АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXVIII 1982 Вып. 2

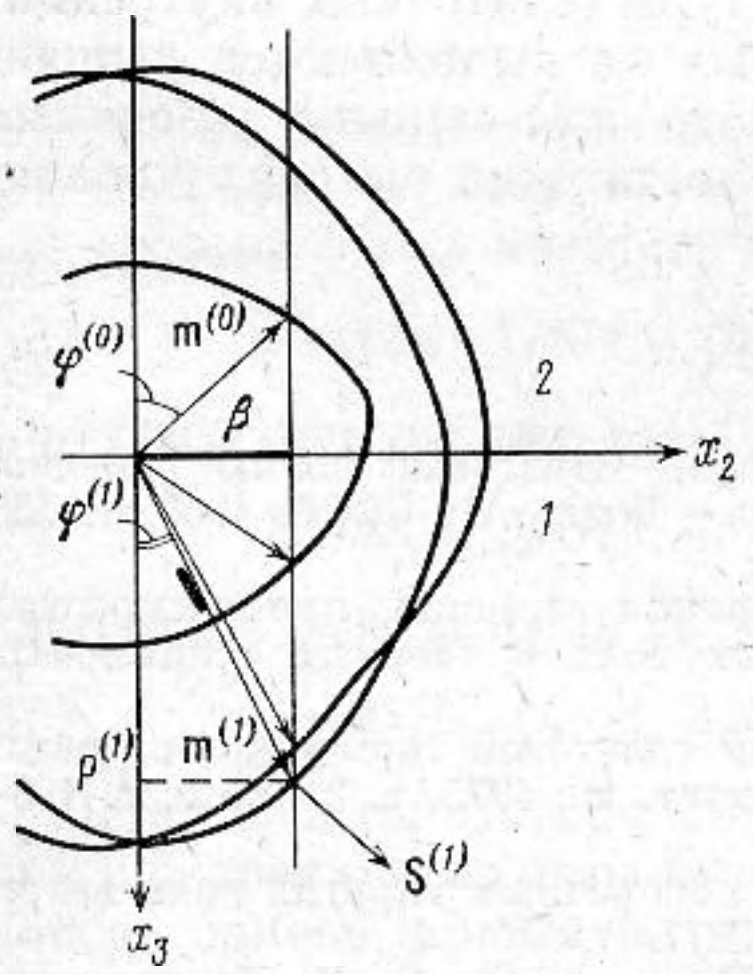
УДК 534.24:548.0

ТРАНСФОРМАЦИЯ ОБЪЕМНЫХ ВОЛН ДЕФОРМАЦИИ НА СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕ В ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛАХ

Зотова И. К., Зюрюкин Ю. А., Нейман В. И.

Решается задача об отражении объемной волны деформации, падающей на свободную границу в полубесконечной кристаллической среде. Аналитически и численно исследуются эффекты, связанные с акустической анизотропией. Найдены условия, при которых в тригональных кристаллах происходит близкая к 100% трансформация падающей волны в одну из отраженных.

Закономерности отражения объемных волн деформации на плоской свободной границе твердого тела неоднократно исследовались различными авторами [1—10]. Обычная постановка задачи состоит в том, что задается граница кристалла (например, единичным вектором внутренней нормали **e**), направление $\mathbf{n}^{(0)}$ и поляризация падающей волны (а тем самым фазовая скорость $v^{(0)}$ и вектор рефракции $\mathbf{m}^{(0)}=\mathbf{n}^{(0)}/v^{(0)}$) и определяются параметры отраженных волн. Для изотропной среды эта задача полностью решена в работе [1]. В монографии [2] получены общие соотношения, определяющие направления, амплитуды и поляризации отраженных волн в кристаллических непьезоэлектрических средах. В работах [3—7] сообщается об исследовании различных частных случаев, а также о практическом использовании трансформации волн на границе для возбуждения сдвиговых волн. Учет пьезоэлектрического эффекта, осложняющего картину отражений, проводился в работах [8—10].



Фиг. 1. Система координат и кривая рефракции: *1* – кристалл, *2* – вакуум

Ниже на примере кристаллов тригональной сингонии исследуются в рамках линейной теории волн деформации в пьезоэлектрических кристаллах [11, 12] некоторые общие закономерности трансформации волн на границе, связанные с акустической анизотропией. Систему координат (x_1, x_2, x_3) (обозначения X_1, X_2, X_3 сохраним для кристаллофизических координат) выберем таким образом, чтобы нормаль **e** была направлена вдоль оси x_3, а вектор $\mathbf{m}^{(0)}$ лежал в плоскости x_2x_3 (фиг. 1). Тогда в этой плоскости — плоскости падения — будут лежать также векторы рефракции $\mathbf{m}^{(\nu)}$ отраженных волн ($\nu=1, 2, \ldots$). Проекции всех $\mathbf{m}^{(q)}$ на границу совпадают в силу граничных условий: $m_2^{(\nu)}=m_2^{(0)}=\beta$, причем β определено углом падения и фазовой скоростью падающей волны: $\beta=\sin\varphi^{(0)}/v^{(0)}$, $\varphi^{(0)}=\arccos(-\mathbf{e}\mathbf{n}^{(0)})$. Любая из волн может быть представлена в виде

$$A^{(q)}u^{(q)}\exp[j\omega(t-\beta x_2-p^{(q)}x_3)],\quad q=0,\nu,$$

где ω — круговая частота, $u^{(q)}$ — единичный вектор поляризации, $A^{(q)}$ — амплитуда смещений (положим $A^{(0)}=1$), $p^{(0)}=-\cos\varphi^{(0)}/v$, а нормальные к границе компоненты векторов рефракции отраженных волн $p^{(\nu)}$ могут быть

