_{S}[p]^{\cdot}n_i\frac{dS(\mathbf{y})}{2\pi r}. \tag{4}$$

Переходя в (4) от произвольной по координатам к произвольной по времени [6] и заменяя интегрирование по поверхности на интегрирование по плоскости, получим для дипольной компоненты дальнего акустического поля выражение вида

$$p(\mathbf{x},t)=\frac{1}{2\pi c}\frac{H}{r^2}\sum_{i=1,2}x_i\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left[\frac{\partial p}{\partial t}\right]^{\cdot}\sigma_i\,da_1\,da_2\left(\sigma_i=-\frac{\partial f}{\partial a_i}\right). \tag{5}$$

Частотный спектр давления в дальнем поле можно выразить через частотно-волновой спектр поверхностного давления

$$\hat{p}_w(k,h,\omega)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}da_1\,da_2\,dt\,p_w\exp(-ika_1-iha_2+i\omega t).$$

Используя (5), получим

$$p_\omega(\mathbf{x})=-\frac{i\omega H}{(2\pi)^3cr^2}e^{i\varkappa_s r}\sum_{i=1,2}x_i\int\limits_{-\infty}^{\infty}dk\,dh\hat{\sigma}_i(k_s-k,h_s-h)\,\hat{p}_w(k,h,\omega), \tag{6}$$

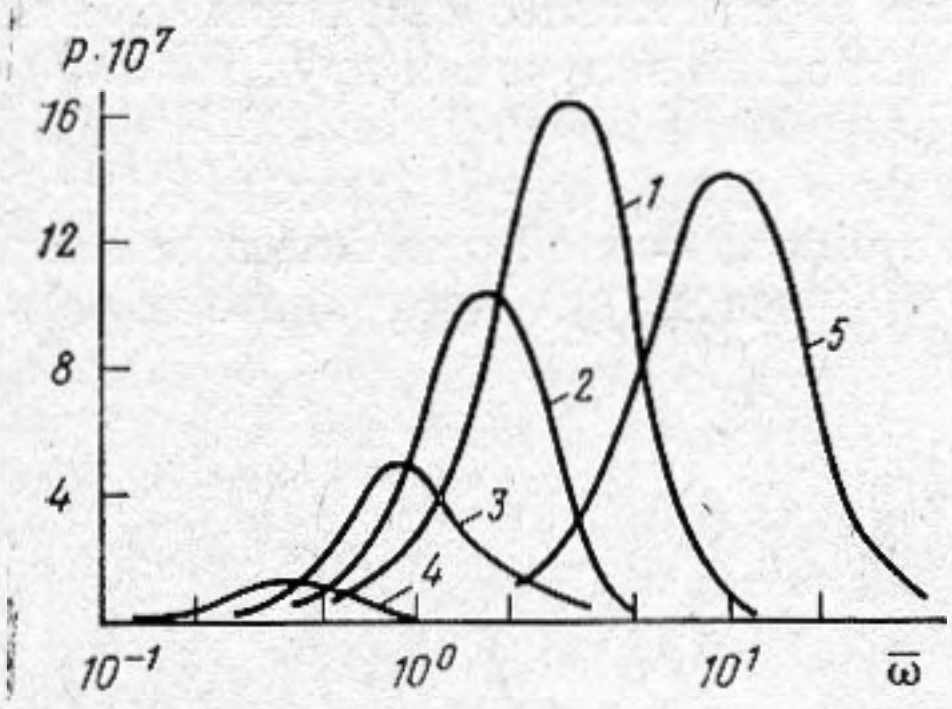
где $k_s=(x_1/r)\varkappa_s$, $h_s=(x_2/r)\varkappa_s$, $\hat{\sigma}_i$ — пространственный спектр σ_i. Формула (6) показывает, что звукообразование происходит в результате комбинационного сложения пространственных гармоник производной возвышения с гармониками турбулентных пульсаций давления.

