АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXVIII 1982 Вып. 5

УДК 772.99:534

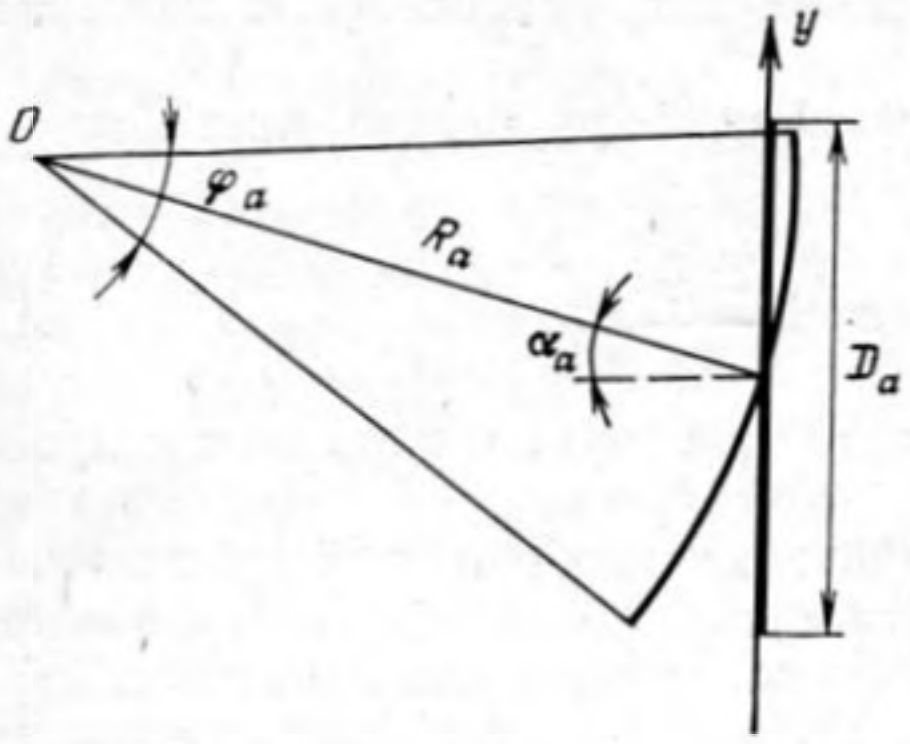
ОБ ОПТИЧЕСКОМ ВОССТАНОВЛЕНИИ ШИРОКОПОЛОСНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ГОЛОГРАММ ФУРЬЕ И ФРЕНЕЛЯ

Свет В. Д.

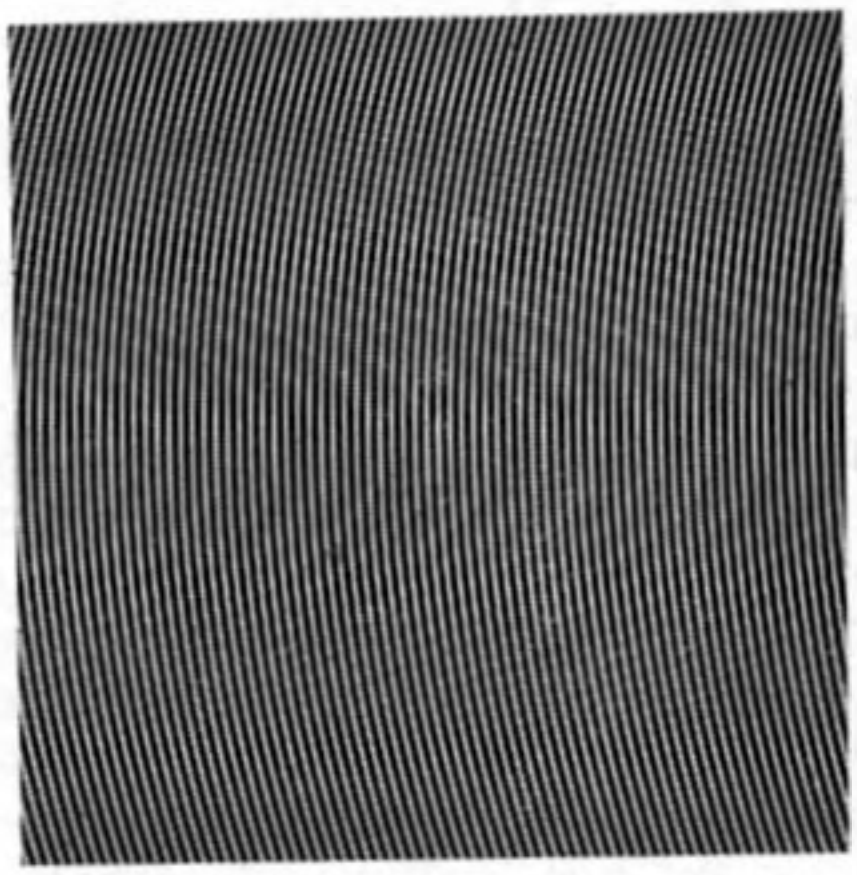
Рассмотрены особенности оптического восстановления широкополосных акустических голограмм Френеля. Показано, что голограммы Френеля можно восстанавливать в области дифракции Фраунгофера. При этом на ширину спектра сигнала на накладывается жестких ограничений и не требуется перестройка оптического процессора по параметру фокусировки.

