АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXIX 1983 Вып. 1

УДК 534.8:534.22

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИФРАКЦИОННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ИНТЕРФЕРОМЕТРА

Химунин А. С.

Приведены и проанализированы результаты решения на ЦВМ модельной задачи для ультразвукового интерферометра с плоским круглым излучателем конечного размера и плоским подвижным рефлектором. Представлены результаты расчета дифракционной структуры кривой реакции и дифракционных приращений к измеряемым значениям фазовой скорости и коэффициента затухания ультразвука.

Известно, что при точных измерениях параметров распространения ультразвука (фазовой скорости c и коэффициента затухания α) в результатах необходимо учитывать дифракционные приращения Δc и $\Delta\alpha$ [1]. Существующие методы расчета их, включая численные [2—4], удовлетворительно разработаны только для режима бегущей волны и, строго говоря, не применимы для интерферометрических методов измерения. Ниже рассматривается решение модельной задачи для интерферометра в виде открытого резонатора с плоским излучателем конечного размера и плоским подвижным идеальным рефлектором [5, 6].

Абсолютно жесткий излучатель радиуса a с колебательной скоростью на его поверхности $v_0=\text{const}$, возбуждаемый на частоте $f=\omega/2\pi$, расположен в плоскости $z=0$ идеально отражающего экрана, на котором $v_0=0$. Расстояние между излучателем и рефлектором $l=z/2$. Среднее давление на излучателе $(\overline{P}/\overline{P}_{0*})_{z=0}$, нормированное к давлению затухающей плоской волны $P_{0*}=\rho c v_0\cdot\exp\{i[\omega t-(k-i\alpha)z]\}$, суммируется с давлениями всех многократно отраженных волн, пути которых в исследуемой среде равны $2l$, $4l$, $6l$, . . . :

$$\frac{\overline{P}_\Sigma}{P_{0*}}=\left(\frac{\overline{P}}{P_{0*}}\right)_{z=0}+2\sum_{n=1}^{N}\left(\frac{\overline{P}}{P_{0*}}\right)_{z=2nl}\exp[(-\alpha+ik)2nl]. \tag{1}$$

Здесь $k=2\pi/\lambda$ — волновое число, λ — длина волны, ρ — плотность исследуемой среды, n — номер отражения от рефлектора. Верхний предел суммы определяется расстоянием, на котором вклад среднего давления всех последующих отраженных волн будет исчезающе малым из-за поглощения и дифракционных потерь.

