АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXVIII 1982 Вып. 2

УДК 534.222

ЧЕТЫРЕХФОНОННЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ОБЪЕМНЫХ ВОЛН В КРИСТАЛЛАХ

Барышникова Л. Ф.

Исследованы механизмы образования волны суммарной частоты ω_4 при четырехфононном взаимодействии. Найдены условия, при которых последовательные трехволновые процессы вносят основной вклад в образование этой волны. Рассмотрены параметрические четырехфононные процессы и с учетом дисперсии определены условия, при которых возможно усиление волн.

Исследованию четырехволновых процессов в оптике посвящен ряд работ [1—6]; эти процессы ответственны за вынужденное комбинационное рассеяние, генерацию третьей гармоники, двухфотонное поглощение, самофокусировку световых лучей и т. д. [4]. В акустике четырехволновым взаимодействиям уделено значительно меньше внимания. В твердых телах в основном исследуются нелинейные процессы образования волн суммарной, разностной частоты и параметрические явления, определяемые трехволновыми взаимодействиями [7—19]. Тем не менее опубликовано несколько работ по экспериментальному наблюдению третьих гармоник и волн комбинационных частот [20—22], теоретически рассматриваются вопросы генерации высших гармоник в изотропных твердых телах [23, 24] и для некоторых направлений в кристаллах [25, 26] исследуются неколлинеарные взаимодействия в полупроводниках во внешнем переменном электрическом поле [27], которые также можно отнести к четырехволновым взаимодействиям. Исследование четырехволновых взаимодействий позволяет получить сведения о нелинейных свойствах твердых тел и создает перспективы для конструирования на их основе нелинейных устройств обработки сигналов [28]. В настоящей работе рассмотрены некоторые типы четырехфононных процессов в кристаллах, в частности процессы параметрического усиления волн.

Уравнение движения для кристаллов в лагранжевом представлении с учетом кубичных членов по деформации имеет вид [29]

$$\rho_0 \ddot{u}_i = (C_{ijkl} + \dot{C}_{ijklpq} u_{p,q} + \ddot{C}_{ijklpqrs} u_{p,q} u_{r,s})\, u_{k,jl},$$

где ρ_0 — плотность, u_i — компонента механического смещения, C_{ijkl}, $\dot{C}_{ijklpq}$, $\ddot{C}_{ijklpqrs}$ определяются упругими модулями второго, третьего и четвертого порядков [29]. Для конкретности рассмотрим четырехфононные взаимодействия с образованием волн суммарной частоты, определяемые условиями сохранения энергии и квазиимпульса:

$$\omega_4 - \omega_1 - \omega_2 - \omega_3 = 0, \quad \mathbf{k}_4 - \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3 = \Delta\mathbf{k}, \tag{1}$$

где $\Delta\mathbf{k}$ — расстройка волновых векторов, вызванная дисперсией. Решение ищется в виде $u_k = \sum_{n=1}^{4} u_k^{(n)} \exp i(\omega_n t - k_i^n a_i) + \text{к. с.}$, где a_i — координата в лагранжевом представлении, $u_k^{(n)}$, $k_i^{(n)}$ — компоненты смещений и волновых векторов волн с частотами ω_n ($n=1, 2, 3, 4$). Подставляя решения в уравнение движения и используя метод медленно меняющихся амплитуд, получим систему уравнений, определяющую четырехфононные взаимодейст-

вия в кристаллах:

$$\frac{\partial u^{(1)}}{\partial a^{(1)}}=\frac{i\exp(-i\Delta k_i a_i)}{2\rho_0 V^{(1)2}}\cdot\frac{k^{(2)}k^{(3)}k^{(4)}}{k^{(1)}}P^{(1)}u^{(2)*}u^{(3)*}u^{(4)},$$

$$\frac{\partial u^{(2)}}{\partial a^{(2)}}=\frac{i\exp(-i\Delta k_i a_i)}{2\rho_0 V^{(2)2}}\cdot\frac{k^{(1)}k^{(3)}k^{(4)}}{k^{(2)}}P^{(2)}u^{(1)*}u^{(3)*}u^{(4)},$$