Особенности оптического восстановления широкополосных акустических голограмм Фурье обсуждались в ряде работ [1–6], в большинстве из которых для получения достаточной временной когерентности сигналов предлагалось использование узкополосной фильтрации сигналов до записи голограммы. Применение методов оптического фурье-анализа позволило объединить спектральный анализ и восстановление изображения в одном оптическом процессоре [6]. Представляет интерес рассмотреть возможность подобных методов для восстановления изображений точечных источников широкополосных сигналов по их одномерным голограммам Френеля, т. е. голограммам, записанным на сферических волнах.

Пусть источник широкополосного сигнала расположен в некоторой точке o на расстоянии R_a от приемной апертуры с линейным размером D_a,



Фиг. 1



Фиг. 2

Фиг. 1. Геометрия записи акустических голограмм Френеля

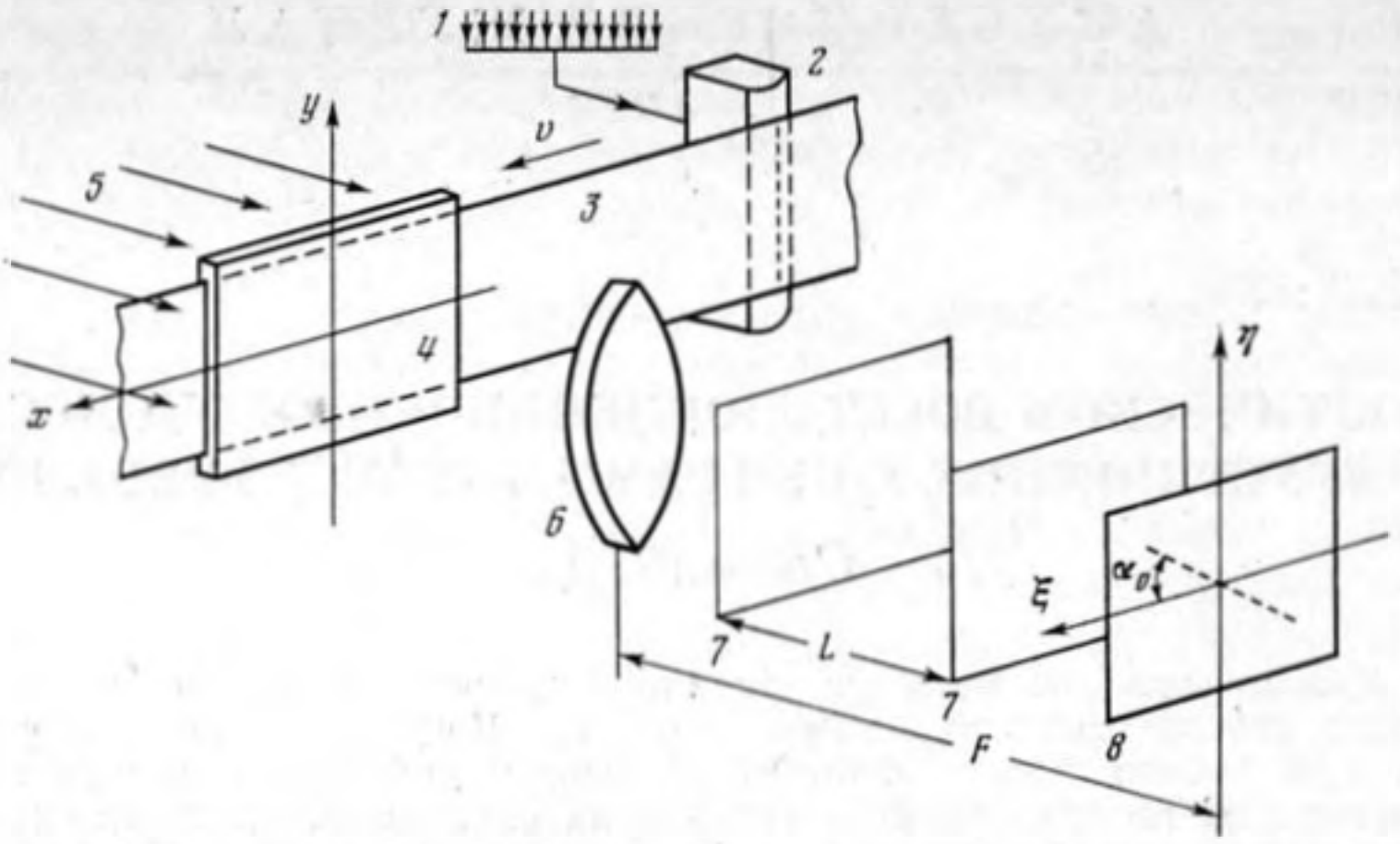
Фиг. 2. Голограмма Френеля точечного источника полигармонического сигнала