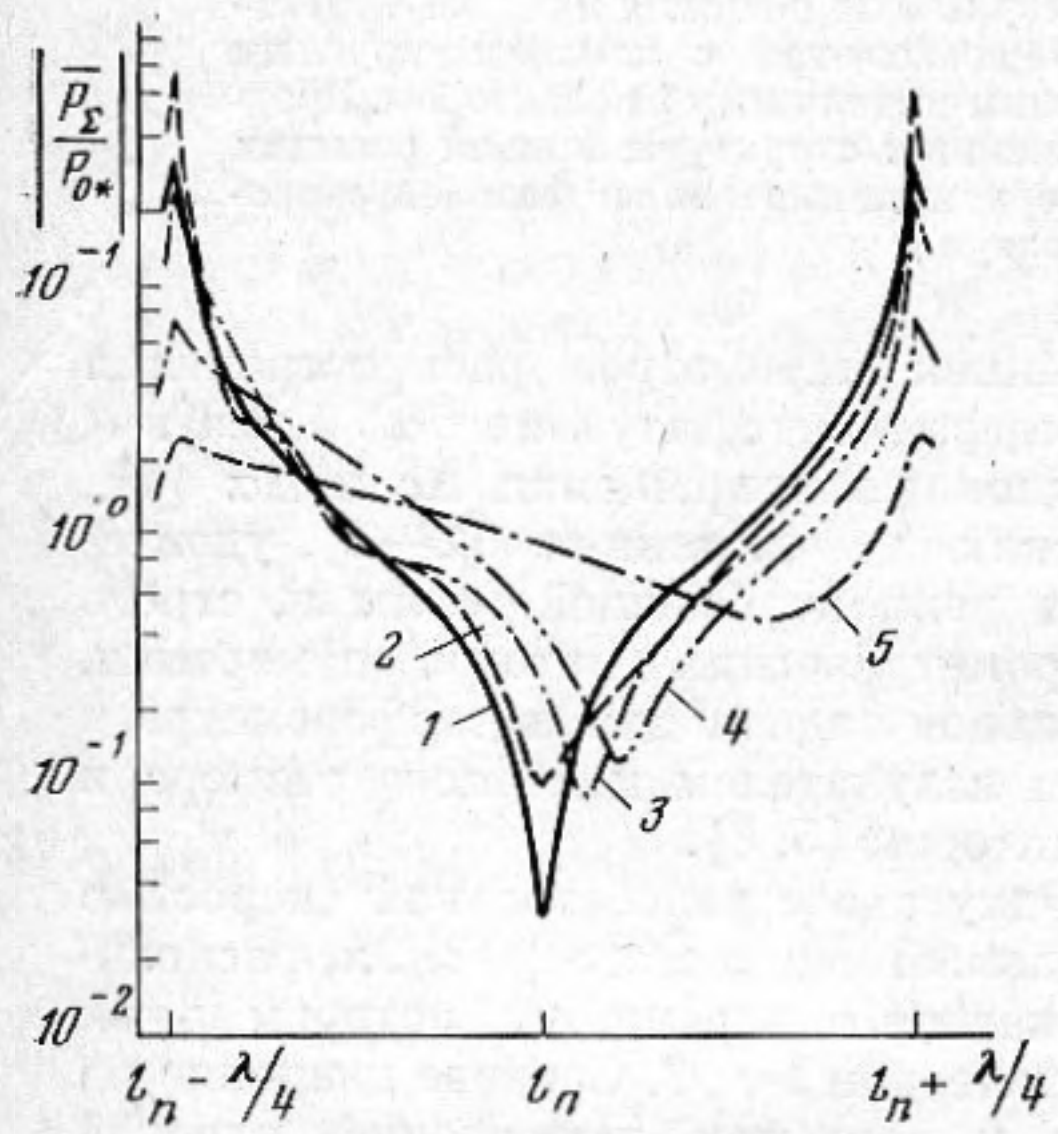
В принятой модели величина $\overline{P}(z)/P_{0*}$ полагается равной среднему давлению на приемном преобразователе одинакового с излучателем радиуса и коаксиального ему, расположенном на расстоянии z от излучателя [2] (θ — интеграл Вильямса [7] для $\alpha\neq0$):

$$\frac{\overline{P}}{\overline{P}_{0*}}=1-\frac{4}{\pi}\exp(ikz)\int_0^{\pi/2}\exp[-ik(z^2+4a^2\cos^2\theta)^{1/2}]\times \tag{2}$$