(2)

$$\frac{\partial u^{(3)}}{\partial a^{(3)}}=\frac{i\exp(-i\Delta k_i a_i)}{2\rho_0 V^{(3)2}}\cdot\frac{k^{(1)}k^{(2)}k^{(4)}}{k^{(3)}}P^{(3)}u^{(1)*}u^{(2)*}u^{(4)},$$

$$\frac{\partial u^{(4)}}{\partial a^{(4)}}=\frac{i\exp(i\Delta k_i a_i)}{2\rho_0 V^{(4)2}}\cdot\frac{k^{(1)}k^{(2)}k^{(3)}}{k^{(4)}}P^{(4)}u^{(1)}u^{(2)}u^{(3)},$$

где $n_j^{(n)}$, $V^{(n)}$, $\gamma_i^{(n)}$ — соответственно компоненты волновых нормалей, скорость, направляющие косинусы векторов смещений волн с частотами ω_n, $a^{(n)}=a_j n_j^{(n)}$, $P^{(n)}=P_i^{(n}\gamma_i^{(n)}$. Выражения для $P_i^{(n)}$, определяемые анизотропией свойств кристаллов, имеют вид

$$\begin{aligned}
P_i^{(1)}=C^{**}_{ijklpqrs}(&k^{(2)}n_j^{(2)}n_l^{(2)}n_q^{(4)}n_s^{(3)}\gamma_k^{(2)}\gamma_p^{(4)}\gamma_r^{(3)}+\\
&+k^{(2)}n_j^{(2)}n_l^{(2)}n_q^{(3)}n_s^{(4)}\gamma_k^{(2)}\gamma_p^{(3)}\gamma_r^{(4)}+k^{(3)}n_j^{(3)}n_l^{(3)}n_q^{(4)}n_s^{(2)}\gamma_k^{(3)}\gamma_p^{(4)}\gamma_r^{(2)}+\\
&+k^{(3)}n_j^{(3)}n_l^{(3)}n_q^{(2)}n_s^{(4)}\gamma_k^{(3)}\gamma_p^{(2)}\gamma_r^{(4)}-k^{(4)}n_j^{(4)}n_l^{(4)}n_q^{(2)}n_s^{(3)}\gamma_k^{(4)}\gamma_p^{(2)}\gamma_r^{(3)}-\\
&-k^{(4)}n_j^{(4)}n_l^{(4)}n_q^{(3)}n_s^{(2)}\gamma_k^{(4)}\gamma_p^{(3)}\gamma_r^{(2)}),\\
P_i^{(4)}=-C^{**}_{ijklpqrs}(&k^{(1)}n_j^{(1)}n_l^{(1)}n_q^{(2)}n_s^{(3)}\gamma_k^{(1)}\gamma_p^{(2)}\gamma_r^{(3)}+\\
&+k^{(1)}n_j^{(1)}n_l^{(1)}n_q^{(3)}n_s^{(2)}\gamma_k^{(1)}\gamma_p^{(3)}\gamma_r^{(2)}+k^{(2)}n_j^{(2)}n_l^{(2)}n_q^{(1)}n_s^{(3)}\gamma_k^{(2)}\gamma_p^{(1)}\gamma_r^{(3)}+\\
&+k^{(2)}n_j^{(2)}n_l^{(2)}n_q^{(3)}n_s^{(1)}\gamma_k^{(2)}\gamma_p^{(3)}\gamma_r^{(1)}+k^{(3)}n_j^{(3)}n_l^{(3)}n_q^{(1)}n_s^{(2)}\gamma_k^{(3)}\gamma_p^{(1)}\gamma_r^{(2)}+\\
&+k^{(3)}n_j^{(3)}n_l^{(3)}n_q^{(2)}n_s^{(1)}\gamma_k^{(3)}\gamma_p^{(2)}\gamma_r^{(1)}).
\end{aligned}$$

$P_i^{(2)}$ и $P_i^{(3)}$ получаются из $P_i^{(1)}$ заменой в верхних скобках соответственно индекса 1 на 2 и индекса 1 на 3.

Рассмотрим несколько типов взаимодействий. Простейший из них — коллинеарное взаимодействие четырех волн с одинаковыми скоростями, для которых выполняются законы сохранения энергии и квазиимпульса (1). Для коллинеарных взаимодействий $n_j^{(1)}=n_j^{(2)}=n_j^{(3)}=n_j$, $\gamma_j^{(1)}=\gamma_j^{(2)}=\gamma_j^{(3)}=\gamma_j$