В присутствии геометрической неоднородности турбулентность уже нельзя считать пространственно-однородной. Интенсивность акустического излучения в этом случае можно выразить через обобщенный взаимный по пространству спектр давления $\Gamma(\mathbf{a},\boldsymbol{\zeta},\omega)$, зависящий как от расстояния между точками $\boldsymbol{\zeta}=(\xi,\eta)$, так и от координат одной из них $\mathbf{a}=(a_1,a_2)$:

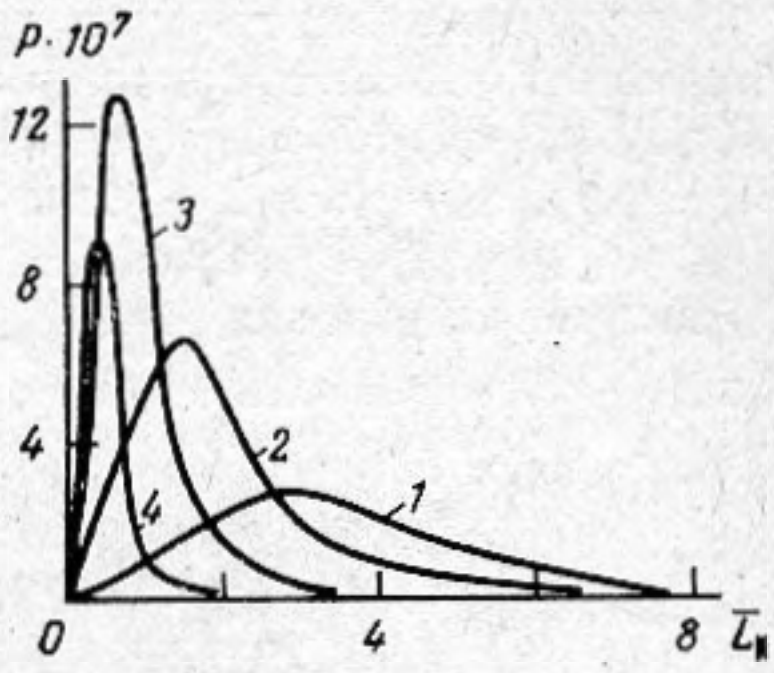
$$I(\mathbf{x},\omega)=\frac{\omega^2}{4\pi^2c^3\rho}\frac{H^2}{r^4}\sum_{i,j=1,2}x_ix_j\int\limits_{-\infty}^{\infty}\Gamma(\mathbf{a},\boldsymbol{\zeta},\omega)\,\sigma_i(\mathbf{a})\,\sigma_j(\mathbf{a}+\boldsymbol{\zeta})\,d\mathbf{a}\,d\boldsymbol{\zeta} \tag{7}$$

(ρ — плотность среды). Построение обобщенного взаимного спектра является сложной экспериментальной и теоретической задачей. В то же время

очевидно, что достаточно малые плавные неоднородности приведут к малому возмущению взаимного спектра давления, создаваемого турбулентностью в пограничном слое на плоскости. Действительно, при высоте неоднородности $H \ll \delta_*$ (δ_* толщина вытеснения пограничного слоя) возмущения вихревого поля в объеме пограничного слоя будут малы. Если, кроме того, высота неоднородности $H \ll L_{\parallel,\perp}$, то исключается возможность отрывного течения и значительных локальных деформаций вихревого поля.



Фиг. 2. Частотный спектр мощности акустического излучения от неоднородности, вытянутой поперек течения (кривые *1–5* соответствуют $\bar{L}_{\parallel}=0{,}5$; 1; 2; 5; 0,1)



Фиг. 3. Зависимость спектральной мощности акустического излучения от размера вытянутой неоднородности (кривые *1–4* соответствуют $\bar{\omega}=0{,}5$; 1; 2; 5)

В этом случае обобщенный взаимный спектр близок к спектру однородного случайного поля давлений в пограничном слое на плоскости. Воспользуемся известной аппроксимацией этого спектра в дозвуковом ($M=u_\infty/c \ll 1$) пограничном слое [6]

$$\Gamma \approx \Phi(\omega)\exp[-(|\xi|/R_{\parallel})-(|\eta|/R_{\perp})]\exp(-i\omega\xi/U_c), \tag{8}$$