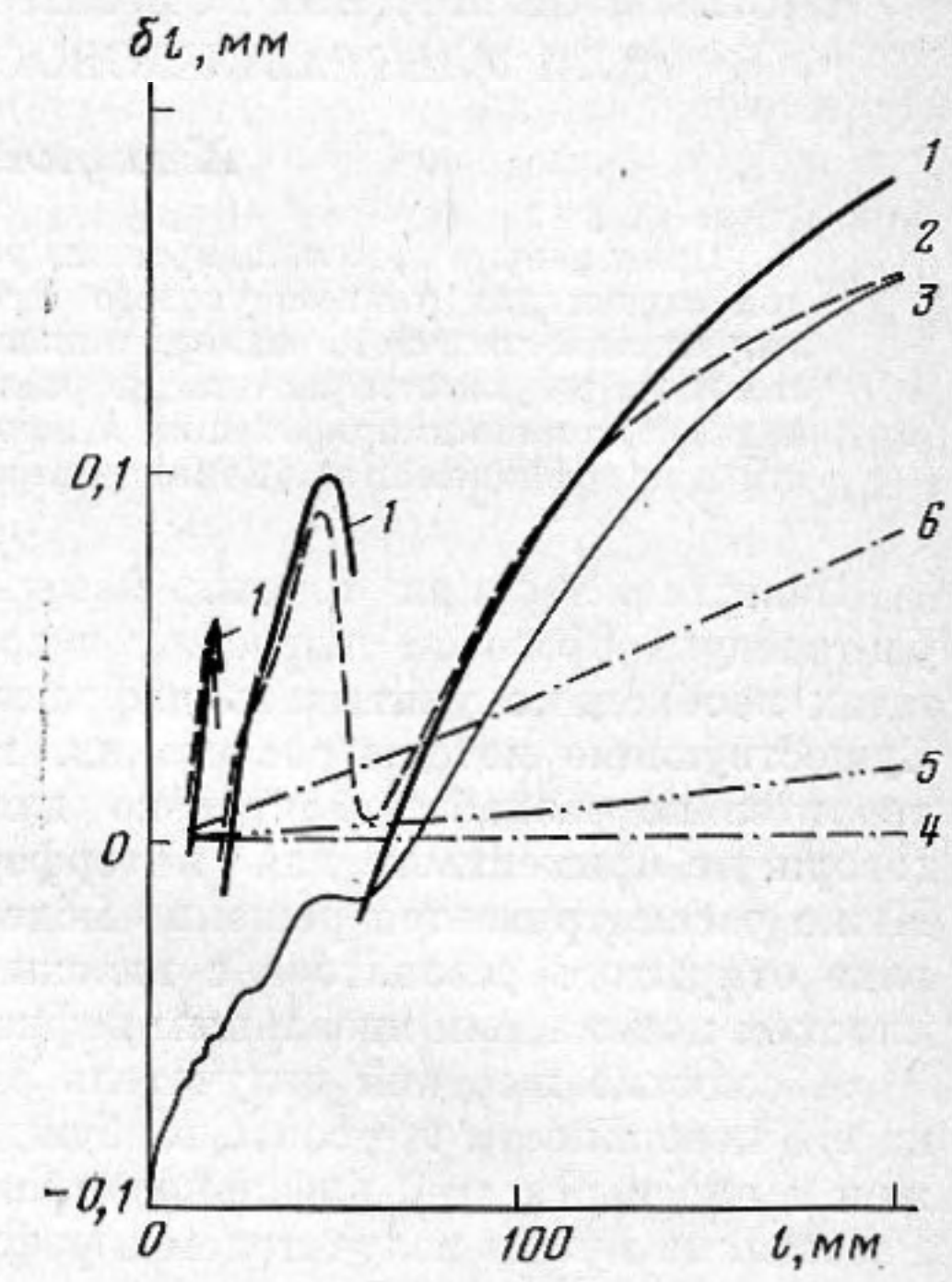
$$\times\exp\left[\alpha z-\alpha z\left(1+\frac{4a^2\cos^2\theta}{z^2}\right)^{1/2}\right]\sin^2\theta\,d\theta.$$

Входной импеданс интерферометра $Z_m\sim\overline{P}_\Sigma/P_{0*}$ [8], при этом для идеального генератора тока с внутренним сопротивлением R_i ($R_i\gg|Z_m|_{\max}$) искомая кривая реакции по напряжению на пьезоизлучателе с идеально компенсированной параллельной емкостью $U(l)\sim|Z_m|\sim|\overline{P}_\Sigma/P_{0*}|$.

