АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXVIII 1982 Вып. 4

УДК 534.24

ИМПЕДАНС ОТВЕРСТИЯ В ЭКРАНЕ, ОТДЕЛЯЮЩЕМ ДВИЖУЩУЮСЯ СРЕДУ ОТ НЕПОДВИЖНОЙ

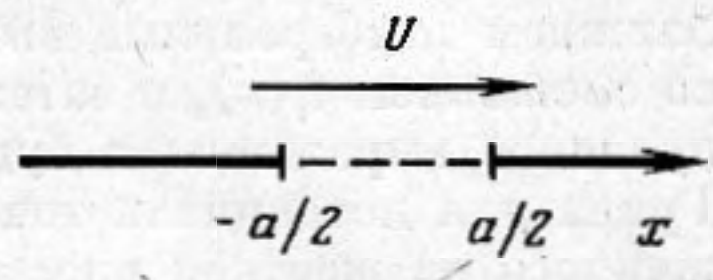
Миронов М. А.

Получено точное решение задачи о движении тангенциального разрыва скорости в отверстии экрана, разделяющего движущуюся и неподвижную среды. На основе полученного решения исследуется акустический импеданс отверстия, перекрытого тангенциальным разрывом скорости.

Отверстие в экране широко используется как элемент глушителей звука различных конструкций. В вентиляционных каналах, выхлопных трубах, пневмотранспортных установках и т. п. глушители работают в присутствии потока воздуха и, как хорошо известно, этот поток может значительно изменять (как правило, ухудшать) эффективность глушения. Одна из основных причин такого изменения состоит в воздействии потока воздуха на импеданс отверстий, соединяющих воздуховод с объемом, заполненным звукопоглощающим материалом (активные глушители) или с полостями резонаторов Гельмгольца (реактивные глушители). Теоретически воздействие потока на акустическое поведение отверстия рассматривалось в различных постановках в работах [1—6]. Характерная особенность метода, применявшегося в работах [1—5], заключается в предположении, что движение потока (тангенциального разрыва в [4, 5], струи в [1—3]) полностью описывается свободными гидродинамическими волнами, сходящими с передней кромки отверстия. Это предположение не обосновывалось решением соответствующих гидродинамических задач, что послужило причиной для ряда авторов высказать сомнение относительно применимости полученных результатов для количественного анализа в практических приложениях. Задача о влиянии потока на импеданс отверстия в строгой постановке впервые рассмотрена в работе [6] в связи с проблемой звукообразования в некоторых духовых музыкальных инструментах. Здесь в линейном приближении была решена система уравнений гидродинамики с соответствующими граничными условиями. Однако все рассмотрение проводилось для случая, когда течение не соприкасается с плоскостью отверстия, причем предполагалось, что влияние течения на импеданс мало. Это не позволило авторам рассмотреть принципиально важный вопрос о влиянии кромок отверстия на взаимодействие потока с отверстием. К обсуждаемой задаче близка задача о дифракции звука на полуплоскости, которая одной стороной касается движущейся среды. Эта задача решена методом Винера — Хопфа в работах [7—11], где вопрос о роли ребра полуплоскости подробно обсуждался.

В настоящей работе исследуется влияние однородного потока, скользящего вдоль одной стороны плоского экрана, на импеданс отверстия в экране. Решается двумерная задача — для отверстия в виде бесконечной щели, ориентированной поперек потока. В отличие от работ [4, 5], в настоящей работе смещение тангенциального разрыва скорости в отверстии находится посредством решения соответствующего интегрального уравнения, при этом малость влияния потока на импеданс, не предполагается. Основной прием, позволивший решить эту задачу в конечном виде, состоит в сведении интегрального уравнения для смещения тангенциального разрыва в отверстии к двум последовательно решаемым уравнениям: вспомогательному интегральному уравнению для смещения частиц среды в отверстии в отсутствие потока и обыкновенному дифференциальному

уравнению второго порядка для смещения тангенциального разрыва. В правой части этого дифференциального уравнения стоит решение вспомогательного интегрального уравнения. Поскольку решение вспомогательного интегрального уравнения известно (см., например, [12]), интегрирование дифференциального уравнения дает окончательный ответ в виде определенных интегралов. Используемый подход позволяет избежать задачи факторизации, которая представляла основную трудность в работах [7—11].