$V^{(4)}=V$, $a^{(4)}=a, P=-C^{**}_{ijklpqrs}n_j n_l n_q n_s \gamma_i\gamma_k\gamma_p\gamma_r$. Считая, что $u^{(4)}\ll u^{(1)}\sim\sim u^{(2)}\sim u^{(3)}$, решение системы уравнений (2) с учетом граничных условий $u^{(1)}=u_0^{(1)}, u^{(2)}=u_0^{(2)}, u^{(3)}=u_0^{(3)}$, $u^{(4)}=0$ при $a=0$ запишется следующим образом:

$$u^{(4)}=\frac{k^{(1)}k^{(2)}k^{(3)}u_0^{(1)}u_0^{(2)}u_0^{(3)}}{2\rho_0 V^2}\frac{P}{\Delta k}(e^{i\Delta ka}-1). \tag{3}$$

При $\Delta k=0$ выражение (3) преобразуется к виду

$$u^{(4)}=iPk^{(1)}k^{(2)}k^{(3)}u_0^{(1)}u_0^{(2)}u_0^{(3)}a/2\rho_0 V^2. \tag{4}$$

Амплитуда волны с частотой ω_4 определяется нелинейными модулями упругости до четвертого порядка включительно. Зависимость действительной амплитуды этой волны от расстройки волновых векторов и координаты будет такой же, как, например, у второй гармоники в среде с дисперсией. Без учета поглощения и дисперсии в приближении заданного поля волн $u^{(1)}$, $u^{(2)}$, $u^{(3)}$, как видно из выражения (4), четырехволновые процессы приводят к линейной зависимости амплитуды $u^{(4)}$ от расстояния.

Возможен другой механизм образования волны с частотой ω_4. В среде,

где распространяются волны с частотами ω_1, ω_2, ω_3, возможны последовательные трехфононные взаимодействия этих волн, которые в результате также приводят к возникновению волны с частотой ω_4. Последовательные трехфононные процессы определяются законами сохранения квазиимпульса

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{k}^{(1+2)}=\mathbf{k}^{(1)}+\mathbf{k}^{(2)}+\Delta\mathbf{k}', \quad \mathbf{k}^{(4)}=\mathbf{k}^{(1+2)}+\mathbf{k}^{(3)}+\Delta\mathbf{k}^{(1)};\\
(5)\qquad &\mathbf{k}^{(1+3)}=\mathbf{k}^{(1)}+\mathbf{k}^{(3)}+\Delta\mathbf{k}'', \quad \mathbf{k}^{(4)}=\mathbf{k}^{(1+3)}+\mathbf{k}^{(2)}+\Delta\mathbf{k}^{(2)};\\
&\mathbf{k}^{(2+3)}=\mathbf{k}^{(2)}+\mathbf{k}^{(3)}+\Delta\mathbf{k}''', \quad \mathbf{k}^{(4)}=\mathbf{k}^{(2+3)}+\mathbf{k}^{(1)}+\Delta\mathbf{k}^{(3)};
\end{aligned}
$$

где $\Delta\mathbf{k}'$, $\Delta\mathbf{k}''$, $\Delta\mathbf{k}'''$, $\Delta\mathbf{k}^{(1)}$, $\Delta\mathbf{k}^{(2)}$, $\Delta\mathbf{k}^{(3)}$ — расстройки волновых векторов при трехфононных взаимодействиях, вызванные дисперсией, причем $\Delta\mathbf{k}'+\Delta\mathbf{k}^{(1)}=\Delta\mathbf{k}''+\Delta\mathbf{k}^{(2)}=\Delta\mathbf{k}'''+\Delta\mathbf{k}^{(3)}=\Delta\mathbf{k}$. Уравнение, определяющее амплитуду $u^{(4)}$ волны с частотой ω_4, возникающей в результате последовательных трехфононных процессов, записывается в форме

$$
(6)\qquad \frac{du^{(4)}}{da}=\frac{Q}{2\rho_0V^2}\left(k^{(1+2)}k^{(3)}u^{(1+2)}u^{(3)}e^{i\Delta k^{(1)}a}+\right.
$$

$$
\left.+k^{(1+3)}k^{(2)}u^{(1+3)}u^{(2)}e^{i\Delta k^{(2)}a}+k^{(2+3)}k^{(1)}u^{(2+3)}u^{(1)}e^{i\Delta k^{3}a}\right).
$$