Медленная сходимость ряда (1) для $\alpha \ll k$ при высокой точности вычисления его членов ($|\Delta\overline{P}/\overline{P}|<10^{-6}$) определяет следующую процедуру численного анализа: 1) расчет и табулирование компонент функции (2) с шагом таблиц [2] в диапазоне $0 \leqslant z \leqslant z_{max}$ ($|\overline{P}/P_{0*}|_{z_{max}}<\Delta\overline{P}/\overline{P}$); 2) расчет и табулирование коэффициентов сплайн-интерполяции (здесь применялись сплайн-полиномы третьей степени); 3) определение максимального числа отражений N, обеспечивающих расчет суммарного давления с за-



Фиг. 1



Фиг. 2

Фиг. 1. Структура кривой реакции: *1* – одномерное решение, l_n=299,625 мм; *2–5* – дифракционные решения для l_n=10,875; 31,125; 100,875 и 301,125 мм

Фиг. 2. Зависимости дифракционного сдвига минимумов (*1* – $\alpha=4\alpha_в$, *2* – $100\alpha_в$) и максимумов (*4* – $4\alpha_в$, *5* – $20\alpha_в$, *6* – $100\alpha_в$) кривой реакции от расстояния. Кривая *3* – дифракционные приращения в режиме бегущей волны (условно опущена на 0,1 мм)

данной точностью (N увеличивается до $N_{стаб}$, при котором $\overline{P}_\Sigma(z, N)/P_{0*}$ стабилизируется); 4) вычисление $U(l)$ как суммы ряда, все члены которого находятся сплайновой интерполяцией; 5) поиск точных координат экстремумов кривой реакции в окрестности их положения в одномерном решении ($\overline{P}/P_{0*}=1$) стандартным алгоритмом нахождения экстремумов гладких функций.

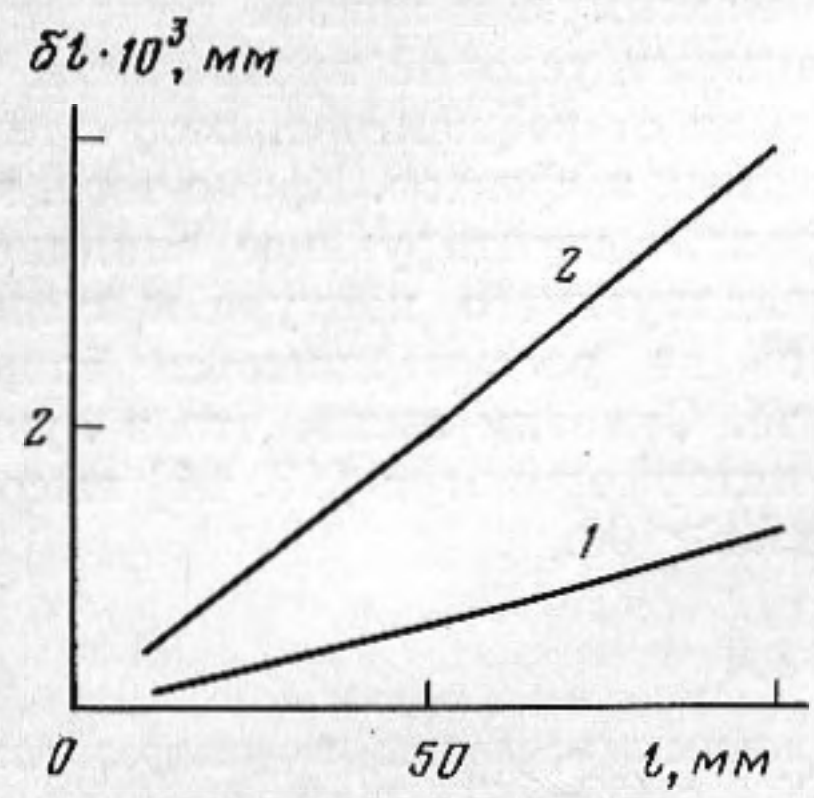
На фиг. 1 приведены результаты расчета структуры экстремумов в кривой реакции для условий измерения, при которых дифракционные эффекты проявляются наиболее ярко: $c=1{,}5\cdot10^5$ см·с$^{-1}$, f=1 МГц, a=10 мм, $\alpha=4\alpha_в$ ($\alpha_в/f^2=25\cdot10^{-17}$ см$^{-1}$·с^2 — частотнонезависимый коэффициент затухания ультразвука для дистиллированной воды). Кривые *1—5* рассчитаны в окрестностях минимумов кривой реакции в одномерном решении, соответствующих расстояниям $l_n=(n\lambda/2-\lambda/4)$ между излучателем и рефлектором [1].