найдены как корни характеристического уравнения

$$\det(a_{ij})=0, \quad i, j=\overline{1, 4}, \tag{1}$$

где

$$a_{ij}=C_{i22j}\beta^2+(C_{i23j}+C_{i32j})\beta p+C_{i33j}p^2-\rho\delta_{ij}, \quad i, j=\overline{1, 3},$$

$$b_i=e_{2i2}\beta^2+(e_{2i3}+e_{3i2})\beta p+e_{3i3}p^2, \quad a_{i4}=a_{4i}=b_i, \quad i, j=\overline{1, 3},$$

$$\varepsilon_{эф}=\varepsilon_{22}\beta^2+2\varepsilon_{23}\beta p+\varepsilon_{33}p^2, \quad a_{44}=-\varepsilon_{эф},$$

ρ — плотность, δ_{ij} — символ Кронекера, C, e, ε — соответственно упругостные, пьезоэлектрические и диэлектрические константы в системе координат (x_1, x_2, x_3).

Уравнение (1) — алгебраическое восьмой степени, вырождающееся в уравнение шестой степени при обращении весх пьезоконстант в ноль. Среди его корней физический смысл имеют N_R действительных, соответствующих объемным отраженным волнам с углами отражения $\varphi^{(\nu)}=\operatorname{arctg}(\beta/p^{(\nu)})$, и N_C комплексных, соответствующих неоднородным волнам, амплитуды которых спадают в глубь кристалла. Вопрос о селекции корней будет подробно рассмотрен ниже; будет показано, что общее число корней $N=N_R+N_C$ в случае пьезоэлектрика всегда равно четырем.

Амплитуды отраженных волн определяются из граничных условий. Акустические условия на свободной границе кристалла требуют обращения в ноль нормальных компонент тензора напряжений, что приводит к системе

$$\sum_{\nu=1}^{N} \sigma_i^{(\nu)} A^{(\nu)}=-\sigma_i^{(0)}, \quad i=\overline{1, 3}, \tag{2}$$

где $\sigma_i^{(q)}=(\beta C_{i3k2}+p^{(q)}C_{i3k3})u_k^{(q)}-(\beta e_{2i3}+p^{(q)}e_{3i3})\Phi^{(q)}$, $q=0, \nu$, а электрический потенциал $\Phi^{(q)}$ определяется соотношением

$$\Phi^{(q)}=b_i^{(q)}u_i^{(q)}/\varepsilon_{эф}^{(q)},$$

в котором $b_i^{(q)}$, $\varepsilon_{эф}^{(q)}$ представляют собой ранее введенные b_i и $\varepsilon_{эф}$, где вместо p подставлено $p^{(q)}$. В отсутствие пьезоэффекта $N=3$ и система (2) позволяет отыскать амплитуды всех трех волн; в этом случае, естественно, $\Phi^{(q)}=0$.

В средах с пьезоэффектом система (2) должна быть дополнена уравнениями, возникающими из электрических граничных условий: в случае металлизированной границы уравнением

$$\sum_{\nu=1}^{N} D_\perp^{(\nu)} A^{(\nu)}=-D_\perp^{(0)}, \tag{3а}$$

где $D_\perp^{(q)}=(\beta\varepsilon_{23}+p^{(q)}\varepsilon_{33})\Phi^{(q)}+(\beta e_{3i2}+p^{(q)}e_{3i3})u_i^{(q)}$, а в случае диэлектрической границы — уравнением

$$\sum_{\nu=1}^{N} (D_\perp^{(\nu)}+\beta\varepsilon_0\Phi^{(\nu)})A^{(\nu)}=-D_\perp^{(0)}-\beta\varepsilon_0\Phi^{(0)}, \tag{3б}$$

где ε_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума.