Фиг. 1. Тангенциальный разрыв скорости в отверстии экрана

Обозначим ширину щели через a (фиг. 1). В невозмущенном состоянии выше отверстия среда движется вдоль оси x со скоростью U, ниже отверстия среда покоится. Импеданс отверстия Z равен отношению перепада давления p_i, которое было бы в отсутствие отверстия, к объемной скорости Q среды, проходящей через отверстие:

$$Z=\frac{p_i}{Q}. \tag{1}$$

Объемная скорость Q может быть представлена в виде суммы двух слагаемых:

$$Q=\int\limits_{-a/2}^{a/2}(-i\omega)\,\eta(x)\,dx+\frac{1}{2}U\eta\left(\frac{a}{2}\right). \tag{2}$$

Здесь $\eta(x)$ — отклонение тангенциального разрыва. Первое слагаемое в (2) связано с вытеснением среды при боковом движении тангенциального разрыва, второе слагаемое связано с проникновением струи движущейся среды в неподвижную среду. Согласно (1), (2), для вычисления импеданса необходимо найти смещение тангенциального разрыва $\eta(x)$ в отверстии. Получим уравнение для $\eta(x)$. С этой целью представим полное поле в каждом полупространстве в виде суммы трех слагаемых: 1) первичного поля, получаемого в предположении неподвижности тангенциального разрыва (как если бы отверстие было заменено жесткой границей) φ_i; 2) поля, создаваемого нормальными смещениями тангенциального разрыва в отверстии (эквивалентного полю источников объемного смещения, расположенных на жесткой плоскости) φ_r; 3) поля «концевых» источников, расположенных на полуплоскости $a/2<x$, которые связаны с перемещением участков среды вдоль полуплоскости после их проникновения из полупространства 1 в полупространство 2 и обратно. При решении задачи будем использовать известные формулы, связывающие поля давления с полями потенциала

$$p_1=i\omega\rho\varphi_1;\quad p_2=i\omega\rho\left(1+\frac{U}{-i\omega}\frac{\partial}{\partial x}\right)\varphi_2; \tag{3}$$

и нормальные скорости на разрыве $\partial\varphi/\partial y$ с нормальными смещениями разрыва η

$$\frac{\partial\varphi_1}{\partial y}=-i\omega\eta_1;\quad \frac{\partial\varphi_2}{\partial y}=-i\omega\left(1+\frac{U}{-i\omega}\frac{\partial}{\partial x}\right)\eta_2. \tag{4}$$

Здесь и ниже индекс 1 относится к покоящейся среде, индекс 2 — к движущейся. Полное поле должно удовлетворять условию непрерывности давления в отверстии:

$$p_1=p_2\Big|_{y=0;\ -\frac{a}{2}<x<\frac{a}{2}}, \tag{5}$$

условию непрерывности смещений в отверстии:

$$\eta_1=\eta_2\Big|_{y=0;\ -\frac{a}{2}<x<\frac{a}{2}} \tag{6}$$

и условию Кутта – Жуковского на кромке:

$$\eta=0\Big|_{x=-\frac{a}{2},\ y=0};\quad \frac{\partial\eta}{\partial x}=0\Big|_{x=-\frac{a}{2},\ y=0}. \tag{7}$$

Запишем интегральные выражения, связывающие поля давления p_r и p_l со смещением $\eta(x)$, и затем подставим эти выражения в условие (5). Получаемое выражение и будет искомым уравнением для $\eta(x)$. Функция Грина для потенциала точечного источника объемной скорости, расположенного на жесткой плоскости, равна как для движущегося, так и для неподвижного полупространства, $\frac{1}{\pi}\ln|r-r_0|$. Учитывая это и используя равенства (5, 6), получим следующие выражения для p_{r1}, p_{r2}:

$$\begin{aligned} p_{r1}&=-\frac{\rho\omega^2}{\pi}\int\limits_{-a/2}^{a/2}\ln|x-x_0|\,\eta(x_0)\,dx_0,\\ p_{r2}&=+\frac{\rho\omega^2}{\pi}\left(1+\frac{U}{-i\omega}\frac{d}{dx}\right)\int\limits_{-a/2}^{a/2}\ln|x-x_0|\left(1+\frac{U}{-i\omega}\frac{d}{dx_0}\right)\eta(x_0)\,dx_0. \end{aligned} \tag{8}$$