фиг. 1. В параксиальном приближении принятое поле на некоторой частоте f_a можно записать в виде

$$s(x,t)=A\cos\left[\frac{2\pi y^2}{\lambda_a R_a}+2\pi f_a t\right], \tag{1}$$

где $\lambda_a=c_a/f_a$, c_a – скорость звука, f_a – частота сигнала. Предполагая, что голограмма регистрируется на амплитудном носителе записи, транспаранте, пропускание последнего равно:

$$T(x,y)=B+A\cos\left[\frac{2\pi m y^2}{\lambda_a R_a}+\frac{2\pi f_a x}{v}\right], \tag{2}$$



Фиг. 3. Блок-схема записи и оптического восстановления голограмм. *1* – входные электрические сигналы от приемников, *2* – многоканальный электрооптический модулятор, *3* – носитель записи (транспарант), *4* – входная плоскость оптического процессора, *5* – световой поток от лазера, *6* – фурье-линза, *7* – область восстановления голограмм Френеля, *8* – плоскость Фурье

где m – масштабный коэффициент, v – скорость записи. Можно показать, что для фиксированной частоты f_a записанная таким образом голограмма представляет собой семейство сдвинутых гипербол (фиг. 2), описываемых уравнением

$$(3) \qquad \left(R_a+\frac{c_a x}{v}\right)^2 \Big/ R_a^2-y^2/R_a^2=1.$$

Из сопоставления (2) и (3) видно, что по координате y амплитудная прозрачность транспаранта представляет собой структуру, аналогичную голограмме Френеля, что и обеспечивает фокусирующие свойства такого транспаранта. При широкополосном сигнале его одномерная голограмма будет описываться суперпозицией одномерных френелевских голограмм для различных частот.

При $R_a \gg D_a$ сферичностью принимаемых волн можно пренебречь и пропускание транспаранта представить в виде

$$(4) \qquad T(y,x)=B+A\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda_a} my\sin\alpha_a+\frac{2\pi f_a}{v}x\right],$$

где α_a – угол между направлением на источник звука и нормалью к приемной акустической апертуре.

Воспользуемся теперь для восстановления изображений по голограммам (2) и (4) когерентным оптическим процессором (фиг. 3), осуществляющим преобразование Фурье – Френеля, и сначала проанализируем процедуру восстановления голограмм Фурье, так как полученные при этом соотношения понадобятся в дальнейшем. Интенсивность изображения в плоскости Фурье равна:

$$(5) \qquad |I(\eta,\xi)|^2=\left|\int\limits_{-mD_a/2}^{mD_a/2}\int\limits_{-L/2}^{L/2} T(y,x)\exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda_0 F}(x\xi+y\eta)\right]dx\,dy\right|^2,$$

