вых мод, а также их инкремент нарастания. Поскольку в отсутствие поля ($\delta=0$) решение (3) имеет вид $n_0=(m^2\pi^2+\xi^2)^{1/2}$, $\varkappa^0_{1,2}=m\pi$, $m=1, 2, \ldots$, то при $\delta\neq0$ решение естественно искать в виде $n=n_0+n_1$, где n_1 – поправка, обусловленная наличием поля накачки, причем $|n_1|\ll n_0$. Решение для симметричных мод с $m=0$ здесь не рассматривается, так как оно качественно не отличается от случая взаимодействия волн в полуограниченном кристалле [4]. Вблизи главного параметрического резонанса ($\Omega\approx\omega_н$), полагая $n_0=N+\theta$ (θ – малая расстройка) и раскрывая неопределенность типа 0/0 в (3), получаем для n_1 следующее выражение:

$$n_1=-\theta\pm\left[\theta^2-\frac{D^2n_0^2}{4}+\frac{D\xi}{\varepsilon_0+\operatorname{cth}\xi}\left(D-\frac{4\theta}{n_0}\right)\right]^{1/2}. \tag{4}$$

Область значений θ, при которых подкоренное выражение в (4) отрицательно, определяет полосу абсолютной параметрической неустойчивости встречных симметричных мод пластинки, при этом нижний знак в (4) отвечает экспоненциально нарастающему решению. В случае $\theta=2D(\xi/n_0)/(\varepsilon_0+\operatorname{cth}\xi)$ инкремент нарастания $\gamma=-\operatorname{Im}\Omega$ максимален и равен

$$\gamma=\frac{\delta\omega_н}{4}\left(1-\frac{2}{\varepsilon_0+\operatorname{cth}k_mh}\frac{\bar{s}^2}{h}\frac{k_m}{\omega_н^2}\right), \tag{5}$$

где $k_m=[\omega_н^2-(m\pi\bar{s}/h)^2]^{1/2}/\bar{s}$. Как следует из (5), инкремент нарастания мод пластинки меньше инкремента объемных волн [3] на величину $(\delta/2)k_m\bar{s}^2/\omega_нh(\varepsilon_0+\operatorname{cth}k_mh)$, которая имеет смысл поправки из-за учета нелинейности граничных условий. Из (5) также видно, что при фиксированной частоте накачки в пластинке параметрически возбуждаются $m=[\omega_нh/\bar{s}\pi]$ ($[x]$ – целая часть x) симметричных мод, причем наибольшим инкрементом обладает наивысшая мода, для которой величина $k_m=(\omega_н^2-(m\pi\bar{s}/h)^2)^{1/2}/\bar{s}$ минимальна. Аналогичные результаты получаются и для антисимметричных мод.

Таким образом, в упругих пластинках с $\varepsilon_0\gg1$, помещенных в переменное электрическое поле, встречные сдвиговые акустические волны, частоты рождения которых не превышают частоту накачки, становятся абсолютно неустойчивыми. Инкременты нарастания этих мод близки к инкременту объемных волн, причем большими инкрементами обладают моды высших порядков.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Коршак Б. А., Лямов В. Е., Солодов Ю. И., Еленский В. Г.* Нелинейные акустические устройства обработки сигналов информации.– Зарубежная электроника, 1981, № 1, с. 58–77.
2. Физическая акустика. Т. 1А / Под ред. Мезона У. М.: Мир, 1966.
3. *Бурлак Г. Н., Коцаренко Н. Я.* Об одном типе параметрической неустойчивости акустических волн.– ФТТ, 1981, т. 23, № 2, с. 641–643.
4. *Бурлак Г. Н., Коцаренко Н. Я.* Параметрическое возбуждение поперечных поверхностных акустических волн в твердых телах СВЧ электрическим полем.– Письма в ЖТФ, 1981, т. 7, № 12, с. 714–716.

Киевский государственный
университет им. Т. Г. Шевченко

Поступила в редакцию
9.XII.1981

УДК 534.231

ОСОБЕННОСТИ ЗАТУХАНИЯ СИГНАЛОВ В МЕЛКОМ МОРЕ

Грачев Г. А.

Из экспериментальных данных [1] видно, что затухание сигналов вблизи поверхности мелкого моря может существенно превышать ослабление усредненного по глубине поля в волноводе. Ниже показано, при каких условиях аналогичный эффект может иметь место и вблизи дна. Приводятся асимптотические формулы, позволяющие оценить потери при распространении сигналов в мелком море вблизи граничных поверхностей и в центре водного слоя.