Подробное обсуждение вопроса о «концевых» источниках и их полях давления p_{l2}, p_{l2} выходит за рамки настоящей работы, поскольку для его решения необходимы исследования (в основном, экспериментальные) гидродинамики обтекания кромки нестационарным разрывным потоком. Предположим, что эти источники создают перепад давления в отверстии, состоящий из двух компонент: слагаемого, пропорционального смещению тангенциального разрыва на кромке $\eta(a/2)$, и слагаемого, пропорционального первой производной смещения тангенциального разрыва на кромке $d\eta(a/2)/dx$:

$$p_{l2}-p_{l2}=\eta\left(\frac{a}{2}\right)\cdot f_1(x)+\eta'\left(\frac{a}{2}\right)\cdot f_2(x). \tag{9}$$

Подставляя p_r и p_l в (5), получим интегро-дифференциальное уравнение относительно $\eta(x)$:

$$\begin{aligned} &-\frac{\rho\omega^2}{\pi}\int\limits_{-a/2}^{a/2}\ln|x-x_0|\,\eta(x_0)\,dx_0-\frac{\rho\omega^2}{\pi}\left(1+\frac{U}{-i\omega}\frac{d}{dx}\right)\int\limits_{-a/2}^{a/2}\ln|x-x_0|\left(1+\right.\\ &\left.+\frac{U}{-i\omega}\frac{d}{dx_0}\right)\eta(x_0)\,dx_0=p_i+\eta\left(\frac{a}{2}\right)f_1(x)+\eta'\left(\frac{a}{2}\right)f_2(x). \end{aligned} \tag{10}$$

Для решения этого уравнения проведем следующие преобразования второго слагаемого слева. Внесем оператор $1+(U/-i\omega)\cdot d/dx$ под интеграл, заменим дифференцирование по x дифференцированием по x_0 и проинтегрируем по частям. В результате вместо уравнения (10) получим уравнение

$$\begin{aligned} &\int\limits_{-a/2}^{a/2}\ln|x-x_0|\left[\eta(x_0)+\left(1+\frac{U}{-i\omega}\frac{d}{dx_0}\right)^2\eta(x_0)\right]dx_0=\\ &=\frac{1}{2}\frac{\pi}{\rho\omega^2}\left[-p_i-\frac{\rho U^2}{\pi}\ln\left|x-\frac{a}{2}\right|\eta'\left(\frac{a}{2}\right)+\frac{\rho\omega^2}{\pi}\frac{U}{-i\omega}\times\right.\\ &\left.\times\ln\left|x-\frac{a}{2}\right|\eta\left(\frac{a}{2}\right)-\eta\left(\frac{a}{2}\right)f_1-\eta'\left(\frac{a}{2}\right)f_2\right]. \end{aligned}$$

Вводя обозначения:

$$\eta(x_0)+\left(1+\frac{U}{-i\omega}\frac{d}{dx_0}\right)^2\eta(x_0)=w(x_0), \tag{11}$$

$$g_1(x)=\frac{i\omega\rho U}{\pi}\ln\left|x-\frac{a}{2}\right|+f_1(x);$$

$$g_2(x)=\frac{\rho U^2}{\pi}\ln\left|x-\frac{a}{2}\right|+f_2(x),$$

получим интегральное уравнение в окончательном виде

$$\int_{-a/2}^{a/2}\ln|x-x_0|\,w(x_0)\,dx_0=-\frac{1}{2}\frac{\pi}{\rho\omega^2}\left[p_i+g_1(x)\,\eta\left(\frac{a}{2}\right)+\right. \tag{12}$$

$$\left.+g_2(x)\,\eta'\left(\frac{a}{2}\right)\right].$$

Уравнение (12) совпадает с интегральным уравнением для смещения частиц в отверстии в случае отсутствия потока под действием перепада давления p_i+p_l, где $p_l=g_1(x)\,\eta(a/2)+g_2(x)\,\eta'(a/2)$ — поле давления концевого источника. Используя известные методы (например, разложение в ряд по системе собственных функций интегрального оператора в правой части (12) [12]), нетрудно разрешить (12) относительно $w(x)$. Представим $w(x)$ в виде суммы:

$$w(x)=w_i(x)+w_l^{(1)}(x)\cdot\eta\left(\frac{a}{2}\right)+w_l^{(2)}(x)\cdot\eta'\left(\frac{a}{2}\right). \tag{13}$$