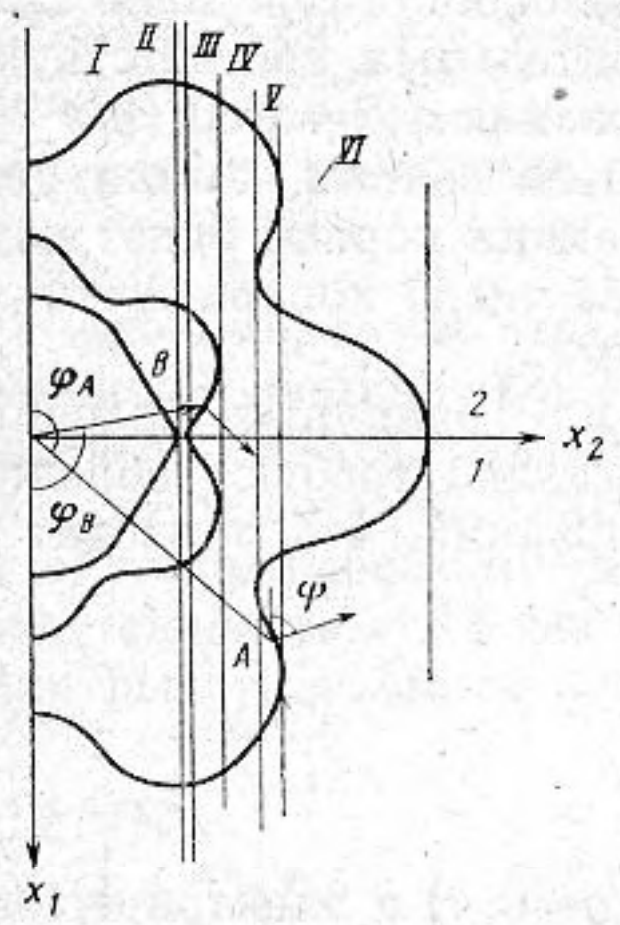
В любом из рассмотренных случаев имеет место уравнение баланса активных мощностей в форме

$$\sum_{\nu=1}^{N_R} S_\perp^{(\nu)}=S_\perp^{(0)},$$

где

$$S_{\perp}^{(q)}=\frac{1}{2}\omega|A^{(q)}|^2(\sigma_i^{(q)}u_i^{(q)}-\Phi^{(q)}D_{\perp}^{(q)})-$$

нормальная к границе компонента потока мощности. Суммирование здесь проводится только по объемным волнам, так как потоки мощности неоднородных волн параллельны границе. Отношение $R^{(\nu)}=S^{(\nu)}/S^{(0)}$ имеет смысл коэффициента отражения по мощности или эффективности возбуждения ν-й отраженной волны; $\sum_{\nu=1}^{N}R^{(\nu)}=1$. Величина $A^{(\nu)}$ — коэффициент отражения по амплитуде, вообще говоря, комплексный. Сумма этих коэффициентов может отличаться от единицы. Описанная процедура расчета отражения была нами реализована в виде программы на фортране.



Фиг. 2. Кривая рефракции теллура в плоскости X_1X_2: *1* — теллур, *2* — вакуум. А — аномальная падающая волна, В — аномальная отраженная

Характеристическое уравнение (1) для непьезоэлектрических сред определяет плоскую центросимметричную кривую шестого порядка L_6, состоящую из трех замкнутых ветвей и представляющую собой сечение поверхности рефракции плоскостью x_2x_3. Ветви могут быть как выпуклыми, так и вогнутыми, но любая прямая, пересекающая L_6, может иметь с ней не более шести общих точек. Векторы внешней нормали $\mathbf{s}^{(q)}$; восстановленные к ветвям кривой L_6, совпадают по направлению с лучевыми скоростями или с их проекциями на плоскость падения. У падающей волны луч (вектор $\mathbf{s}^{(0)}$) обращен в полупространство $x_3<0$, у отраженной — в полупространство $x_3>0$; направление вектора $\mathbf{m}$ при этом несущественно. В нашей задаче только одна падающая волна существует реально, остальные объемные решения с векторами $\mathbf{s}$, направленными в сторону $x_3<0$, уместно назвать виртуальными падающими. Наряду с обычными «волновыми» углами падения и отражения $\varphi^{(q)}$ введем лучевой угол падения $\psi^{(0)}$ — угол между внешней нормалью к границе кристалла и лучевой скоростью падающей волны, а также лучевой угол отражения $\psi^{(\nu)}$ — угол между внутренней нормалью к границе и лучевой скоростью отраженной волны. Лучевые углы $\psi^{(q)}$ в отличие от $\varphi^{(q)}$ не могут превосходить 90°. Волну, характеризуемую углами $\varphi^{(q)}>90°$ и $\psi^{(q)}<90°$, будем называть аномальной.

Основные особенности отражения волн в условиях сильной акустической анизотропии удобно проследить на примере кристалла теллура, сканируя в плоскости X_1X_2 направление падающей волны, отражающейся от X_2-среза; кривая L_0 для этого случая приведена на фиг. 2. При нормальном падении ($\varphi^{(0)}=0$, $\beta=0$), как и в изотропной среде, происходит инверсия направлений фазовой и лучевой скоростей; отраженная волна единственна и идентична падающей.