Рассмотрим в качестве модели мелкого моря однородный слой жидкости, лежащий на жидком поглощающем полупространстве. Потенциал звукового поля в слое на большом расстоянии от точечного монохроматического источника представим в виде совокупности нормальных волн [2]:

$$\psi=\frac{2\pi i}{h}\sum_{l=1}^{\infty}A_lH_0^{(1)}(kr\cos\alpha_l), \tag{1}$$

$$\text{где} \quad A_l = \frac{x_l \sin\left(\frac{x_l z}{h}\right) \sin\left(\frac{x_l z_0}{h}\right)}{x_l - \sin x_l \cos x_l - m^{-2} \sin^2 x_l \operatorname{tg} x_l},$$

$k \cos \alpha_l = h^{-1}\sqrt{(kh)^2 - x_l^2}$, $k=\omega/c$, $m=\rho_1/\rho$, $i=\sqrt{-1}$, r – горизонтальное расстояние от источника до точки приема, h – толщина слоя, $H_0^{(1)}(x)$ – функция Ханкеля первого рода нулевого порядка, ρ_1 – плотность полупространства, ρ – плотность слоя, z, z_0 – глубины излучателя и приемника, ω – круговая частота, c – скорость звука в слое, x_l удовлетворяет уравнению $\operatorname{tg} x + mx[(kh\nu)^2 - x^2]^{-1/2} = 0$, в котором $\nu = \sqrt{1-n^2}$, $n=c/c_1 = n_0(1+i\beta)$, $n_0 = \operatorname{Re}(c/c_1) < 1$, $\beta \geqslant 0$, c_1 – скорость звука в поглощающем полупространстве.

Поскольку нас интересуют нормальные волны, соответствующие малым углам скольжения α, воспользуемся для вычисления α_l приближенным равенством [2] $\alpha_l = \pi l/(kh + im/\sqrt{n^2-1})$. Полагая $2\beta/\nu_0^2 \ll 1$ и ограничиваясь членами первого порядка малости, реальную и мнимую составляющие α_l запишем в виде $\operatorname{Re}\alpha_l = \pi l/kH$, $\operatorname{Im}\alpha_l = -\beta(\pi l m n_0^2)/(\nu_0^3 k^2 H^2)$, где $\nu_0 = \sqrt{1-n_0^2}$, $H = h + m/(k\nu_0)$. Учитывая, что $|\operatorname{Im}\alpha_l| \ll \operatorname{Re}\alpha_l$, в том же приближении получим $k\cos\alpha_l = k_l + i\delta l^2/2$, где $k_l = k\cos(\pi l/kH)$, $\delta = \beta(2\pi^2 n_0^2 m/k^2 H^3 \nu_0^3)$. Функцию Ханкеля $H_0^{(1)}(kr\cos\alpha_l)$ в (1) заменим асимптотическим представлением. Полагая ниже мнимую часть $\cos\alpha_l$ всюду равной нулю за исключением экспоненциального множителя и учитывая, что $k_l \simeq k$, потенциал звукового поля представим в виде

$$\psi = \frac{1}{h}\sqrt{\frac{8\pi}{kr}} \exp\left(i\frac{\pi}{4}\right) \sum_{l=1}^{\infty} P_l \exp\left(ik_l r - \frac{\delta l^2}{2} r\right), \qquad r \gg H/\gamma,$$

где $P_l = \sin(\pi l z/H)\sin(\pi l z_0/H)$, $\gamma = 2\beta n_0^2 m/\nu_0^3$. Квадрат модуля звукового потенциала запишем следующим образом:

$$|\psi|^2 = \frac{8\pi}{h^2 kr}\left[\sum_{l=1}^{\infty} P_l^2 \exp(-\delta l^2 r) + 2\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{m=l+1}^{\infty} P_l P_m \exp\left(-\frac{\delta r}{2}(l^2+m^2)\right)\cos(\Delta k_{lm} r)\right], \tag{2}$$

где $\Delta k_{lm} = k_l - k_m$.

На больших расстояниях от источника первое слагаемое в (2) определяет средний уровень звукового поля в волноводе для заданных горизонтов излучения и приема сигналов. Второе – описывает осцилляции поля относительно среднего уровня.

Далее нас будет интересовать только первое слагаемое $\Psi = \frac{8\pi}{h^2 kr}\sum_{l=1}^{\infty} \sin^2\frac{\pi l z}{H} \times \sin^2\frac{\pi l z_0}{H}\exp(-\delta l^2 r)$. Рассмотрим случаи

$$z = z_0 = H/2, \qquad 1 \ll \gamma r/H \ll (kH/\pi)^2, \tag{3}$$

$$(kz_0)^2 \ll \gamma r/H, \qquad z = H/2, \qquad 1 \ll \gamma r/H \ll (kH/\pi)^2, \tag{4}$$

$$(kz_0)^2, \qquad (kz)^2 \ll \gamma r/H, \qquad 1 \ll \gamma r/H \ll (kH/\pi)^2. \tag{5}$$