Здесь w_i — компонента w, порожденная полем p_i, $w_l^{(1)}$ — компонента w, порожденная полем g_1, и, наконец, w_l^2 — компонента w, порожденная полем g_2. Явный вид функций w_i, $w_l^{(1)}$, $w_l^{(2)}$ определяется по функциям p_i, g_1, g_2 с помощью известных методов решения задачи о поле в щели в отсутствие потока (см., например, [12]). Для нахождения η используем равенство (11), которое представляет собой обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка относительно η. Решение этого уравнения, удовлетворяющее условиям (7), имеет вид

$$\eta(x)=-\frac{\omega}{U}\int_{-a/2}^{x}w(x_0)\,e^{-\frac{\omega}{U}(1+i)x_0}dx_0\cdot e^{\frac{\omega}{U}(1+i)x}+ \tag{14}$$

$$+\frac{\omega}{U}\int_{-a/2}^{x}w(x_0)\,e^{\frac{\omega}{U}(1-i)x_0}dx_0\cdot e^{-\frac{\omega}{U}(1-i)x}.$$

Запишем, исходя из формулы (14), выражения для $\eta(a/2)$ и $\eta'(a/2)$. С учетом (13) получим систему из двух линейных уравнений относительно $\eta(a/2)$ и $\eta'(a/2)$, которая после несложных, но громоздких преобразований имеет вид

$$\eta\left(\frac{a}{2}\right)[1-I_{l+}^{(1)}-I_{l-}^{(1)}]+\eta'\left(\frac{a}{2}\right)[-I_{l+}^2-I_{l-}^2]=I_{i+}+I_{i-},$$

$$\eta\left(\frac{a}{2}\right)\left[-(i+1)\frac{\omega}{U}I_{l+}^{(1)}-(i-1)\frac{\omega}{U}I_{l-}^{(1)}\right]+\eta'\left(\frac{a}{2}\right)\left[1-(i+1)\times\right.$$

$$\left.\times\frac{\omega}{U}I_{l+}^2-(i-1)\frac{\omega}{U}I_{l-}^2\right]=(i+1)\frac{\omega}{U}I_{i+}+(i-1)\frac{\omega}{U}I_{i-}.$$

Здесь для сокращения введены следующие обозначения:

$$
(15)\quad \begin{cases}
I_{i+}=-\dfrac{\omega}{U}\displaystyle\int_{-a/2}^{a/2} w_i \exp\left[-\dfrac{\omega}{U}(i+1)x_0\right]dx_0\cdot\exp\left[\dfrac{\omega}{U}(i+1)\dfrac{a}{2}\right],\\[2ex]
I_{i}=\dfrac{\omega}{U}\displaystyle\int_{-a/2}^{a/2} w_i \exp\left[-\dfrac{\omega}{U}(i-1)x_0\right]dx_0\cdot\exp\left[\dfrac{\omega}{U}(i-1)\dfrac{a}{2}\right],\\[2ex]
I_{l+}^{(1)}=-\dfrac{\omega}{U}\displaystyle\int_{-a/2}^{a/2} w_l^{(1)} \exp\left[-\dfrac{\omega}{U}(i+1)x_0\right]dx_0\cdot\exp\left[\dfrac{\omega}{U}(i+1)\dfrac{a}{2}\right],\\[2ex]
I_{l-}^{(1)}=\dfrac{\omega}{U}\displaystyle\int_{-a/2}^{a/2} w_l^{(1)} \exp\left[-\dfrac{\omega}{U}(i-1)x_0\right]dx_0\cdot\exp\left[\dfrac{\omega}{U}(i-1)\dfrac{a}{2}\right],\\[2ex]
I_{l+}^{(2)}=-\dfrac{\omega}{U}\displaystyle\int_{-a/2}^{a/2} w_l^{(2)} \exp\left[-\dfrac{\omega}{U}(i+1)x_0\right]dx_0\cdot\exp\left[\dfrac{\omega}{U}(i+1)\dfrac{a}{2}\right],\\[2ex]
I_{l-}^{(2)}=\dfrac{\omega}{U}\displaystyle\int_{-a/2}^{a/2} w_l^{(2)} \exp\left[-\dfrac{\omega}{U}(i-1)x_0\right]dx_0\cdot\exp\left[\dfrac{\omega}{U}(i-1)\dfrac{a}{2}\right].
\end{cases}
$$