В интервале расстояний $0<l<300$ мм были исследованы практически все экстремумы. Их общими свойствами оказались: неожиданно малые отклонения положений максимумов от соответствующих величин в одномерном решении δl_{max}, сильно зависящие от α, и значительные отклонения положений минимумов δl_{min}, слабо зависящие от α. Количество дифрак-

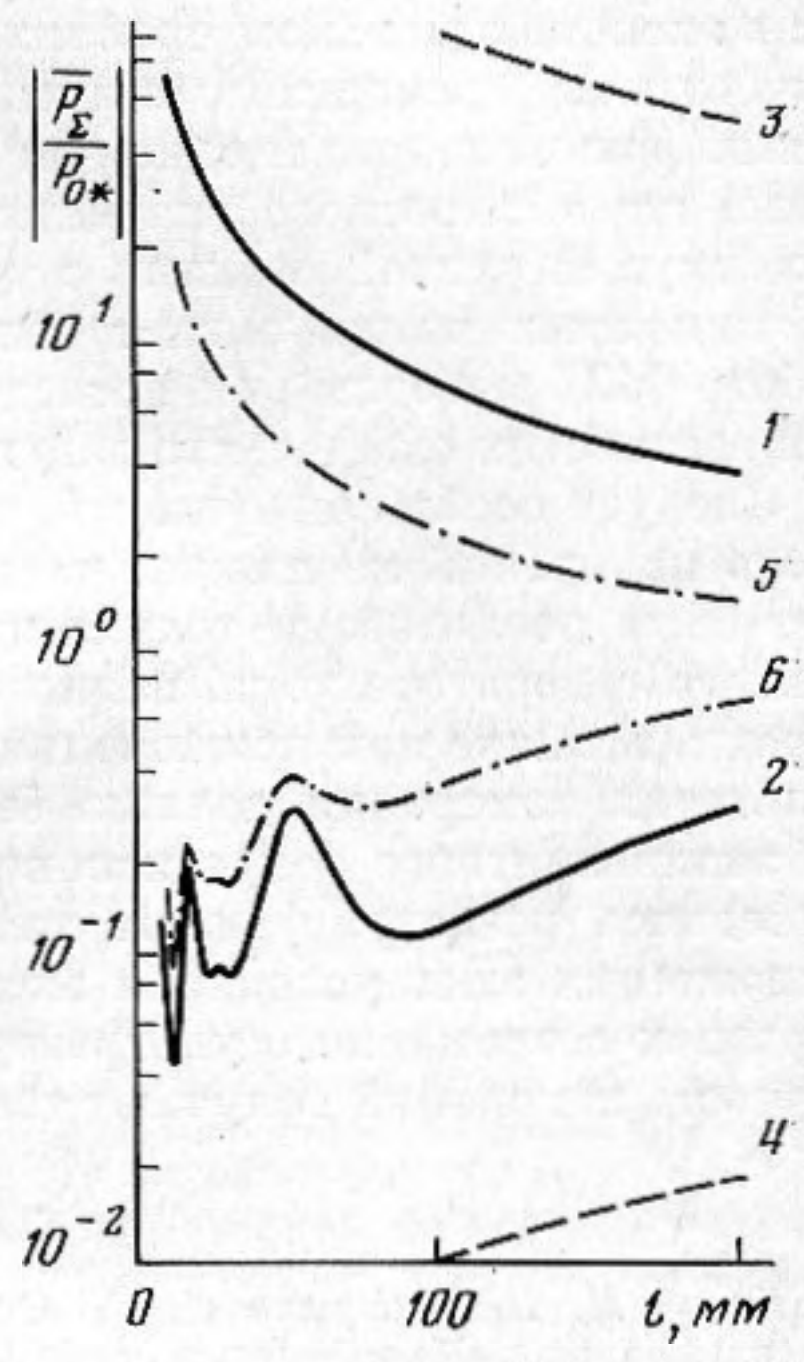
[1] Алгоритм вычислений и быстродействующая программа разработаны Е. А. Львовой; численные расчеты выполнены Е. А. Львовой и Е. М. Голибродо.