Действительные корни уравнения (1) графически интерпретируются как точки пересечения кривой L_6 с прямой $x_2=\beta$. Геометрически ясно, что при любых условиях отражения имеется 1, 2 или 3 пары точек пересечения (точка касания считается за пару точек). Из каждой пары действительных корней один соответствует отраженной волне, а другой — падающей, реальной или виртуальной. Общее число действительных корней дополняется до шести парами комплексно-сопряженных корней: один корень $p^{(\nu)}$ из каждой пары ($\operatorname{Im} p^{(\nu)}>0$) имеет смысл нормальной компоненты вектора рефракции неоднородной волны. Эта волна локализована у границы, но в отличие от рэлеевских поверхностных волн не удовлетворяет сама по себе граничным условиям, не участвует в переносе активной мощности и имеет скорость, превышающую даже скорости объемных волн.

Таблица 1

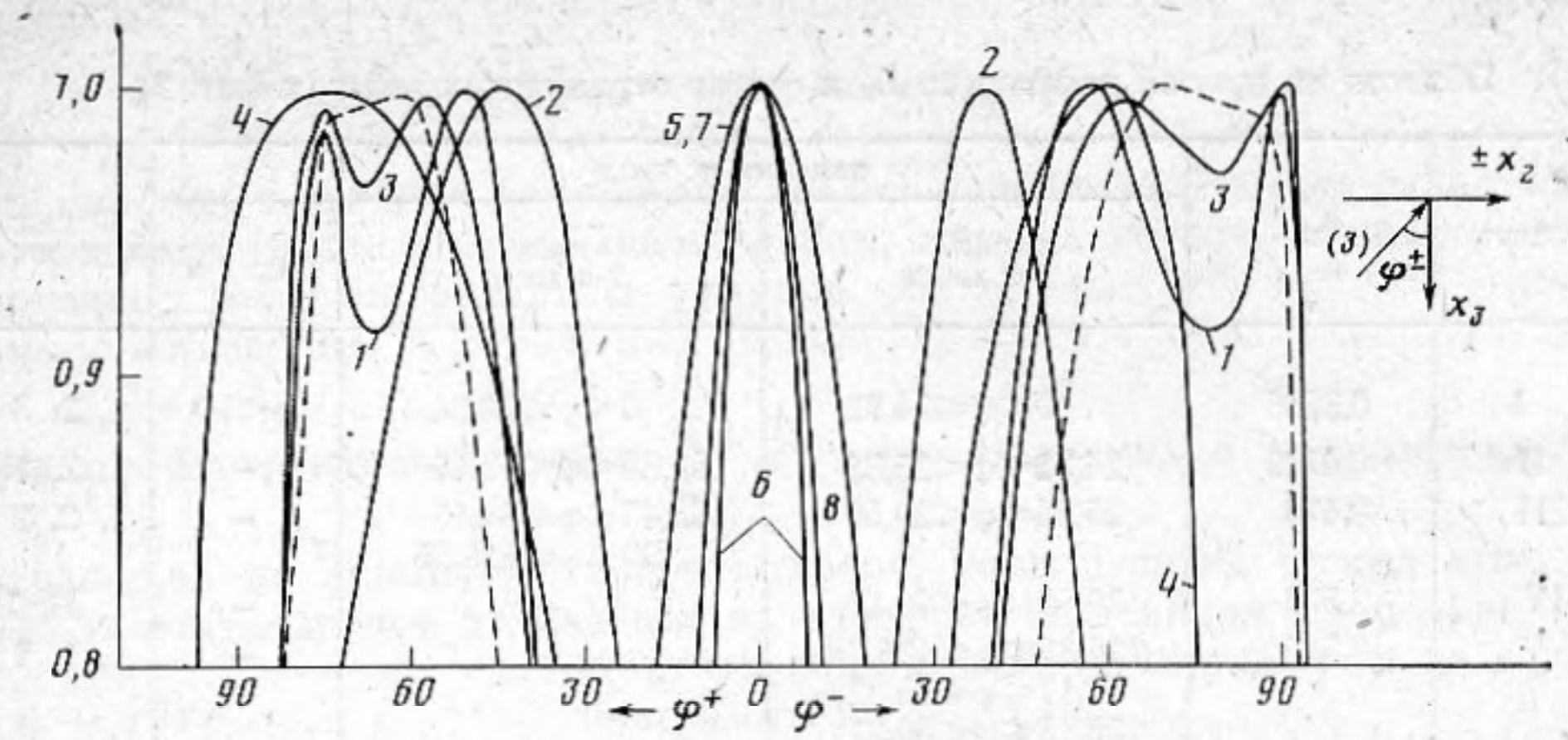
Области на кривой рефракции L_6 и состав отраженных волн (к фиг. 2)