где $\Phi=\rho^2 u_\infty{}^3\delta_*\gamma_1[1+\beta^2(\omega\delta_*/u_\infty)^2]^{-1}$, u_∞ — скорость течения при $a_3\to\infty$, U_c — скорость сноса вихрей ($U_c\approx 0{,}7\div 0{,}8u_\infty$). Продольный и поперечный масштабы корреляции соответственно равны $R_{\parallel}=[(\alpha_1\omega/U_c)+(\alpha_3/\delta_*)]^{-1}$, $R_{\perp}=[(\alpha_2\omega/U_c)+(\alpha_4/\delta_*)]^{-1}$ ($\alpha_1=0{,}1$, $\alpha_2=0{,}7$, $\alpha_3=0{,}037$, $\alpha_4=0{,}3$, $\beta=0{,}22$, $\gamma_1=5{,}6\cdot 10^{-6}$. Подчеркнем, что при рассеянии на неоднородности с $L\sim\delta_*$ в процессе звукообразования основную роль играют энергонесущие компоненты спектра давления, для описания которых аналитическая аппроксимация (8) наиболее точна.

Подставляя (8) в (7), получим для спектральной мощности акустического излучения от малых плавных неоднородностей выражение вида

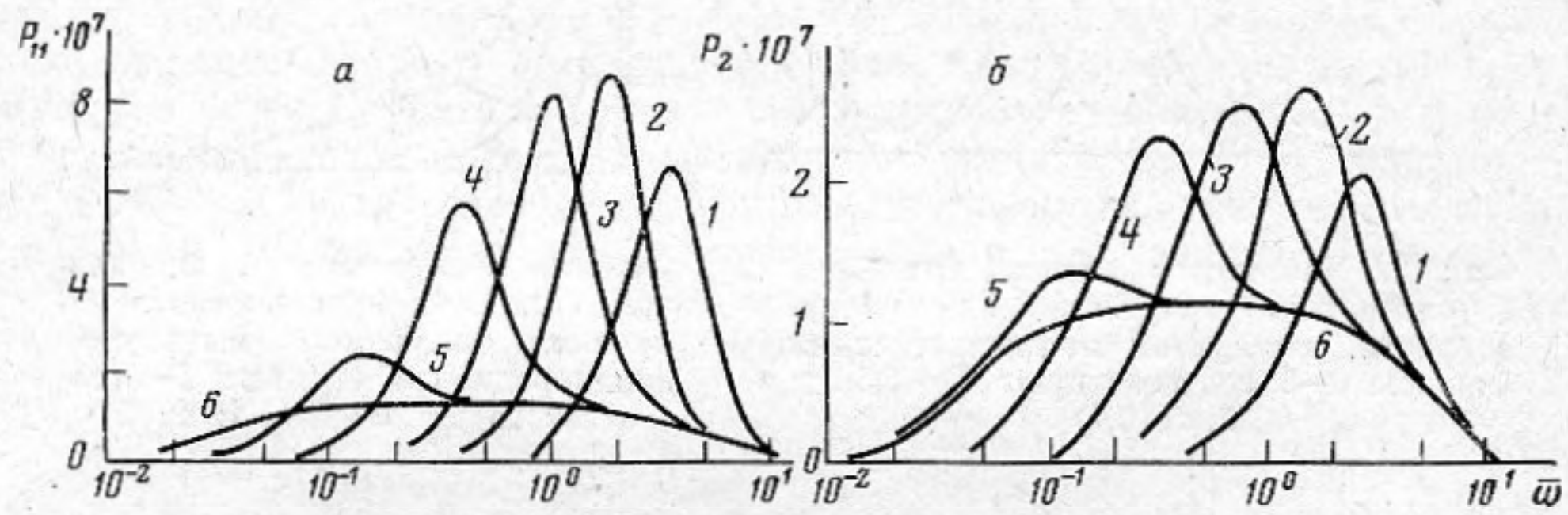
$$I(\mathbf{x},\omega)=\frac{\omega^2}{4\pi^2c^3\rho}\frac{H^2}{r^4}\sum_{i,j=1,2}x_ix_j\int_{-\infty}^{\infty}R_{ij}(\xi,\eta)\Gamma(\xi,\eta,\omega)\,d\xi\,d\eta, \tag{9}$$