ционных осцилляций на правом склоне максимумов уменьшается с ростом l, одновременно с этим увеличивается асимметрия экстремумов. Дополнительных экстремумов на кривой реакции (так называемых «дифракционных сателлитов» [9]) не обнаружено. (Причиной появления дополнительных экстремумов могут быть волноводные эффекты [10], осенесимметричное возбуждение излучателя [5] или его пространственно-радиальные резонансы. Последние должны проявляться в минимумах кривой реакции в виде локальных весьма узких максимумов.)

Типично немонотонные зависимости $\delta l_{\min}(l)$ для тех же параметров представлены на фиг. 2 кривыми *1* и *2*. Отличие аналогичных зависимостей для $0 \leqslant \alpha \leqslant 20\alpha_в$ от кривой *1* не превышает 3%. Здесь же для сравнения приведены практически не зависящие от α дифракционные прира-



Фиг. 3



Фиг. 4

Фиг. 3. Дифракционные приращения максимумов для частоты 1 МГц (*1*) и 3 МГц (*2*); $\alpha=4\alpha_в$

Фиг. 4. Огибающие кривой реакции: дифракционное решение – *1*, *2* – $\alpha=4\alpha_в$; *5*, *6* – $\alpha=100\alpha_в$. Кривые *3* и *4* – одномерное решение для $\alpha=4\alpha_в$ (нечетные кривые – максимумы, четные – минимумы)

щения в режиме бегущей волны, рассчитанные по данным работы [3] для $z=2l$ (условно опущенная на 0,1 мм кривая *3*). С увеличением расстояния $\delta l_{\min}$ стремятся к дифракционным приращениям в режиме бегущей волны (в пределе $\delta l_{\min}{}_{l\to\infty} \to \lambda/4$ при $\alpha \ll k$).

Типично монотонные зависимости $\delta l_{\max}(l)$ представлены на фиг. 2 кривыми *4—6*. Малая нелинейность функции $\delta l_{\max}(l)$ определяет слабую зависимость от интервала измерения $\Delta l = l_1 - l_2$ дифракционного приращения к измеряемой (по максимумам) скорости ультразвука $\Delta c/c = (\delta l_1 - \delta l_2)/\Delta l$, где δl_1 и δl_2 — дифракционные отклонения положений максимумов от таковых в одномерном решении для расстояний l_1 и l_2. В свою очередь весьма малая величина $\delta l_{\max}$ для малых α позволяет реализовать очень высокую точность абсолютных измерений скорости ультразвука (для рассмотренного расчета $\Delta c/c < 10^{-5}$).

Увеличение Δc с ростом α эквивалентно обнаруженному здесь увеличению $\delta l_{\max}$ с уменьшением N при $N < N_{стаб}$. Последнее свойство допускает возможность нетривиального увеличения дифракционных приращений с ростом частоты при постоянных a и α/f^2. Результаты расчета $\delta l_{\max}$ для частоты 3 МГц, приведенные на фиг. 3, иллюстрируют эту возможность. В то же время увеличение частоты при постоянных значениях a и α/f^2 приводит к «привычному» уменьшению дифракционного сдвига *минимумов* кривой реакции и соответственно к уменьшению дифракционных при-

ращений. Отметим, что при измерении скорости ультразвука по максимумам кривой реакции эффект возрастания Δc с ростом α и f маскируется, как правило, потерями при отражениях в камере интерферометра, а также конечными значениями R_i и $R_{вх}$ ($R_{вх}$ — входной импеданс на рабочей частоте схемы регистрации и счета экстремумов).