В последнем уравнении $Q=C^*_{ijklpq}\ n_jn_ln_q\gamma_i\gamma_k\gamma_p$. Волны с амплитудами $u^{(1+2)}$, $u^{(1+3)}$, $u^{(2+3)}$ являются результатом трехфононных взаимодействий, определяемых соотношениями (5). Выражения для $u^{(1+2)}$, $u^{(1+3)}$, $u^{(2+3)}$ можно получить при учете дисперсии в уравнениях, описывающих трехфононные взаимодействия [30]:

$$
u^{(1+2)}=\frac{ik^{(1)}k^{(2)}u_0^{(1)}u_0^{(2)}Q}{2\rho_0V^2\Delta k'}(1-e^{i\Delta k'a}),
$$

$$
(7)\qquad u^{(1+3)}=\frac{ik^{(1)}k^{(3)}u_0^{(1)}u_0^{(3)}Q}{2\rho_0V^2\Delta k''}(1-e^{i\Delta k''a}),
$$

$$
u^{(2+3)}=\frac{ik^{(2)}k^{(3)}u_0^{(2)}u_0^{(3)}Q}{2\rho_0V^2\Delta k'''}(1-e^{i\Delta k'''a}).
$$

Амплитуды $u^{(1+2)}$, $u^{(1+3)}$, $u^{(2+3)}$ считаются равными нулю на границе среды при $a=0$. С учетом выражений (7) решение уравнения (6) при граничных условиях $u^{(1)}=u_0^{(1)}$, $u^{(2)}=u_0^{(2)}$, $u^{(3)}=u_0^{(3)}$, $u^{(4)}=0$ при $a=0$ запишется в комплексной форме следующим образом:

$$
\begin{aligned}
(8)\qquad u_*^{(4)}=&\frac{k^{(1)}k^{(2)}k^{(3)}u_0^{(1)}u_0^{(2)}u_0^{(3)}Q^2}{4\rho_0^2V^4}\left[\frac{G_1}{\Delta k^{(1)}}(e^{i\Delta k^{(1)}a}-1)+\right.\\
&+\frac{G_2}{\Delta k^{(2)}}(e^{i\Delta k^{(2)}a}-1)+\frac{G_3}{\Delta k^{(3)}}(e^{i\Delta k^{(3)}a}-1)-\\
&\left.-\frac{(G_1+G_2+G_3)}{\Delta k}(e^{i\Delta ka}-1)\right],
\end{aligned}
$$

где $G_1=(k^{(1)}+k^{(2)})/\Delta k'$, $G_2=(k^{(1)}+k^{(3)})/\Delta k''$, $G_3=(k^{(2)}+k^{(3)})/\Delta k'''$. Дисперсия, как и следовало ожидать, приводит к ограничению роста в пространстве волны с частотой ω_4, возникающей в результате последовательных трехфононных процессов. Действительная амплитуда $u_*^{0(4)}=\sqrt{(\mathrm{Re}\,u_*^{(4)})^2+(\mathrm{Im}\,u_*^{(4)})^2}$ сложным образом зависит от расстояния. Эта зависимость определяется законом дисперсии, приводящим к расстройке волновых векторов при трехфононных процессах. Без учета дисперсии выражение (8) преобразуется к виду

$$
(9)\qquad u_*^{(4)}=k^{(1)}k^{(2)}k^{(3)}k^{(4)}u_0^{(1)}u_0^{(2)}u_0^{(3)}Q^2a^2/4\rho_0^2V^4.
$$

В приближении заданного поля волн с амплитудами $u^{(1)}$, $u^{(2)}$, $u^{(3)}$ последовательные трехфононные процессы дают квадратичную зависимость от координаты. Сравним величины амплитуд волн $u^{(4)}$ и $u_*^{(4)}$, возникающих в результате рассмотренных механизмов. Вклад различных механизмов образования волны с частотой ω_4 определяется отношением $u^{(4)}/u^{(4)}\sim$ $\sim Q^2k^{(4)}a/P\rho_0V^2$. Согласно имеющимся данным по упругим коэффициентам второго, третьего и четвертого порядков [31, 32], отношение $Q^2/P\rho_0V^2\sim1$. При выполнении последнего соотношения для $k^{(4)}a\gg1$ будут преобладать последовательные трехфононные процессы, определяемые нелинейными коэффициентами третьего порядка. Дисперсия, однако, может существенно изменить соотношение между величинами амплитуд $u^{(4)}$ и $u^{(4)}$ и сделать доминирующими процессы, определяемые упругостной нелинейностью четвертого порядка, что необходимо учитывать при экспериментальных исследованиях.