где $L=vT$, T – длительность записанного сигнала, λ_0 – длина волны восстанавливающего света, F – фокусное расстояние линзы. Подставляя в (5), (4), интегрируя и опуская нулевой порядок дифракции, получаем

$$(6) \qquad |I(\eta,\xi)|^2=\left|\sin c\left[\frac{mD_a}{2}\left(\frac{2\pi\eta}{\lambda_0 F}-\frac{2\pi m\sin\alpha_a}{\lambda_a}\right)\right]\times\right.$$
$$\left.\times\sin c\left[\frac{vT}{2}\left(\frac{2\pi\xi}{\lambda_0 F}-\frac{2\pi f_a}{v}\right)\right]\right|^2$$

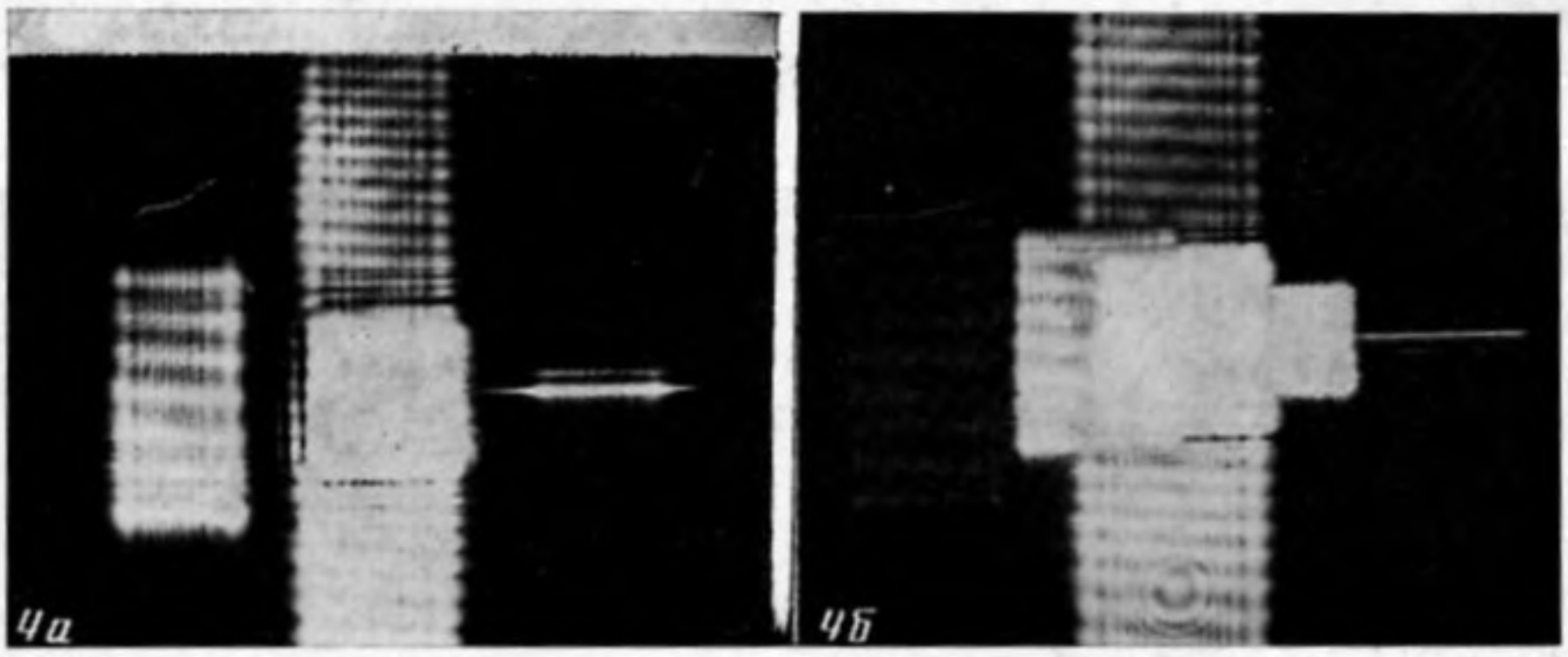
где $\sin ca = \sin a/a$. Координаты максимума интенсивности восстановленного изображения источника определяются из соотношений

(7а) $$\eta = \lambda_0 mF \sin \alpha_a / \lambda_a,$$

(7б) $$\xi = \lambda_0 F f_a / v.$$

Из (6) следует, что при оптической обработке широкополосного сигнала в области дифракции Фурье восстанавливается угловое положение источника и его спектр мощности. Само изображение имеет вид прямой линии, проходящей через начало координат под углом α_0, связанным с истинным направлением α_a соотношением:

(8) $$\operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{mv}{c_a} \sin \alpha_a = \frac{D_a v}{D_0 c_a} \sin \alpha_a.$$

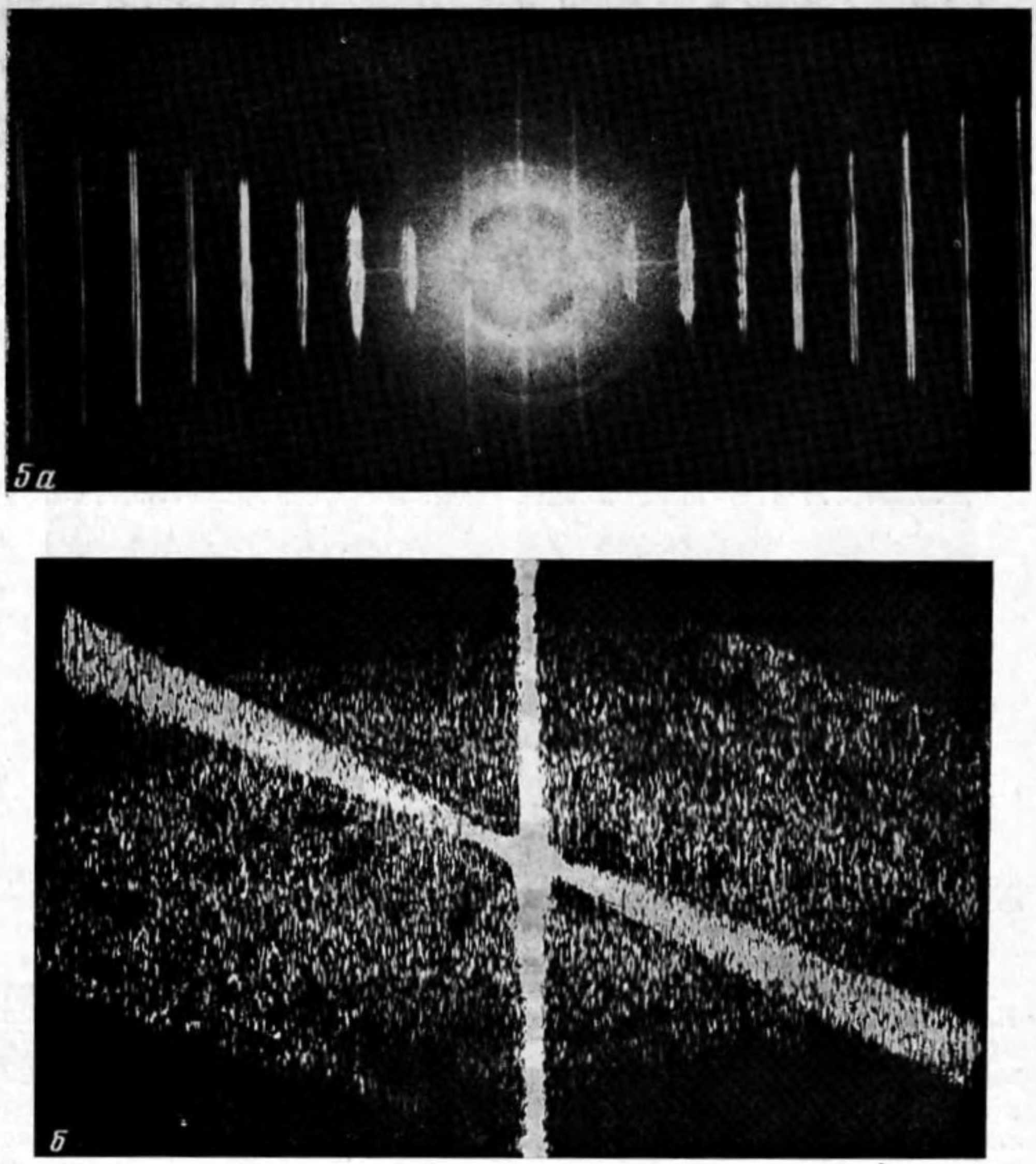


Фиг. 4. Восстановленные изображения точечного источника полигармонического сигнала в области дифракции Френеля. *а* – фокусировка по первой гармонике, $R_0 = 0{,}5\,F$, *б* – фокусировка по второй гармонике, $R_0 = 0{,}25\,F$

Из (8) следует, что зависимость между α_0 и α_a существенно нелинейная, причем масштаб величины угла α_0 определяется коэффициентом $\gamma = D_a v / D_0 c_a$. Так, при $\gamma = 1$ и $\alpha_a = 90°$, $\alpha_0 = 45°$, т. е. при угле обзора 180° в акустической плоскости, максимальный угол обзора в оптической плоскости составляет 90°. Для повышения точности измерения направления α_a коэффициент γ желательно выбирать порядка 2÷4. Поскольку изменение величины γ можно достичь только изменениями величин v и D_0, то на практике приходится искать компромисс между величиной сектора обзора, оптической апертурой и скоростью записи сигналов.

