АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXVII 1981 Вып. 4

УДК 534.232

ОБ ИМПЕДАНСЕ ИЗЛУЧЕНИЯ СТЕРЖНЕВОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ С КРУГЛОЙ НАКЛАДКОЙ

Рубанов И. Л.

При помощи интегрального уравнения первого рода исследован импеданс стержневого излучателя с круглой накладкой.

В работе [1] предложен метод исследования звукового поля стержневого излучателя, основанный на замене излучателя телом, образованным частями координатных поверхностей сферической системы координат. Подобная замена позволила методом разделения переменных в сферической системе координат решить задачу излучения звука стержневым излучателем. Представляет интерес исследование звукового поля стержневого излучателя вне рамок подобного приближения.

Рассмотрим звуковое поле, создаваемое в пространстве стержневым излучателем с круглой накладкой, который конструктивно представляет собой два соосных сопряженных цилиндра разного диаметра (фиг. 1). На поверхностях s_1, s_2 и s_3 задана нормальная составляющая колебательной скорости, остальная часть излучателя предполагается абсолютно жесткой. Очевидно, что в математической постановке задача заключается в решении уравнения Гельмгольца

$$(\Delta+k^2)\,p(r,z)=0, \tag{1}$$

удовлетворяющего условиям излучения на бесконечности и граничным условиям на поверхности излучателя

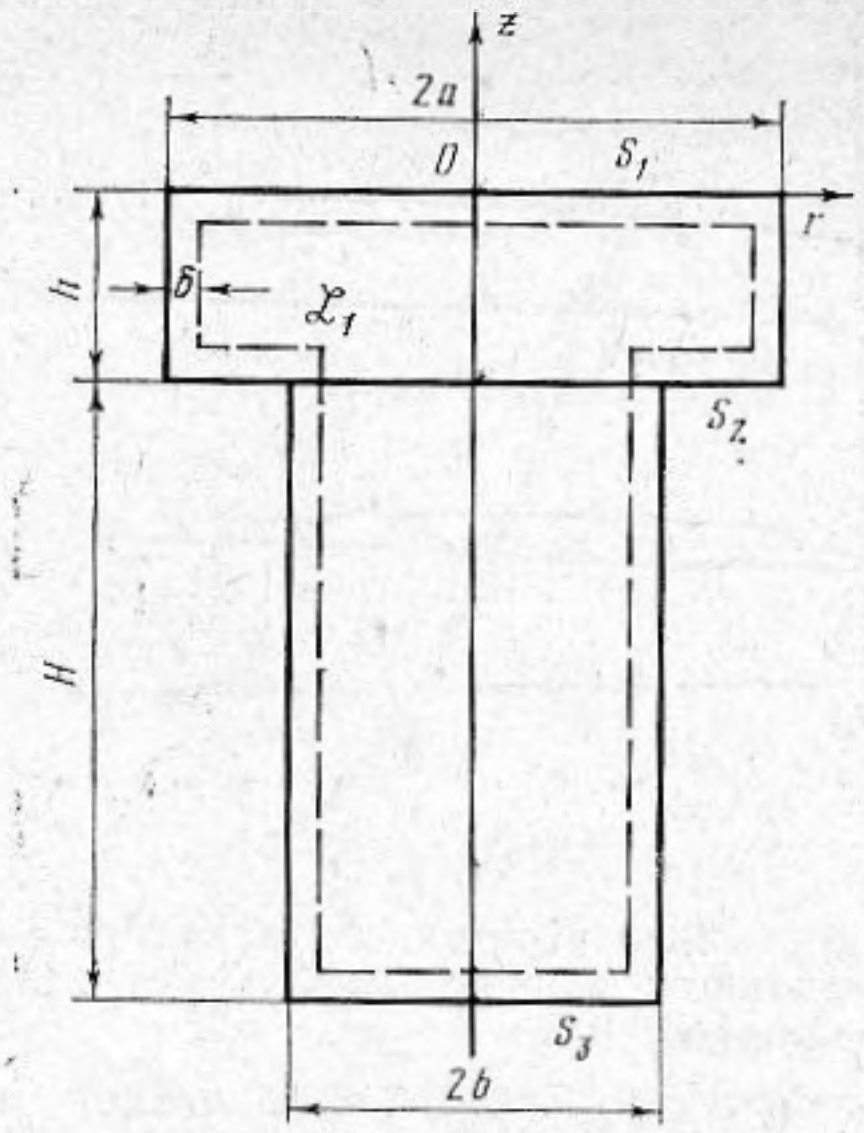
$$\frac{1}{i\omega\rho}\frac{\partial p}{\partial n}=\dot{\xi}(r,z), \tag{2}$$