где $R_{ij}=\int_{-\infty}^{\infty}\sigma_i(a_1,a_2)\sigma_j(a_1+\xi,a_2+\eta)\,da_1\,da_2$. Значение интеграла, входящего в (9), сильно зависит от соотношения масштабов корреляции давления и размеров неоднородности. При $L_{\parallel,\perp}/R_{\parallel,\perp}\to 0$ интенсивность излучения $I\to 0$ (в (9) можно положить $\Gamma\approx\Gamma(0,0,\omega)$, а интегралы от «корреляции» производных R_{ij} равны нулю). Этот результат можно объяснить обращением в нуль равнодействующей касательных сил, с которыми неоднородность действует на жидкость. Если же $L_{\parallel,\perp}\gg R_{\parallel,\perp}$, спектральная интенсивность пропорциональна площадке корреляции давления и не зависит от $L_{\parallel}$, $L_{\perp}$.

Соотношение (9) можно представить в виде

$$I=\rho u_\infty{}^2\delta_* M^3\frac{H^2}{r^2}[P_{11}\cos^2\varphi+P_{22}\sin^2\varphi+(P_{12}+P_{21})\sin\varphi\cos\varphi]\sin^2\theta, \tag{10}$$

где θ — угол между осью a_3 и направлением на точку наблюдения, φ — азимутальный угол, отсчитываемый от направления течения. Безразмерные коэффициенты в (10) равны $P_{ij}=\overline{\omega}^2\int\limits_{-\infty}^{\infty} R_{ij}(\overline{\xi}/\overline{L}_{\parallel},\ \overline{\eta}/\overline{L}_{\perp})\gamma(\overline{\xi},\ \overline{\eta},\ \overline{\omega})\,d\overline{\xi}d\overline{\eta}$ $(i,\ j=1,\ 2)$, где $\overline{\xi}=\xi/\delta_*$, $\overline{\eta}=\eta/\delta_*$, $\overline{L}_{\parallel,\perp}=L_{\parallel,\perp}/\delta_*$, $\overline{\omega}=\omega\delta_*/u_\infty$, $\gamma=\Gamma/\rho^2u_\infty{}^3\delta_*$ — безразмерные переменные. Интенсивность акустического излучения (10) можно представить в виде суммы интенсивностей излучения двух взаимно ортогональных диполей, лежащих на плоскости $a_3=0$: $I=\rho u_\infty{}^2\delta_* M^3(H^2/r^2)\times[P_1\cos^2(\varphi-\varphi_1)+P_2\cos^2(\varphi-\varphi_2)]\sin^2\theta$, где $\varphi_1=(1/2)\,\mathrm{arctg}\,[(P_{12}+P_{21})/(P_{11}-P_{22})]$, $\varphi_2=\varphi_1+\pi/2$ — углы ориентации диполей относительно направления; $P_{1,2}=(1/2)[P_{11}(1\pm\cos 2\varphi_1)+P_{22}(1\mp\cos 2\varphi_1)]$. Неотрицательность P_1 и P_2 следует из условия $I\geqslant 0$.