Разрешая эту систему относительно $\eta(a/2)$ и $\eta'(a/2)$, получим:

$$
(16)\quad \begin{cases}
\eta\left(\dfrac{a}{2}\right)=\left\{I_{i+}\left[1+2\dfrac{\omega}{U}I_{l-}^{(2)}\right]+I_{i-}\left[1-2\dfrac{\omega}{U}I_{l+}^{(2)}\right]\right\}\cdot\Delta^{-1}\\[2ex]
\eta'\left(\dfrac{a}{2}\right)=\left\{I_{i+}\left[(i+1)\dfrac{\omega}{U}-2\dfrac{\omega}{U}I_{l}^{(1)}\right]+I_{i-}\left[(i-1)\dfrac{\omega}{U}+\right.\right.\\
\left.\left.+2\dfrac{\omega}{U}I_{l}^{(1)}\right]\right\}\Delta^{-1},
\end{cases}
$$

где $\Delta=1-I_{l+}^{(1)}-I_{l-}^{(1)}-(i+1)\dfrac{\omega}{U}I_{l+}^{(2)}-(i-1)\dfrac{\omega}{U}I_{l-}^{(2)}+2\dfrac{\omega}{U}\times$

$\times I_{l+}^{(2)}I_{l-}^{(1)}-2\dfrac{\omega}{U}I_{l+}^{(1)}I_{l-}^{(2)}$.

Формулы (13), (14), (15), (16) представляют собой решение задачи о движении тангенциального разрыва в отверстии. Вычисление импеданса по найденному $\eta(x)$ проводится согласно формулам (1), (2).

Рассмотрим кратко структуру решения. Согласно (14), смещение тангенциального разрыва есть сумма двух волн — одной нарастающей и одной убывающей экспоненциально. Эти волны возбуждаются «источниками» $w(x)$, распределенными по всему отверстию с некоторой интенсивностью. Волновые числа этих волн — $(i+1)\omega/U$ — совпадают с волновыми числами свободных волн, бегущих по тангенциальному разрыву. «Источники», возбуждающие эти волны, представляют собой вертикальные смещения частиц в отверстии, которые возникли бы в отсутствие течения в верхнем полупространстве под действием полей давления p_i и p_l. Поле p_l осуществляет обратную связь между смещениями тангенциального разрыва на кромке $x=a/2$ и смещениями по всему отверстию.

Как соотносится полученное в настоящей работе решение с решениями работ [1—5], которые представляют собой сумму свободных волн с постоянной амплитудой? Как следует из формулы (14), постоянство ампли-