где колебательная скорость $\dot{\xi}$ распределена на поверхности излучателя следующим образом:

$$\dot{\xi}(r,z)=\begin{cases}\alpha; & z=0; \quad r\leqslant a\\ \beta; & z=-h; \quad b\leqslant r\leqslant a\\ \gamma; & z=-h-H; \quad r\leqslant b\\ 0; & r=a; \quad -h\leqslant z\leqslant 0\\ 0; & r=b; \quad -h-H\leqslant z\leqslant -h\end{cases} \tag{3}$$

В соотношениях (1), (2) p — звуковое давление; $\partial p/\partial n$ — его производная по нормали к поверхности; $k=\omega/c$ — волновое число; ω — угловая скорость; ρ и c — плотность внешней по отношению к телу среды и скорость звука в ней соответственно. Очевидно, что, зная давление $p(r,z)$, можно определить импеданс излучения поверхности S_1:

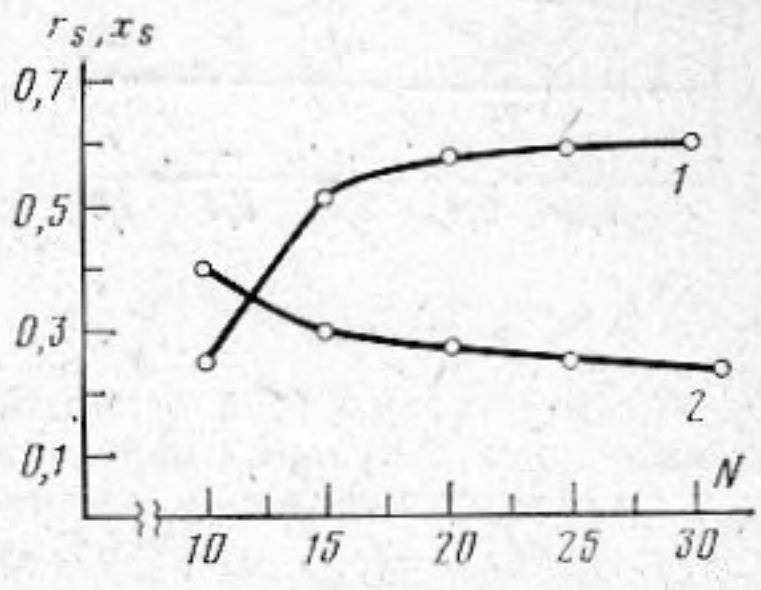
$$z_s=\frac{1}{\rho c\alpha}\int_0^a p(r,0)\,r\,dr. \tag{4}$$



Фиг. 1

Фиг. 1. Стержневой излучатель

Фиг. 2. Зависимость импеданса излучения передней накладки при заторможенных поверхностях s_2 и s_3 от порядка системы. *1* — активная составляющая, *2* — реактивная



Фиг. 2

Задачу (1)—(3) можно решить при помощи интегрального уравнения первого рода, описывающего связь между давлением и колебательной скоростью на поверхности тела [2]

$$(5)\qquad \int_L K(l,l')\,p(l)\,dl=f(l'),\quad l\in L,\quad l'\in L'$$

с ядром

$$K(l,l')=\int_0^{2\pi}\frac{\partial}{\partial n_l}\left[\frac{e^{ikR(l,l')}}{R(l,l')}\right]d\varphi$$

и правой частью

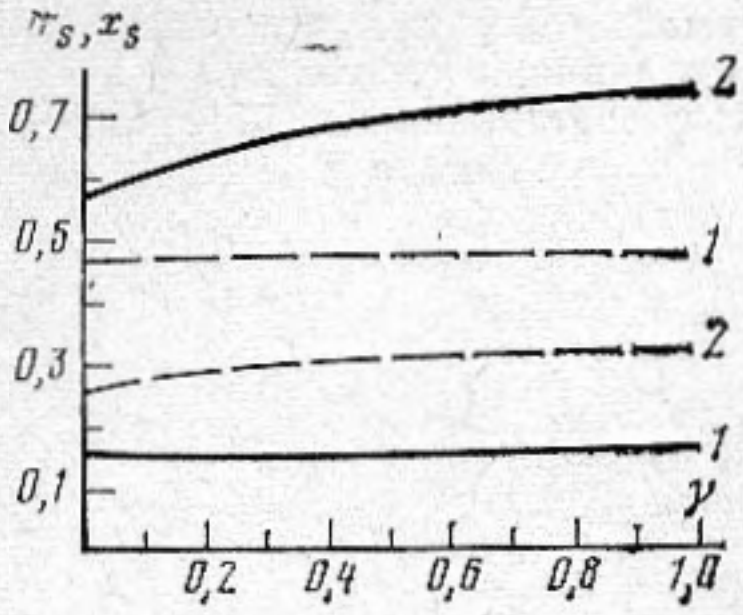
$$f(l')=-i\rho ck\int_L \xi(l)\int_0^{2\pi}\frac{e^{ikR(l,l')}}{R(l,l')}\,d\varphi\,dl,$$