Рассмотрим теперь восстановление широкополосных голограмм Френеля в плоскости Френеля оптического процессора, область L на фиг. 3. Известно, что оптическое восстановление таких голограмм сопровождается сильными хроматическими аберрациями [8], которые приводят к тому, что плоскости фокусировки различных составляющих спектра сигнала не совпадают. На фиг. 4, *а*, *б* показаны экспериментальные результаты восстановления таких голограмм. Сама голограмма показана на фиг. 2. Временной сигнал имел вид меандра, и его спектр состоял из кратных гармоник. Плоскость регистрации располагалась в области «L». На фиг. 4, *а* показано изображение источника, когда плоскость регистрации совпадала с плоскостью фокусировки первой гармоники сигнала (расстояние $R_0 = 0{,}51\,F$, где $F = 185$ мм). Изображение имеет вид узкой горизонтальной линии, расположенной справа от расфокусированного изображения нулевого порядка дифракции. Слева от него располагается сопряженное расфокусированное изображение первой гармоники. На фиг. 4, *б* показанс аналогичное изображение при фокусировке второй гармоники сигнала, $R_0 = 0{,}25\,F$. Видно, что расфокусированы изображения нулевого порядка, первой гармоники и все сопряженные изображения.

Приведенные результаты наглядно демонстрируют трудности, с кото-

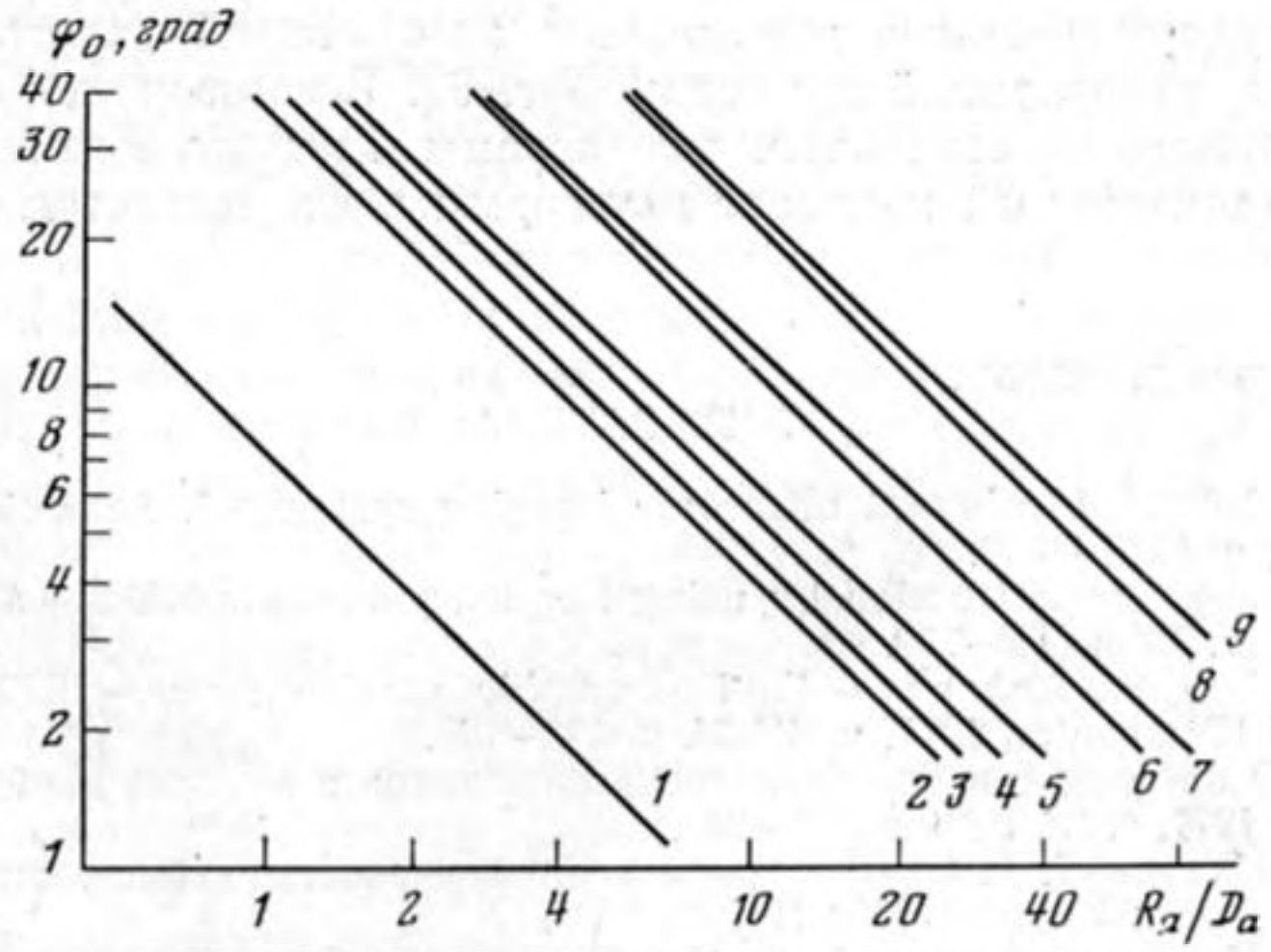


Фиг. 5. Восстановленные изображения голограмм Френеля в области дифракции Фраунгофера, фокальной плоскости фурье-линзы. *а* – изображение источника полигармонического сигнала при осевом падении фронта волны, $R_a/D_a=5{,}5$, *б* – изображение источника случайного широкополосного сигнала со сплошным спектром при внеосевом расположении, $\Delta f/f=3{,}5$, $R_a/D_a=13$

рыми приходится сталкиваться при фокусированной оптической обработке широкополосных сигналов. Путем существенного усложнения процессора, в частности введением в него дополнительной анаморфотной оптики, можно добиться фокусировки составляющих спектра в одной плоскости, однако допустимая ширина полосы при этом будет невелика, особенно если требуется реализовать большую глубину фокусировки [9].