туды волн было бы возможно в случае, когда функция $w(x)$, т. е. смещение частиц в отсутствие потока, была бы постоянна на всем отверстии. При расчете импеданса отверстия постоянным принимается давление p_i, при этом функция w не постоянна $-w(x) \propto \left(1-\left(\frac{2x}{a}\right)^2\right)^{-1/2}$. Однако особенности w в этом случае интегрируемы, так что расхождения между приближенным решением (с $w=\text{const}$) и точным $\left(\text{с } w(x) \propto \propto \left(1-\left(\frac{2x}{a}\right)^2\right)^{-1/2}\right.$, вероятно, сводятся лишь к отличию в численных коэффициентах. В частности, как показывают вычисления, при асимптотически больших скоростях — $U \to \infty$ — и в пренебрежении краевыми источниками ($w_i^{(1,2)}=0$), согласно обоим решениям, импеданс оказывается чисто активным и пропорциональным U, хотя коэффициенты пропорциональности различны. В приближенном решении $\frac{Z}{|Z_{U=0}|} \to \frac{U}{\omega a}$, а в точном $-\frac{Z}{|Z_{U=0}|} \to 2\frac{U}{\omega a}$. Значительно бо́льшие ошибки может внести неверно выбранная обратная связь. Выполненные нами расчеты с использованием различных функций $g(x)$, описывающих действие обратной связи, показали, что импеданс очень чувствителен к виду обратной связи. Например, если предположить, что обратная связь отсутствует — $g_{1,2}=0$, то при больших скоростях импеданс отверстия оказывается прямопропорциональным U. Если же предположить наличие обратной связи вида: $g_1=0$, $g_2=\frac{\rho U^2}{\pi}\ln\left|x-\frac{a}{2}\right|$, то импеданс отверстия оказывается обратнопропорциональным U. Эти два примера, представляющие крайние случаи, указывают на необходимость дальнейшего исследования концевых источников и, в частности, экспериментального исследования обтекания полуплоскости неустановившимся потоком.

Чтобы продемонстрировать качественное поведение импеданса отверстия, перекрытого тангенциальным разрывом, приведем решение системы (1), (2), (13) — (16) для максимально простого случая: обратная связь отсутствует, «источники», возбуждающие тангенциальный разрыв, постоянны — $w=\text{const}$. Импеданс отверстия при этих предположениях оказывается равным:

$$\frac{Z}{|Z_{U=0}|}=-i\left[1-\frac{\operatorname{sh}\Omega\cos\Omega+\operatorname{ch}\Omega\sin\Omega}{2\Omega}+\right.$$
$$\left.+i\frac{\operatorname{ch}\Omega\cos\Omega-\operatorname{sh}\Omega\sin\Omega-1}{2\Omega}\right]^{-1}. \tag{17}$$

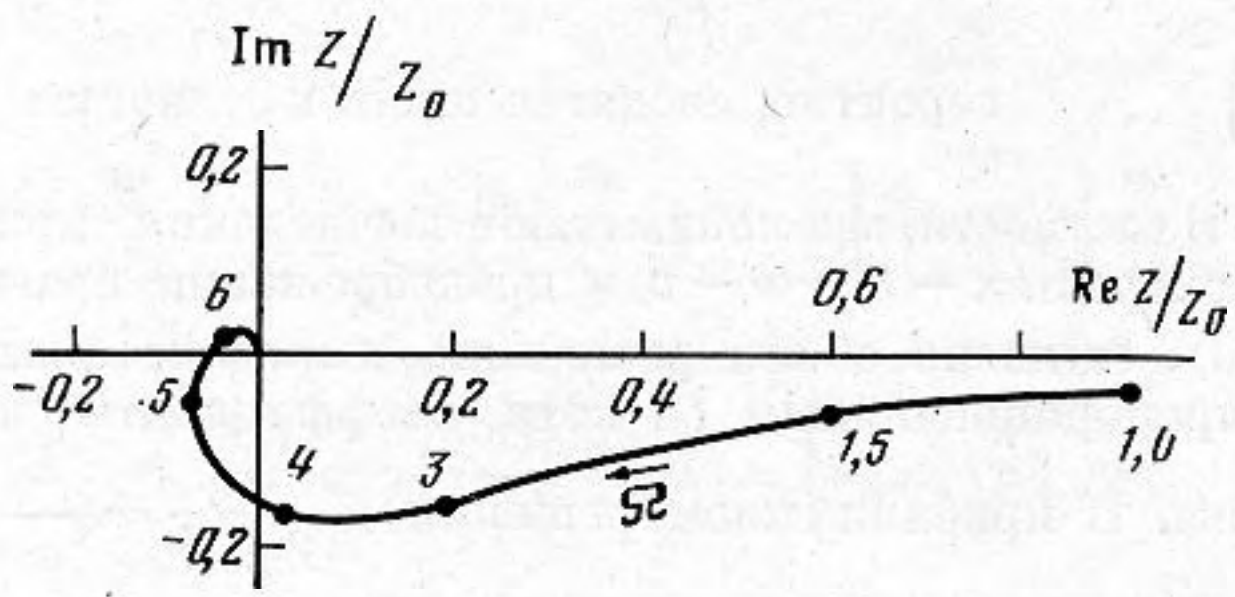
Здесь $\Omega=\omega a/U$ — безразмерная частота. Асимптотики правой части (17) таковы:

при $\Omega \to 0$ $\frac{Z}{|Z_{U=0}|}=[\Omega+\Omega^3/12+i\Omega^4/40]^{-1}$,

при $\Omega \to \infty$ $\frac{Z}{|Z_{U=0}|}=2\sqrt{2}\,\Omega\exp[-\Omega+i(-\Omega+3\pi/4)]$.