Рассмотрим некоторые параметрические явления при четырехфононном взаимодействии. Будем считать, что среда параметрически возмущается двумя волнами большой амплитуды $u^{(3)}$ и $u^{(4)}$, значительно превосходящими амплитуды волн $u^{(1)}$ и $u^{(2)}$ и распространяющимися в одном направлении. Для определения комплексных амплитуд волн $u^{(1)}$ и $u^{(2)}$ служит система связанных уравнений:

$$\frac{du^{(1)}}{da}=ie^{-i\Delta k_l a_l}K_1u^{(2)*},$$

$$\frac{du^{(2)*}}{da}=-ie^{i\Delta k_l a_l}K_2u^{(1)},$$

где $K_1=k^{(2)}k^{(3)}k^{(4)}P^{(1)}u^{(3)*}u^{(4)}/2\rho_0V^{(1)2}k^1$, $K_2=k^{(1)}k^{(3)}k^{(4)}P^{(2)}u^{(3)}u^{(4)*}/2\rho_0V^{(2)2}\times$ $\times k^{(2)}$. Решения будут иметь различный вид в зависимости от знака величины $4K_1K_2-(\Delta k)^2$, определяемой параметрами волн и свойствами среды. При $4K_1K_2-(\Delta k)^2<0$ решения записываются в виде гармонических функций, нарастающих в пространстве решений нет. В этом случае энергия волн большой амплитуды не может эффективно преобразовываться в энергию волн с частотами ω_1 и ω_2. При $4K_1K_2-(\Delta k)^2>0$ и граничных условиях $u^{(1)}|_{a=0}=u_1(0)$, $u^{(2)}|_{a=0}=0$ комплексные амплитуды волн с частотами ω_1 и ω_2 определяются выражениями:

$$u^{(1)}=\frac{u_1(0)\exp\left(-\frac{i\Delta ka}{2}\right)}{4S}[(2S+i\Delta k)e^{Sa}+(2S-i\Delta k)e^{-Sa}],$$

(10)

$$u^{(2)}=-\frac{iK_2u_1(0)\exp\left(\frac{i\Delta ka}{2}\right)}{S}\operatorname{sh}(Sa),$$

где $S=\sqrt{4K_1K_2-(\Delta k)^2}/2$.

Из выражений (10) следует, что в последнем случае возможно усиление волны с частотой ω_1. При этом возникает волна с частотой ω_2, амплитуда которой также растет в пространстве. Если в качестве волн накачки выбрать $u^{(1)}$ и $u^{(2)}$, то, как следует из решения последних двух уравнений системы (2), нарастающие в пространстве решения возможны при условии $4K_3K_4+(\Delta k)^2<0$, где $K_3=k^{(1)}k^{(2)}k^{(4)}P^{(3)}u^{(1)*}u^{(2)*}/2\rho_0V^{(3)2}k^{(3)}$, $K_3=k^{(1)}k^{(2)}\times$ $\times k^{(3)}P^{(4)}u^{(1)}u^{(2)}/2\rho_0V^{(4)2}k^{(4)}$. При этом произведение $K_3K_4(P^{(3)}P^{(4)})$ должно быть отрицательной величиной. Из выражений для K_3 и K_4 видно, что для коллинеарных взаимодействий волн, имеющих одинаковую скорость, это соотношение не выполняется. Условия роста амплитуд волн в пространстве накладывают ограничения на величины амплитуд волн накачки. Найдем критическое значение амплитуд, начиная с которого возможно усиление, исходя из соотношения $4K_1K_2-(\Delta k)^2=0$. К сожалению, оценки трудно