В связи с этим рассмотрим другой способ обработки широкополосных голограмм Френеля — оптическое их восстановление в плоскости Фурье оптического процессора. По аналогии с предыдущим случаем такую обработку можно назвать «нефокусированной». Можно показать, что при осевом падении сферической волны на акустическую апертуру и излучении тонального сигнала оптическое изображение в плоскости Фурье будет представлять собой две узких линии, параллельных оси пространственных частот (ось η на фиг. 3). Высота линий определяется фокусным расстоянием одномерной голограммы Френеля на данной частоте и типом освещающей волны, плоской или сферической. Отклонение этой линии по оси частот, ось ξ на фиг. 3, пропорционально частоте сигнала (см. формулу

(7б)), а центр линии определяется направлением на источник звука. Похожая картина возникнет и при восстановлении широкополосного сигнала. Для сигнала с полигармоническим спектром изображение будет выглядеть как набор узких параллельных вертикальных полос на соответствующих частотах, причем вертикальный размер этих линий будет линейно увеличиваться с частотой, т. е. все линии будут образовывать сектор с углом раскрыва φ_0. При широкополосном сигнале с непрерывным спектром восстановленное изображение будет иметь вид «светящегося» треугольника в правой полуплоскости, причем при внеосевых направлениях на источник сигнала ось симметрии треугольника будет совпадать с направлением на источник звука. На фиг. 5, *а*, *б* показаны экспериментальные результаты



Фиг. 6. Зависимость величины угла φ_0 от относительного расстояния R_a/D_a для различных значений γ и α_0. *1* – $\gamma=2$, $\alpha_0=60°$, *2* – $\gamma=4$, $\alpha_0=10°$, *3* – $\gamma=4$; $\alpha_0=60°$, *4* – $\gamma=1$; $\alpha_0=10°$; *5* – $\gamma=1$, $\alpha_0=45°$; *6* – $\gamma=2$, $\alpha_0=10°$, *7* – $\gamma=2$, $\alpha_0=45°$, *8* – $\gamma=4$, $\alpha_0=10°$; *9* – $\gamma=4$, $\alpha_0=0°$

восстановления широкополосных голограмм Френеля в плоскости Фурье оптического процессора. Полученные изображения содержат всю необходимую информацию как о спектральном составе источника сигнала, так и о величинах α_a и R_a. Для сигналов с полигармоническим спектром оценка величины R_a может быть выполнена либо измерением вертикального размера линии в спектре, либо измерением величины углового раскрыва φ_0. Для случайных широкополосных сигналов оценка R_a по измерению вертикального размера может привести к большим ошибкам, поэтому предпочтительным является измерение величины угла φ_0, особенно если запись сигналов производится на фоне аддитивных шумов.