Область	$\beta_{кр}$	Угол падения φ, град			Отраж. моды
		пад. 1-я мода	пад. 2-я мода	пад. 3-я	
I	0,3905	$0<\varphi\leqslant 24{,}32$	$0<\varphi\leqslant 50{,}84$	$\varphi<90$	1, 2, 3
II	0,4149	$24{,}32<\varphi<25{,}84$	$50{,}84<\varphi<53{,}45$	–	1, 2, H
III	0,478	$25{,}84\leqslant\varphi\leqslant 29{,}50$	$53{,}45\leqslant\varphi\leqslant 64{,}15$ $90<\varphi\leqslant 115{,}85$	–	1, 2, 2
IV	0,577	$29{,}50<\varphi<40{,}17$	–	–	1, H, H
V	0,585	$124{,}88\leqslant\varphi\leqslant 134{,}68$ $40{,}17\leqslant\varphi\leqslant 45{,}32$ $55{,}13\leqslant\varphi\leqslant 59{,}27$	–	–	1, 1, 1
VI	0,971	$59{,}27<\varphi<90$	–	–	1, H, H

В зависимости от β на фиг. 2 можно выделить шесть областей, различающихся составом отраженных волн. В табл. 1 приведены максимальные (критические) значения параметра $\beta_{кр}$, ограничивающие каждую из областей; там же в трех последующих столбцах приведены отвечающие данной области интервалы значений углов падения, под которыми может направляться к границе 1-я (самая медленная), 2-я и 3-я (самая быстрая, обычно квазипродольная) моды соответственно; в последнем столбце определен состав отраженных волн; «H» означает неоднородную волну. Равенства в выражениях для углов определяют критические режимы отражения с образованием предельной отраженной волны. У предельной волны $R^{(\nu)}=0$, однако ее амплитуда может существенно отличаться от ноля и даже превосходить амплитуды других отраженных волн. При $\varphi\to\varphi_{кр}$ возможны очень резкие скачки $R^{(\nu)}$. В этом нетрудно убедиться, продифференцировав $R^{(\nu)}$ по $\varphi^{(0)}$ и имея в виду, что при стремлении $\varphi^{(0)}$ к критическому значению $\partial p^{(\nu)}/\partial\varphi^{(0)}$ стремится к бесконечности, а $A^{(\nu)}\neq 0$. В области V происходит аномальное падение 1-й моды с углами $\varphi^{(0)}>90°$ (точка A на фиг. 2), падение 1-й моды с углами $45{,}32°<\varphi^{(0)}<55{,}13°$ запрещено; в этой области одна из трех отраженных волн — аномальная. В области III происходит аномальное падение и отражение 2-й моды (точка B на фиг. 2). Рассматривая кривую рефракции, легко видеть, что падение или отражение с углом $\varphi^{(q)}>90°$ возможно, если в окрестности этого угла увеличение $\varphi^{(q)}$ увеличивает величину β или $\partial v/\partial\varphi^{(q)}<v\cdot\mathrm{ctg}\,\varphi^{(q)}$. Падение (отражение) с углом $\varphi^{(q)}<90°$ запрещено, если $\partial v/\partial\varphi^{(q)}>v\cdot\mathrm{ctg}\,\varphi^{(q)}$. Эти условия могут быть реализованы при соответствующей геометрии в любом анизотропном кристалле.

Особый практический интерес представляют режимы отражения с высокоэффективной трансформацией мод, когда одно из $R^{(\nu)}$ близко к единице. Замечательным свойством обладает плоскость X_2X_3 в тригональных кристаллах. Квазипродольная (3-я) волна, которая падает в этой плоскости и отражается от грани (001), в широком диапазоне углов падения почти полностью ($R>0{,}8$) трансформируется в квазисдвиговую (1-ю или 2-ю) волну, смещения в которой поляризованы в плоскости X_2X_3. Кривые зависимостей $R^{(\nu)}$ от угла падения для кристаллов кварца, теллура, рубина, ниобата лития приведены на фиг. 3; от последней мало отличается кривая для танталата лития, не приведенная на фиг. 3. Угол падения обозначен φ^+, если вправо направлена ось X_2 (т. е. $x_2=X_2$), φ^- если $x_2=-X_2$. Графики несимметричны; каждая из кривых имеет аномальный и запрещенный участки.

Приведенная на фиг. 1 кривая рефракции построена для отражения 3-й моды в ниобате лития с рассматриваемой здесь геометрией $x_2=X_2$, $x_3=X_3$. Крайняя правая точка внутренней ветви лежит выше оси x_2, и поэтому критический угол $\varphi_{кр}^+$ меньше 90°, то же в случае рубина и танталата лития; у теллура и кварца эта точка лежит ниже оси x_2. Значения