сделать для конкретного кристалла, так как нет полных сведений о величине дисперсии и модулях упругости четвертого порядка для какого-либо материала. Сделаем оценки для продольных волн в ниобате лития, распространяющихся вдоль оси Z ($V=7{,}334\cdot10^5$ см/с), для которых есть данные о величине дисперсии вплоть до частоты 1 ГГц. Считаем, что $u^{(3)}\sim u^{(4)}$, $k^{(3)}\sim k^{(4)}/3\sim k$, $P^{(1)}P^{(2)}/(\rho_0V^{(1)}V^{(2)})^2\sim k^2(C^{**}/C)^2$, $K_1K_2\sim k^6u^4(C^{**}/C)^2$, где C^{**}, C — модули упругости четвертого и второго порядков. Согласно результатам измерений модулей упругости четвертого порядка для некоторых кристаллов [31, 32], $C^{**}/C\sim10^2$. Для $k=10^4$ см$^{-1}$ (что соответствует частоте $f\sim1$ ГГц для продольных волн в ниобате лития), используя результаты работы [33], получаем, что $\Delta k\sim6$ см$^{-1}$. В общем случае необходимо учитывать поглощение, которое препятствует усилению, однако для выбранного типа волн коэффициент поглощения мал ($\alpha\sim0{,}3$ дБ/см при $f\sim1$ ГГц) и не принимается во внимание по сравнению с влиянием дисперсии. Исходя из заданных условий, получим, что критическое значение амплитуды $u_{кр}\sim10^{-7}$ см. Это достаточно большая величина, однако из выражений для $K_1K_2\sim k^6u^4(C^{**}/C)^2$ видно, что увеличение k за счет повышения частоты и уменьшения скорости распространения волн может снизить критическое значение величин амплитуд волн накачки на несколько порядков. Выбор кристаллов с большой нелинейностью, небольшой скоростью распространения волн [15], применение оптимальных условий возбуждения волн [34] или акустических интерферометров, позволяющих уменьшить значение амплитуд волн накачки [16], может сделать возможным наблюдение и использование усиления при четырехфононном взаимодействии.

Трудностями для осуществления четырехволновых процессов усиления, так же как и для трехволновых процессов, является «истощение» волн накачки вследствие генерации гармоник и образования волн комбинационных частот [9]. В рассмотренных четырехфононных процессах к ним прибавляется возможность «истощения» волн накачки из-за их взаимодействия друг с другом и со своими гармониками. Как и в случае трехфононных взаимодействий, эффективные процессы усиления при четырехфононных процессах возможны в средах с дисперсией. Дисперсия играет двоякую роль. С одной стороны, дисперсия препятствует развитию нелинейных процессов, истощающих накачку, с другой — уменьшает величину S, определяющую усиление. Уменьшить влияние нежелательных нелинейных явлений, так же как и для трехфононных процессов [15], возможно, выбирая взаимодействия волн различных типов. Для четырехфононных процессов это могут быть, например, взаимодействия вида $\omega_1/V_L+\omega_2/V_{SS}+\omega_3/V_{FS}=\omega_4/V_{FS}$, $\omega_1+\omega_2+\omega_3=\omega_4$ при $\omega_2=\omega_1V_{SS}(V_L-V_{FS})/$ $/V_L(V_{FS}-V_{SS})$, где V_L, V_{FS}, V_{SS} — соответственно скорости продольных, быстрых и медленных сдвиговых волн. При взаимодействии волн, имеющих различные скорости в среде с дисперсией, растройка волновых векторов Δk может быть скомпенсирована с помощью внешнего воздействия (например, постоянного электрического поля в случае пьезокристаллов). Внешнее воздействие изменяет величину скоростей акустических волн [35], что приводит к изменению волновых векторов. Для значений относительных изменений скоростей $\Delta V/V\sim5\cdot10^{-4}$ при $k=10^4$ см$^{-1}$ величина расстройки волновых векторов, которую можно скомпенсировать с помощью внешнего воздействия, $\Delta k=k\Delta V/V\sim5$ см$^{-1}$. Это по порядку величины совпадает со значением расстройки волновых векторов, возникающей, например, из-за дисперсии диэлектрической проницаемости [36]. Подбором величины и знака внешнего воздействия можно добиться компенсации суммарной расстройки волновых векторов Δk, возникающей вследствие дисперсии при четырехфононном взаимодействии. При этом для нелинейных процессов, таких как генерация гармоник, внешнее воздействие не влияет на величину расстройки волновых векторов и эти процессы не будут эффективными. Трехволновые взаимодействия затруднены из-за того, что внешнее воздействие определенной величины и направления, компенсируя Δk при четырехволновых процессах, в общем случае лишь изменяют величину расстройки при трехфононных взаимодействиях волн, имеющих различные скорости распространения. Кроме того, условия синхронизма для

трехволновых взаимодействий различных типов волн (продольных и поперечных) выполняются в кристаллах лишь для некоторых частных случаев [37]. Таким образом, внешнее воздействие избирательно влияет на нелинейные процессы различных видов и дает возможность управлять нелинейными взаимодействиями. Это относится как к параметрическим взаимодействиям, так и к взаимодействиям других рассмотренных типов, где компенсация соответствующей расстройки волновых векторов может позволить выделить процессы описываемые выражениями (3) или выражениями (8).