Необходимую связь между величинами R_a и φ_0 можно получить из простого геометрического рассмотрения. В частности, из фиг. 1 находим, что $R_a=(D_a\cos\alpha_a)/\sqrt{2(1-\cos\varphi_a)}$. Учитывая соотношения между α_0 и α_a (см. (8)), после несложных тригонометрических преобразований получаем

$$R_a=\frac{D_a(\gamma^2-\operatorname{tg}^2\alpha_0)\,(\cos\varphi_0+\cos 2\alpha_0)}{2\gamma\sin\varphi_0}, \tag{9}$$

где по-прежнему $\gamma=D_a v/D_0 c_a$. Как следует из последнего выражения, частота сигнала в него непосредственно не входит и поэтому предложенный способ измерения величины R_a по измеренным величинам α_0 и φ_0 в фурье-плоскости процессора не накладывает жестких ограничений на ширину спектра сигнала, как при фокусированной обработке в плоскости Френеля. Не требуется также и перестройка оптического процессора по параметру фокусировки R_0, которая без использования специальной оптики может быть выполнена только последовательно.

Указанную процедуру восстановления голограмм Френеля целесообразно использовать в случае небольших углов φ_0 или небольшой сферич-

ности фронтов сигналов. При больших значениях φ_0 двумерный спектр Фурье будет занимать слишком большую область в секторе обзора, что затруднит выделение изображений от других источников. Вместе с тем хорошо известно, что при малых углах φ_0 или больших величинах R_a восстановление в области дифракции Френеля сопровождается сильным снижением разрешающей способности δR_a по параметру R_a, поскольку $\delta R_a \simeq 4\lambda_a R_a^2/D_a^2$. Поэтому восстановление голограмм Френеля в области дифракции Фраунгофера занимает некоторое промежуточное положение между чисто френелевским восстановлением и восстановлением голограмм Фурье. Границы применимости предложенного способа восстановления голограмм Френеля указать трудно без специального рассмотрения с учетом статистики сигналов и помех. Некоторое представление об этом могут дать графики, построенные для различных значений масштабного коэффициента γ и направлений прихода (фиг. 6). В заключение отметим, что для качественного восстановления голограмм Френеля в плоскости Фурье требуется значительный контраст голограммы, что является естественной платой за простоту нефокусированной обработки.

Автор благодарит В. Г. Баширова за помощь при обработке экспериментальных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Sato T., Wadaka S.* Incoherent ultrasonic imaging system.– J. Acoustical Soc. Amer., 1975, v. 58, p. 1013–1019.
2. *Hidaka T.* Image reconstruction by using frequency-sweep method.– Applied Physics, Febr., 1975, v. 46, p. 786–790.
3. *Sasaki K., Sato T., Nakamura Y.* Holographic passive sonar.– IEEE Transactions Sonics and Ultrasonics, 1977, v. SU-24, p. 193–199.
4. *Свет В. Д.* О применении широкополосных сигналов в акустической голографии.– Акуст. ж., 1977, т. 23, № 6, с. 929–932.
5. *Свет В. Д., Кухарь Н. Р.* Оптическое и цифровое восстановление акустических голограмм.– В кн.: Иконика. М.: Наука, 1981.
6. *Шмарев Е. К., Колесниченко А. Ф.* Оптическая обработка широкополосных сигналов антенных решеток с увеличенным временем накопления.– В кн.: Докл. III Всес. школы по оптической обработке информации. Рига: Изд-во ин-та физики АН ЛатвССР, 1980, ч. II, с. 129–130.
7. *Свет В. Д.* Оптические методы обработки сигналов. М.: Энергия, 1971.
8. *Гудмен Дж.* Введение в фурье-оптику. М.: Мир, 1970.
9. *Буренин Н. И.* Радиолокационные станции с синтезированной антенной. М.: Сов. радио, 1972.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
28.II.1981