Фиг. 4. Частотный спектр мощности акустического излучения продольного (*а*) и поперечного (*б*) диполей для изотропной неоднородности (кривые *1–6* соответствуют $L=0{,}5$; 1; 2; 5; 20; 50)

Найдем излучение от модельной неоднородности, заданной в виде гауссовской функции $f=\exp[-(a_1/L_{\parallel})^2+(a_2/L_{\perp})^2]$. Такая симметричная неоднородность излучает как два некоррелированных касательных диполя, ориентированных вдоль и поперек течения ($P_{12}=P_{21}=0$). В случае неоднородности, вытянутой поперек течения ($L_\perp\gg L_\parallel$, $R_\perp$), преобладает излучение продольного диполя ($P_{11}/P_{22}\sim L_\perp/L_\parallel\gg 1$). Результаты расчета величины $P=P_{11}/\overline{L}_\perp$, которая не зависит от $\overline{L}_\perp$ представлены на фиг. 2 и 3. Частотные спектры излучения диполей P_{11} и P_{22} для изотропной неоднородности ($\overline{L}_\parallel=\overline{L}_\perp=\overline{L}$) изображены на фиг. 4. Зависимости P_{11} и P_{22} от $\overline{L}$ отличаются от показанных на фиг. 3 тем, что $P_{11,22}\to\mathrm{const}$ при $\overline{L}\to\infty$. Характер полученных зависимостей легко объяснить исходя из того, что основной вклад в акустическое поле дают пульсации с масштабом $\sim L$, характерная частота которых $\sim U_c/L$. Из фиг. 2—4. видно, что акустическое излучение наиболее интенсивно, когда минимальный размер неоднородности L близок к толщине вытеснения пограничного слоя δ_*. При этом максимум частотного спектра акустической мощности находится вблизи частоты следования энергонесущих вихрей ($\overline{\omega}\sim 1$).

Приведем численные оценки для пограничного слоя на всплывающем устройстве, принимая $u_\infty=15$ м/с, $\delta_*=0{,}46$ см. Параметры неоднородности зададим равными $L_\parallel=\delta_*$, $L_\perp=20\delta_*$, $H=0{,}25\delta_*$. Максимальная сила звука от такой неоднородности в общей полосе частот на стандартном расстоянии 1 м составит 85 дБ (по отношению к уровню $0{,}64\cdot 10^{-22}$ Вт/см^2). Для пограничного слоя в воздухе при $u_\infty=25$ м/с, $\delta_*=0{,}72$ см и при тех же параметрах неоднородности звука составит 31 дБ (по отношению к уровню 10^{-16} Вт/см^2). Добавим для сравнения, что интенсивность квадрупольного излучения с площади $L_\parallel L_\perp$, вычисленная по формулам работы [7], оказывается в этом случае на 55 дБ меньше.

Таким образом, акустическое излучение турбулентного пограничного слоя на плоской поверхности с геометрической неоднородностью имеет дипольный характер. Источником излучения являются касательные компоненты поверхностных диполей, возникающих при комбинационном рас-

сеянии пульсаций давления на неоднородности. Даже при малой высоте неоднородности дипольное излучение от нее может быть значительно сильнее, чем квадрупольное излучение из находящегося над ней объема пограничного слоя.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Grighton D. G.* Basic principles of aerodynamic noise generation.– Proc. Aerospace Sci., 1975, v. 16, № 1, p. 31.
2. *Powell A.* Aerodynamic noise and the plane boundary.– J. Acoust. Soc. Amer., 1960, v. 32, № 8, p. 982.
3. *Fjowcs Willimas J. E.* The influence of simple supports on the radiation from turbulent flow near a plane complaint surface.– J. Fluid Mech., 1966, v. 24, № 4, p. 641.
4. *Grighton D. G.* Radiation from turbulence near a composite flexible boundary.– Proc. Roy. Soc. L., 1970, v. A314, № 1517, p. 153.
5. *Луговцов А. А.* Излучение звука линейным вихрем, движущимся над плоскостью с геометрической неоднородностью.– В кн.: Тр. II Всес. симпоз. по физике акуст.-гидродинамич. явлений и оптоакустике. М.: Наука, 1982.
6. *Мунин А. Г., Кузнецов В. М., Леонтьев В. А.* Аэродинамические источники шума. М.: Машиностроение, 1981.
7. *Смоляков А. В.* Интенсивность акустического излучения турбулентного пограничного слоя на пластине.– Акуст. ж., 1973, т. 19, № 2, с. 253–256.

Институт прикладной физики
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
11.VII.1982