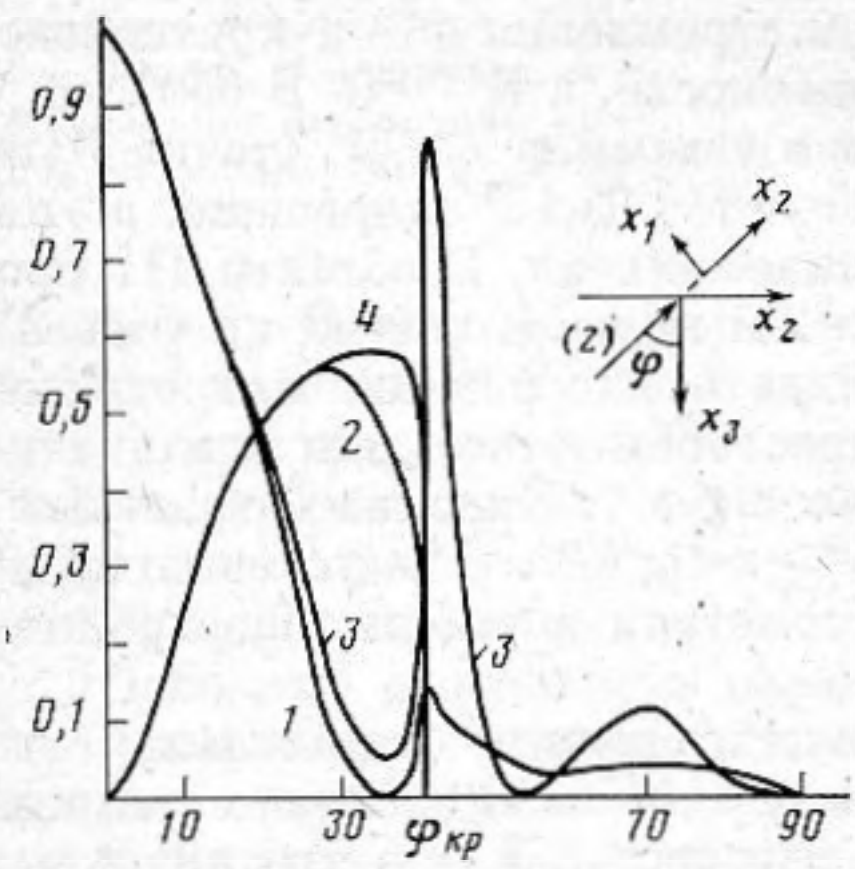


Фиг. 3. Зависимость $R^{(v)}$ от угла падения в тригональных кристаллах (плоскость падения X_2X_3, X_3 – нормаль к границе): *1* – сдвиговая волна в Al_2O_3, *2* – в SiO_2, *3* – в $LiNbO_3$, *4* – в Te; *5* – продольная волна в Al_2O_3, *6* – в SiO_2, *7* – в $LiNbO_3$, *8* – в Te. Пунктир – сдвиговая волна в $LiNbO_3$ с металлизированной границей

критического угла $\varphi_{кр}^{+}$: 83,8° ($LiNbO_3$), 83,2° (Al_2O_3), 84,2° ($LiTaO_3$), 101,4° (Te), 103,7° (SiO_2). Соответственно $\varphi_{кр}^{-}=180°-\varphi_{кр}^{+}$.

В табл. 2 приведены подробные данные о случаях наиболее эффективной трансформации мод в рассмотренных нами ситуациях. В каждом случае выписаны характеристики падающей волны (верхняя из двух строк) и наиболее интенсивной из отраженных. В последнем столбце приведены коэффициенты отражения по амплитуде A и по мощности R.

В ниобате лития и рубине можно добиться высокой эффективности преобразования, подобрав специальный срез, трансформирующей чисто продольную волну, направленную вдоль оси X_1, в чисто сдвиговую, направленную вдоль оси X_2, и поляризованную вдоль X_1 (№ 1, 4 табл. 2). Однако в кварце это не оптимальный способ возбуждения чисто сдвиговой волны (см. № 2, 3 в табл. 2). В условиях сильной анизотропии условие $\mathbf{u}^{(0)}=\mathbf{u}^{(v)}$ не гарантирует оптимальную трансформацию мод, так как $\sigma^{(0)}$ и $\sigma^{(v)}$, фигурирующие в граничных условиях, могут при этом сильно отличаться.



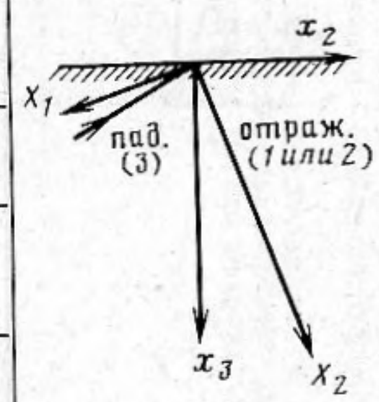
Фиг. 4. Эффективность трансформации быстрой сдвиговой волны, направленной вдоль оси X_1 в $LiNbO_3$ (плоскость падения X_1X_2): *1*, *2* – соответственно эффективности возбуждения сдвиговой и продольной волн на диэлектрической границе, *3*, *4* – то же на металлизированной

В пьезоэлектриках, таких, как кварц, танталат и ниобат лития, кривая рефракции L_8 определяется уравнением (1) и отличается от L_6 наличием замкнутой ветви нулевого радиуса, не прибавляющей объемных решений; поэтому по сравнению с непьезоэлектрическим случаем здесь всегда добавляется еще одна неоднородная волна. В табл. 2, где это не оговорено специально, граница пьезокристалла диэлектрическая.