Результаты расчета огибающих приведены на фиг. 4. Общий ход огибающих максимумов согласуется с предсказанным в [5, 6, 11] экспоненциальным характером дополнительного дифракционного затухания, однако расчетная величина его оказалась меньшей. Количественную оценку $\Delta\alpha$ в экспоненциальном приближении дифракционного приращения можно получить из совместного анализа огибающих максимумов, рассчитанных для дифракционного и одномерного решений при фиксированном α. Измерение же абсолютного значения коэффициента затухания по огибающей максимумов кривой реакции с учетом результатов численного анализа дифракционных потерь может быть выполнено, например, изложенным в работе [12] методом при последовательном переборе текущих значений α в окрестностях ожидаемого затухания аналогично процедуре [4].

Следует особо подчеркнуть, что потенциально возможная высокая точность измерений на низких частотах по максимумам кривой реакции может быть реализована только при соблюдении условий практически идеального генератора тока, полного отражения от рефлектора, излучателя и экрана, а также при исключении волноводных эффектов. Кроме того, в результатах измерения должно быть устранено шунтирующее влияние на Z_m эквивалентного сопротивления компенсирующего контура и входного импеданса регистрирующей схемы. Здесь не рассматриваются вопросы выполнения этих условий в эксперименте. Отметим лишь, что в лучших образцах современного ультразвукового интерферометра [13, 14] высокую точность измерений получают только при $ka>100$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гитис М. Б., Химунин А. С.* О дифракционных эффектах в ультразвуковых измерениях. Обзор.– Акуст. ж., 1968, т. 14, № 4, с. 489–513.
2. *Khimunin A. S.* Numerical calculation of the diffraction corrections for the precise measurement of ultrasound absorption.– Acustica, 1972, v. 27, N 4, p. 173–181.
3. *Khimunin A. S.* Numerical calculation of the diffraction corrections for the precise measurement of ultrasound phase velocity.– Acustica, 1975, v. 32, N 3, p. 192–200.
4. *Khimunin A. S.* Ultrasonic propagation parameter measurements incorporating exact diffraction corrections.– Acustica, 1978, v. 39, N 2, p. 87–95.
5. *Krasnushkin P. E.* Diffraction effects and their role in the precise measurements of velocity and attenuation of ultrasound.– Acustica, 1968, v. 20, N 6, p. 343–347.
6. *Краснушкин П. Е.* О дифракционных эффектах при измерении скорости и поглощения ультразвука.– Докл. АН СССР, 1968, т. 181, № 6, с. 1361–1364.
7. *Williams A. O. Jr.* The piston source at high frequencies.– J. Acoust. Soc. America, 1951, v. 23, N 1, p. 1–6.
8. *Borgnis F. E.* Theory of the acoustic interferometer for plane waves.– Acustica, 1957, v. 7, N 3, p. 151–174.
9. *Илгунас В.* Учет влияния дифракции на скорость и поглощение ультразвука в интерферометре.– В кн.: Вопросы методики ультразвуковой интерферометрии. Вильнюс: Минтис, 1967, с. 9–19.
10. *Del Grosso V. A.* Systematic errors in ultrasonic propagation parameter measurements. Pt 3.– Sound speed by iterative reflection-interferometry.– Naval Research Laboratory, NRL Report 6409, August 9, 1966, Washington, D. C.
11. *Краснушкин П. Е.* Расчет интерферометра Пирса.– Докл. АН СССР, 1940, т. 27, № 3, с. 213–216.
12. *Паулаускас К., Илгунас В.* Интерферометрический метод измерения поглощения ультразвука в жидкостях.– В кн.: Вопросы методики ультразвуковой интерферометрии.– Вильнюс: Минтис, 1967, с. 157–160.
13. *Del Grosso V. A., Mader C. W.* Speed of sound in see-water samples.– J. Acoust. Soc. America, 1972, v. 52, N 3 (pt 2), p. 961–974.
14. *Voleisis A., Yaronis E.* Precise ultrasonic digital interferometer for testing liquids over a frequency range of 1–700 Mc/s.– Proc. 7 th Internat. Congr. Acoustics, Budapest, 1971, 21 U6, p. 501–504.

Всесоюзный научно-исследовательский институт токов высокой частоты им. В. П. Вологдина

Поступила в редакцию 23.XI.1981