Рассмотрена лишь небольшая часть четырехфононных взаимодействий; в акустике они отличаются бо́льшим разнообразием по сравнению с трехволновыми, тем более если включить в их число взаимодействия акустических волн с переменными электрическими полями и взаимодействия в средах с пространственными периодическими неоднородностями. Особый интерес представляют четырехволновые процессы в кристаллах с пьезоэлектрическими и полупроводниковыми свойствами и взаимодействия в сложных структурах, таких как слоистые системы пьезодиэлектрик — полупроводник, характеризующихся высокой эффективностью взаимодействий. Полученные результаты могут быть полезны при исследовании нелинейных свойств материалов и определении модулей упругости вплоть до четвертого порядка, для расчета эффективности усиления волн при четырехфононном взаимодействии, для оценок поглощения акустических волн в кристаллах при $\omega\tau \gg 1$ (ω — частота звука, τ — время релаксации тепловых фононов), одним из возможных механизмов которого являются четырехволновые процессы [38].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ахманов С. А., Хохлов Р. В.* Проблемы нелинейной оптики. М.: Изд-во Ин-та научной информации, 1964.
2. *Бломберген Н.* Нелинейная оптика. М.: Мир, 1966.
3. *Шуберт М., Вильгельми Б.* Введение в нелинейную оптику. М.: Мир, 1973.
4. *Бломберген Н.* Вынужденное комбинационное рассеяние света.– Усп. физич. наук, 1969, т. 97, № 2, с. 307–352.
5. *Борщ А. А., Бродин М. С., Волков В. И., Кухтарев Н. В.* Эффекты самовоздействия при вырожденном четырехволновом взаимодействии в кристаллах ZnSe.– Письма в ЖТФ, 1979, т. 5, № 20, с. 1240–1244.
6. *Chiao R. Y., Kelley P. L., Garmire E.* Stimulated four-photon interaction and its influence on stimulated Reyleigh-wing scattering.– Phys. Rev. Lett., 1966, v. 17, № 22, p. 46–49.
7. *Luukkala M., Surakka J.* Acoustic convolution and correlation and the associated nonlinear parameter in $LiNbO_9$.– J. Appl. Phys., 1972, v. 43, № 6, p. 2510–2518.
8. *Thompson R. B., Quate C. F.* Nonlinear interaction of microwave electric fields and sound in $LiNbO_3$.– J. Appl. Phys., 1971, v. 42, № 3, p. 907–918.
9. *Руденко О. В., Солуян С. И.* Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975.
10. *Заболотская Е. А., Солуян С. И., Хохлов Р. В.* Параметрический усилитель ультразвука.– Акуст. ж., 1966, т. 12, № 2, с. 188–191.
11. *Вигдорчик Н. Е.* Распадные неустойчивости волн конечной амплитуды в нелинейных диэлектриках.– Физ. тв. тела, 1980, т. 22, № 3, с. 797–801.
12. *Левин В. М., Пустовойт В. И.* О нелинейном взаимодействии квазиколлинеарных акустических волн в пьезополупроводниках.– Физ. тв. тела, 1976, т. 18, № 10, с. 3023–3027.
13. *Бурлак Г. Н., Коцаренко Н. Я., Пустыльник Т. Н.* Параметрическое возбуждение акустических волн в ограниченных пьезоэлектриках.– Физ. тв. тела, 1980, т. 22, № 6, с. 1825–1828.
14. *Ильченко Л. Н., Обозненко Ю. Л.* Параметрическое усиление упругих волн в диэлектрике.– Письма в ЖТФ, 1979, т. 5, № 23, с. 1425–1427.
15. *Ильченко Л. Н., Обозненко Ю. Л., Смирнов Е. Н.* Параметрическое возбуждение звука в акустооптическом дефлекторе светового излучения.– Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника, 1977, т. 20, № 10, с. 45–49.
16. *Клудзин В. В., Клузин А. Г., Кулаков С. В., Винокуров В. А.* Особенности параметрического возбуждения в акустическом интерферометре на кристалле TeO_2.– Письма в ЖТФ, 1978, т. 4, № 15, с. 913–916.
17. *Nelson D. F.* Three-field electroacoustic parametric interactions in piezoelectric crystals.– J. Acoust. Soc. Amer., 1978, v. 64, № 3, p. 891–895.
18. *Ляхов Г. А., Руденко О. В.* Об эффекте параметрического усиления слабых сигналов в нелинейной акустике.– Акуст. ж., 1974, т. 20, № 5, с. 738–744.
19. *Левин В. В., Пустовойт В. И.* Теория взаимодействия акустических волн в полупроводниках.– Ж. экспер. и теор. физики, 1969, т. 56, № 6, с. 1881–1890.