На фиг. 2 дан импеданс-годограф, рассчитанный по формуле (17) в интервале $1<\Omega<6$ (вне этой области асимптотики достаточно точны). Импеданс-годограф имеет форму спирали, закручивающейся вокруг нуля при увеличении Ω по часовой стрелке. Уменьшение сопротивления по модулю при увеличении частоты связано с экспоненциальным ростом смещений тангенциального разрыва вниз по течению. Асимптотику $\Omega \to \infty$ можно рассматривать и как асимптотику при $U \to 0$. Согласно (17), импеданс отверстия при $U \to 0$ стремится к нулю, что находится в явном противоречии

с опытом — при нулевой скорости потока импеданс равен $-i$. Это противоречие вызвано слишком грубой моделью течения у отверстия. Реальное течение у отверстия имеет не тангенциальный разрыв скорости, а некоторый переходный слой конечной толщины. Как показано еще Рэлеем [13], гидродинамическая волна в таком слое для частот, выше некоторой, не нарастает экспоненциально, как это происходит в случае тангенциального разрыва. Далее нелинейность приводит к разрушению волны по мере ее распространения, причем, чем выше частота, т. е. чем короче длина



Фиг. 2. Импеданс — годограф отверстия, перекрытого тангенциальным разрывом

гидродинамической волны, тем меньшее расстояние вдоль отверстия пройдет гидродинамическая волна, не разрушаясь. Учет этих факторов, по-видимому, может устранить отмеченное выше расхождение.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Elder S. A.* On the mechanism of sound production in organ pipes.— JASA, 1973, v. 54, № 6, p. 1554–1564.
2. *Fletcher N. H.* Sound production by organ flue pipes.— JASA, 1976, v. 60, № 4, p. 926–936.
3. *Schumacher R. T.* Self-sustained oscillations of organ flue pipes: an integral equation solution.— Acustica, 1978, v. 39, № 4, p. 225–238.
4. *Elder S. A.* Self exited depth-mode resonance for a wall-mounted cavity in turbulent flow.— JASA, 1978, v. 64, № 3, p. 877–890.
5. *Ronnenberger D.* The acoustical impedance of holes in the wall of flow ducts.— J. Sound and Vibr., 1972, v. 24, № 1, p. 133–150.
6. *Андронов А. А., Фабрикант А. Л.* Затухание Ландау, ветровые волны и свисток.— В кн.: Нелинейные волны. М.: Наука, 1979, с. 68–104.
7. *Orszag S. A., Crow S. C.* Instability of a vortex sheet leaving a semi-infinite plate.— Stud. Appl. Math., 1970, v. 49, p. 167–181.
8. *Crighton D. G.* The excess noise field of subsonic jets.— J. Fluid Mech., 1972, v. 56, № 4, p. 683–694.
9. *Crighton D. G.* Radiation properties of the semi-infinite vortex sheet.— Proc. Roy. Soc., 1972, v. A330, p. 185.
10. *Morgan J. D.* The interaction of sound with a semi-infinite vortex sheet.— Quarterly journ. Mech. and Appl. Math., 1974, v. 27, № 4, p. 465–487.
11. *Crighton D. G., Leppington F. G.* Radiation properties of the semi-infinite vertex sheet: the initial-value problem.— J. Fluid Mech., 1974, v. 64, № 2, p. 393–414.
12. *Морз Ф. М., Фешбах Г.* Методы математической физики. Т. 2. М.: Изд-во иностр. лит., 1960.
13. *Рэлей.* Теория звука. Т. 2. М.: Гостехиздат, 1955.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
6.III.1981