Металлизация границы влияет только на амплитуды отраженных волн. Как видно из сопоставления систем граничных условий (2–3а) и (2–3б), это влияние, как правило, невелико. В ниобате лития обычно металлизация изменяет R на 3–5% (штриховая кривая на фиг. 3), в кварце — менее чем на 1%. Однако при $\varphi\approx\varphi_{кр}\sigma_i^{(v)}$ $u_i^{(v)}\approx0$ и в системах граничных условий преобладающую роль играют уравнения (3а), (3б). Если член $\beta\varepsilon_0\Phi^{(v)}$, отличающий эти уравнения друг от друга, превосходит $D_{\perp}^{(v)}$, влияние металлизации оказывается существен-

Таблица 2

Некоторые случаи оптимальной трансформации упругих волн

№	Геометрия	Кристалл	Мода	v, м/с	Направление волны: Ψ	Направление волны: n	Поляризация	Направление луча: Ψ	Направление луча: s	Коэффициенты отражения
1		Ниобат лития	(3)	6572	58,7	1, 0, 0	1, 0, 0	58,7	1, 0, 0	(3)→(1): $A=0{,}988$; $R=0{,}9752$ мет.: $A=0{,}988$; $R=0{,}9752$
			(1)	3995	31,3	0, 1, 0	1, 0, 0	24,43	0; 0,993; 0,116	(1)→(3): $A=0{,}988-0{,}009j$; $R=0{,}9752$ мет.: $A=0{,}988-0{,}009j$; $R=0{,}9752$
2		Кварц	(3)	5701	55,8	1, 0, 0	1, 0, 0	55,8	1, 0, 0	(3)→(1): $A=0{,}866$; $R=0{,}7486$
			(1)	3873	34,2	0, 1, 0	1, 0, 0	40,36	0; 0,922; 0,387	(1)→(3): $A=0{,}868+0{,}001j$; $R=0{,}7519$
3			(3)	5846	46,073	0,964; −0,266; 0	0,874; −0,321; −0,365	44,435	0,863; −0,344; −0,370	(3)→(1): $A=1{,}109-0{,}003j$; $R=0{,}9255$ (1)→(3): $A=0{,}840+0{,}003j$; $R=0{,}9365$
			(1)	3873	28,5	0, 1, 0	1, 0, 0	35,870	0; 0,922; 0,387	
4		Рубин	(3)	11172	59,93	1, 0, 0	1, 0, 0	59,93	1, 0, 0	(3)→(2): $A=1{,}000$; $R=0{,}9999$
			(2)	6470	30,07	0, 1, 0	1, 0, 0	31,03	0; 0,990; −0,140	(2)→(3): $A=1{,}000$; $R=0{,}9999$

(окончание)

№	Геометрия	Кристалл	Мода	v, м/с	Направление волны		Поляризация	Направление луча		Коэффициенты отражения
					φ	n		ψ	s	
5		Ниобат лития	(3)	7315	62,5	0; −0,897; −0,462	0; −0,841; −0,541	59,5	0; −0,862; −0,508	(3)→(2): A=1,062−0,058j; R=0,9944 мет.: A=1,038+0,020j; R=0,9813
			(2)	3960	28,698	0; −0,480; 0,877	0; −0,906; −0,424	34,87	0; −0,572; 0,820	(2)→(3): A=0,934−0,051j; R=0,9944 мет.: A=0,912+0,176j; R=0,9813
6	$x_2=\pm X_2$ отраж. (1 или 2) пад. (3) $x_3=X_3$		(3)	6853	90	0, −1, 0	0; −0,993; −0,116	80,824	0; −0,987; −0,159	(3)→(2): A=0,602−0,005j; R=0,9963 мет.: A=0,554+0,193j; R=0,9464
			(2)	4006	35,765	0; −0,584; 0,811	0; −0,853; −0,521	40,744	0; −0,653; 0,758	(2)→(3): A=1,656−0,005j; R=0,9963 мет.: A=1,523+0,532j; R=0,9464
		Рубин	(3)	11190	90	0, −1, 0	0; −0,998; −0,067	85,34	0; −0,997; −0,081	(3)→(2): A=0,463; R=0,9986
			(2)	6746	37,077	0; −0,603; 0,798	0; −0,853; −0,521	52,69	0; −0,795 0,606	(2)→(3): A=0,157; R=0,9986
			(1)	6463	29,0	0; 0,485; −0,875	0; 0,923; 0,418	46,384	0; 0,749; −0,662	(1)→(3): A=0,930; R=1,0
			(3)	11089	56,286	0; 0,832; 0,555	0; 0,865; 0,501	60,930	0; 0,874; 0,486	(3)→(1): A=1,076; R=1,0
9		Кварц	(3)	6964	42,5	0; 0,675; −0,737	0; 0,721; −0,693	46,055	0; 0,720; −0,694	(3)→(1): A=1,066; R=0,9985
			(1)	3912	22,303	0; 0,380; 0,925	0; 0,932; −0,364	0,749	0; −0,013; 1,000	(1)→(3): A=0,936; R=0,9985

Примечание: «мет» обозначает отражение от металлизированнной границы.