20. *Леманов В. В., Шакин О. В., Смоленский Г. А.* Рассеяние света на гиперзвуковых волнах в кристаллах ниобата лития.– Физ. тв. тела, 1971, т. 13, № 2, с. 533–535.
21. *Смоленский Г. А., Сосов Ю. М., Юшин Н. К.* Акустооптическое исследование генерации высших акустических гармоник в кристаллах парателлурита: Матер. X Всес. конф. по квантовой акустике и акустоэлектронике. Ташкент: Фан, 1978, с. 54–55.
22. *Пуговкин А. Б., Шандаров С. М.* Нелинейное взаимодействие гиперзвуковых волн в кристалле $LiNbO_3$.– Физ. тв. тела, 1972, т. 11, № 1, с. 250–252.
23. *Ostrovsky L. A., Soustova J. A., Sutin A. M.* Nonlinear and parametric phenomena in dispersive acoustic systems.– Acoustica, 1978, № 39, p. 298–306.
24. *Конюхов Б. А., Шалашов Г. А.* Об эффектах третьего приближения при распространении упругих волн в изотропных твердых телах. Генерация высших гармоник.– Прикл. матем. и теор. физика, 1974, № 4, с. 125–135.
25. *Thompson R. B., Buck O., Thompson D. O.* Higher harmonics of finite amplitude ultrasonic waves in solids.– J. Acoust. Soc. Amer., 1976, v. 59, № 5, p. 1087–1094.
26. *Thompson R. B., Tiersten H. F.* Harmonic generation of longitudinal elastic waves.– J. Acoust. Soc. Amer., 1977, v. 62, № 1, p. 33–37.
27. *Чабан А. А.* Взаимодействие звуковых волн в переменном электрическом поле.– Физ. тв. тела, 1971, т. 13, № 12, с. 3505–3507.
28. *Ralston R. W., Stern E.* Four-wave interactions in acoustoelectric integrating correlators.– Appl. Phys. Lett., 1979, v. 35, № 2, p. 150–152.
29. *Thurston R. N., Sapiro M. J.* Interpretation of ultrasonic experiments of finite-amplitude waves.– J. Acoust. Soc. Amer., 1967, v. 41, № 4, p. 1112–1125.
30. *Барышникова Л. Ф.* Ориентационная зависимость эффективности взаимодействий объемных акустических волн в кристаллах.– В кн.: Вопросы судостроения. М.: ЦНИИ Румб, 1979, № 12, с. 35–43.
31. *Graham R. A.* Determination of third – and fourth order longitudinal elastic constants by shock compression techniques application to sapphire and fused quartz.– J. Acoust. Soc. Amer., 1972, v. 51, № 5, p. 1576–1581.
32. *Gagnepain J. J., Besson R.* Nonlinear effects in piezo-electric quartz crystals. Physical Acoustics. New York – San Francisco – London: Academic Press, 1975, v. 11, p. 245–287.
33. *Ермилин К. К., Красильников В. А., Прохоров В. М.* Дисперсия упругих волн в сегнетоэлектриках.– Физ. тв. тела, 1972, т. 14, № 1, с. 300–302.
34. *Brodwin M. E., Chou Kan.* Efficient bulk-wave microsonic transducer.– J. Acoust. Soc. Amer., 1973, v. 53, № 4, p. 1172–1173.
35. *Барышникова Л. Ф., Лямов В. Е.* Поляризация и поток энергии поперечных волн, распространяющихся вдоль акустических осей кристаллов при внешних статических полях.– Вестн. Моск. ун-та, 1978, т. 19, № 2, с. 40–47.
36. *Валитова Н. Р., Гончаров К. В.* Нелинейные эффекты при распространении гиперзвуковых волн конечной амплитуды в сегнетоэлектрических кристаллах.– Физ. тв. тела, 1972, т. 14, № 3, с. 900–902.
37. *Ермилин К. К., Лямов В. Е., Пятаков П. А.* Неколлинеарные взаимодействия объемных упругих волн в кристаллах.– Физ. тв. тела, 1973, т. 15, № 11, с. 3226–3230.
38. *Такер Дж., Рэмптон В.* Гиперзвук в физике твердого тела. М.: Мир, 1975.

Акустический институт
им. акад. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
10.III.1981