Соответствующие выражения для Ψ можно записать в виде

$$\Psi_1 = \frac{8\pi}{h^2 kr}\sum_{l=0}^{\infty} \exp(-\delta r(2l+1)^2),$$

$$\Psi_2 = \frac{8\pi}{h^2 kr}\left(\frac{\pi z_0}{H}\right)^2 \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)^2 \exp(-\delta r(2l+1)^2),$$

$$\Psi_3 = \frac{8\pi}{h^2 kr}\left(\frac{\pi z_0}{H}\right)^2\left(\frac{\pi z}{H}\right)^2 \sum_{l=0}^{\infty} l^4 \exp(-\delta r l^2).$$

Применим к Ψ_i ($i=1, 2, 3$) формулу суммирования Эйлера – Маклорена. Учитывая интервалы монотонности функций, входящих под знаки сумм в Ψ_i, получим

$$\Psi_1=\sqrt{\frac{\pi H^3}{h^4\gamma}}\frac{2}{r^{3/2}}[1+O(\sqrt{\delta r})], \tag{6}$$

$$\Psi_2=\sqrt{\frac{\pi H^3}{h^4\gamma^3}}\frac{H}{r^{5/2}}(kz_0)^2[1+O(\sqrt{\delta r})], \tag{7}$$

$$\Psi_3=\sqrt{\frac{\pi H^3}{h^4\gamma^5}}\frac{3H^2}{r^{7/2}}(kz_0)^2(kz)^2[1+O(\sqrt{\delta r})]. \tag{8}$$

Из последних соотношений видно, что при выполнении условий (2) средний уровень поля в центре водного слоя убывает пропорционально $r^{-3/2}$, т. е. по тому же закону, что и усредненное по глубине поле в слое [2]. Если один из преобразователей находится вблизи морской поверхности, а другой в середине слоя, то поле убывает $\sim r^{-5/2}$. У преобразователей, одновременно работающих вблизи поверхности мелкого моря, поле убывает пропорционально $r^{-7/2}$.

Из симметрии ψ относительно z, $z_0=H/2$ следует, что при выполнении условий

$$[k(H-z_0)]^2\ll\gamma r/H, \quad z=H/2, \quad 1\ll\gamma r/H\ll(kH/\pi)^2, \tag{9}$$

$$[k(H-z_0)]^2, \quad [k(H-z)]^2\ll\gamma r/H, \quad 1\ll\gamma r/H\ll(kH/\pi)^2, \tag{10}$$

$$(kz)^2, \quad [k(H-z_0)]^2\ll\gamma r/H, \quad 1\ll\gamma r/H\ll(kH/\pi)^2 \tag{11}$$

поле в придонной области убывает так же, как и вблизи морской поверхности. Соответствующие выражения для Ψ получаются из (7), (8) путем замены z_0 на $H-z_0$ и z на $H-z$.

Полагая $z_0=h$ и учитывая, что $k(H-h)=m/\nu_0$, из (9)–(11) получаем, что для приемников, расположенных на нижней границе слоя, в отличие от преобразователей, работающих вблизи граничных поверхностей, нижняя граница области действия закона «степени 5/2» практически не зависит от ω и определяется из условия $r\gg h(m/\nu_0)^2/\gamma$.

Таким образом, на больших расстояниях от источника ослабление силы звука в мелком море существенно зависит от горизонтов излучения и приема сигналов, что необходимо учитывать при прогнозировании дальности действия гидроакустических приборов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Murphy E. L., Wasiljeff A., Jensen F. B.* Frequency-dependent influence of the sea bottom on the near-surface sound field in shallow water.– J. Acoust. Soc. Amer., 1976, v. 59, № 4, p. 839–845.
2. *Бреховских Л. М.* Волны в слоистых средах. М.: Изд-во АН СССР, 1957.

Ростовский государственный
университет

Поступила в редакцию
20.III.1981
после доработки
9.III.1982

УДК 621.396.677.73
621.396.677.712

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ ЗВУКОПРИЕМНИК С УПРАВЛЯЕМОЙ ДИАГРАММОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ

Гущин В. В., Заславский Ю. М.

Параметрические приемники звука в жидкой и газообразной среде обладают диаграммой направленности, имеющей максимум при совпадении направления волновых векторов принимаемой и опорной волны [1]. Поэтому переориентация диаграммы в пространстве связана с механическим поворотом базы разнесенных преобразователей, что представляет значительные неудобства и ограничивает возможности практического применения параметрических акустических антенн. Представляет интерес рассмотрение способов электрического сканирования диаграммы направленности.

Нетрудно показать, что направленность параметрического приемника, у которого скорость распространения опорной волны v выше скорости звука c_1 в окружающей среде, определяется множителем

$$\Phi(\theta)=\frac{\sin k_2L/2(c_1/v-\cos\theta)}{k_2L/2(c_1/v-\cos\theta)}, \tag{1}$$