ным, как на графике фиг. 4, иллюстрирующем трансформацию быстрой сдвиговой волны, направленной вдоль X_1 в ниобате лития. У этой волны значение коэффициента электромеханической связи и потенциала $\Phi^{(0)}$ максимальны (k=0,68), тогда как $\mathbf{D}^{(0)}=0$.

Полезно отметить, что случаи эффективной трансформации мод всегда встречаются сопряженными парами. Пусть волна A, имеющая направление $\mathbf{n}_A$, достигнув границы, эффективно трансформируется в отраженную волну B ($R_B>0{,}7$) с направлением $\mathbf{n}_B$. Если изменить направление волны B на противоположное, сделав ее падающей, то она на границе также будет активно возбуждать волну A в направлении $-\mathbf{n}_A$, причем $R_A>0{,}7$. Совпадение направлений с точностью до инверсии объясняется центральной симметрией кривых рефракции L_6, L_8. Физически очевидно, что для эффективного возбуждения μ-й моды достаточно, а в отсутствие вырождения и необходимо, чтобы создаваемые ею напряжения и электрические поля на границе были близки к напряжениям и полям падающей волны; математически это выражается в пропорциональности (или квазипропорциональности) μ-го столбца и столбца свободных членов в системах граничных условий; в таком случае близки к 0 все крамеровы определители, за исключением $\Delta^{(0)}$ и $\Delta^{(\mu)}$, и соответственно все амплитуды, кроме $A^{(\mu)}$. Переход к сопряженной ситуации отражения алгебраически означает перестановку μ-го столбца и столбца свободных членов, не нарушающую их квазипропроциональности независимо от возможных изменений в других столбцах. Если кривая L_6 (L_8) симметрична относительно нормали к границе кристалла, то таких изменений не произойдет, коэффициенты отражения по амплитуде для пары сопряженных волн взаимно обратны (иногда сильно отличаясь от 1), а коэффициенты отражения по мощности R совпадают. В отсутствие симметрии сопряженность проявляется тем сильнее, чем больше R. В последнем столбце табл. 2 в каждой строке выписаны коэффициенты отражения для случая, когда соответствующая волна является падающей. Существование сопряженных пар эффективно преобразующихся волн позволяет свести задачу с заданным $\mathbf{n}^{(\mu)}$ к задаче с заданным $\mathbf{n}^{(0)}$, и при поиске оптимальных условий отражения, обеспечивающих возбуждения моды с заданным направлением распространения $\mathbf{n}$ и поляризацией, пользоваться процедурой расчета, описанной выше.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Исакович М. А.* Общая акустика. М.: Наука, 1973.
2. *Федоров Ф. И.* Теория упругих волн в кристаллах. М.: Наука, 1965.
3. *Меркулов Л. Г., Яковлев Л. А.* Особенности распространения и отражения ультразвуковых лучей в кристаллах.– Акуст. ж., 1962, т. 8, № 1, с. 99–106.
4. *Александров К. С.* Отражение сдвиговых упругих волн от границы раздела двух анизотропных сред.– Кристаллография, 1962, т. 7, № 4, с. 735–741.
5. *Lean E. G. H., Shaw H. J.* Efficient mucrowave shear-mode generation by mode conversion.– Appl. Phys. Lett., 1966, v. 9, № 10, p. 372–374.
6. *Лазерсон А. Г., Сучков С. Г., Хильченко Л. В.* Оптимизация процесса преобразования акустических мод при отражении от свободной поверхности анизотропного кристалла.– Радиотехника и электроника, 1976, т. 21, № 3, с. 578–581.
7. *Любимов В. Н., Филиппов В. В.* Брюстеровские углы для упругих волн и волны Рэлея в кристаллах.– Акуст. ж., 1980, т. 26, № 2, с. 225–229.
8. *Балакирев М. К., Гилинский И. А.* Отражение упругой волны от границы раздела пьезокристалл – вакуум.– ФТТ, 1969, т. 11, № 4, с. 1027–1029.
9. *Любимов В. Н.* Особенности отражения упругих волн в гексагональных и тетрагональных пьезокристаллах.– Кристаллография, 1971, т. 16, № 3, с. 563–566.
10. *Кошкина Е. Н., Лямов В. Е., Маматова Т. А.* Особенности отражения акустических волн в случае конической рефракции.– Кристаллография, 1978, т. 23, № 12, с. 1274–1277.
11. *Сиротин Ю. И., Шаскольская М. П.* Основы кристаллофизики. М.: Наука, 1975.
12. *Нейман В. И.* Метод расчета анизотропии упругих характеристик пьезоэлектрических кристаллов.– В кн.: Приближенные методы математической физики. Саратов: Изд-во СГУ, 1980, с. 27–35.

Саратовский Государственный университет
им. Н. Г. Чернышевского

Поступила в редакцию
24.XII.1980