где L — контур, ограничивающий излучающее тело; L' — произвольный контур внутри тела; $R(l,l')$ — расстояние между точками l и l'; φ — угол в плоскости, перпендикулярной оси излучателя, n_l — нормаль к поверхности в точке l.

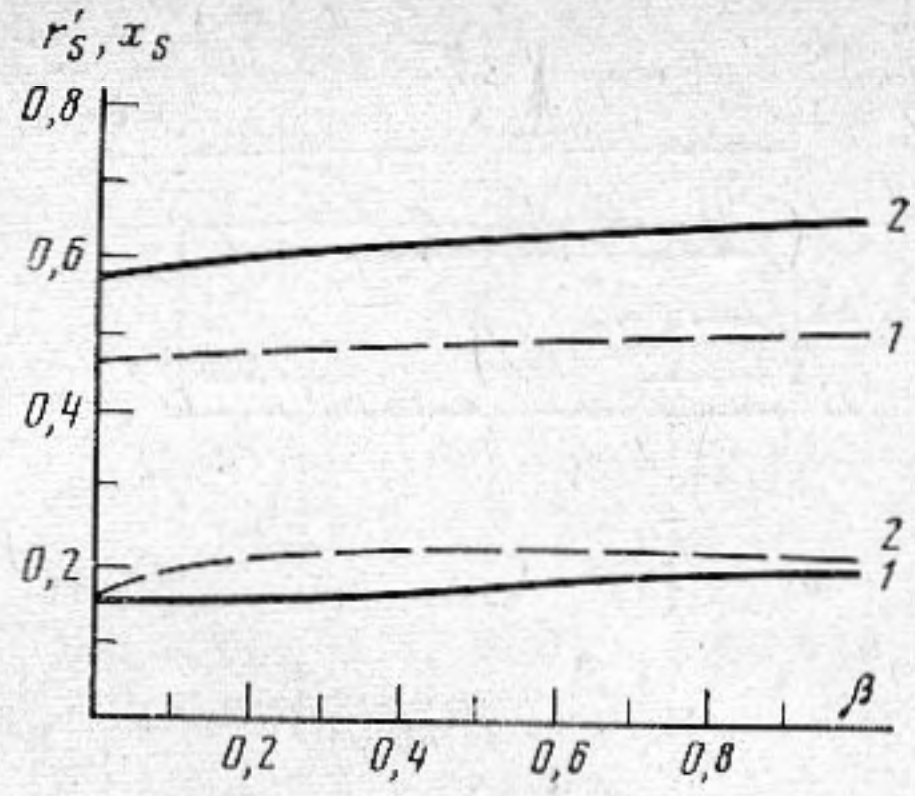
Видно, что применение интегрального уравнения и использование осевой симметрии излучателя позволило от трехмерной задачи перейти к одномерной.

Интегральное уравнение (5) может быть решено путем сведения его к системе линейных алгебраических уравнений при помощи метода Крылова — Боголюбова [3], заключающегося в разбиении контура L на N сегментов Δl_i и использовании ступенчатой аппроксимации искомой функции $p(r,z)$:

$$(6)\qquad \sum_{i=1}^{N} p(l_i)\int_{l_i-\frac{\Delta l_i}{2}}^{l_i+\frac{\Delta l_i}{2}} K(l,l_n)\,dl=f(l_n),\quad n=1,2,\ldots,N.$$



Фиг. 3



Фиг. 4

Фиг. 3. Зависимость активной (сплошные кривые) и реактивной (пунктир) составляющих импеданса излучения передней накладки от колебательной скорости поверхности s_3 при заторможенной s_2. *1* — $a/\lambda=0{,}125$, *2* — $a/\lambda=0{,}25$

Фиг. 4. Зависимость активной (сплошные кривые) и реактивной (пунктир) составляющих импеданса излучения передней накладки от колебательной скорости поверхности s_2 при заторможенной поверхности s_3. *1* — $a/\lambda=0{,}125$, *2* — $a/\lambda=0{,}25$

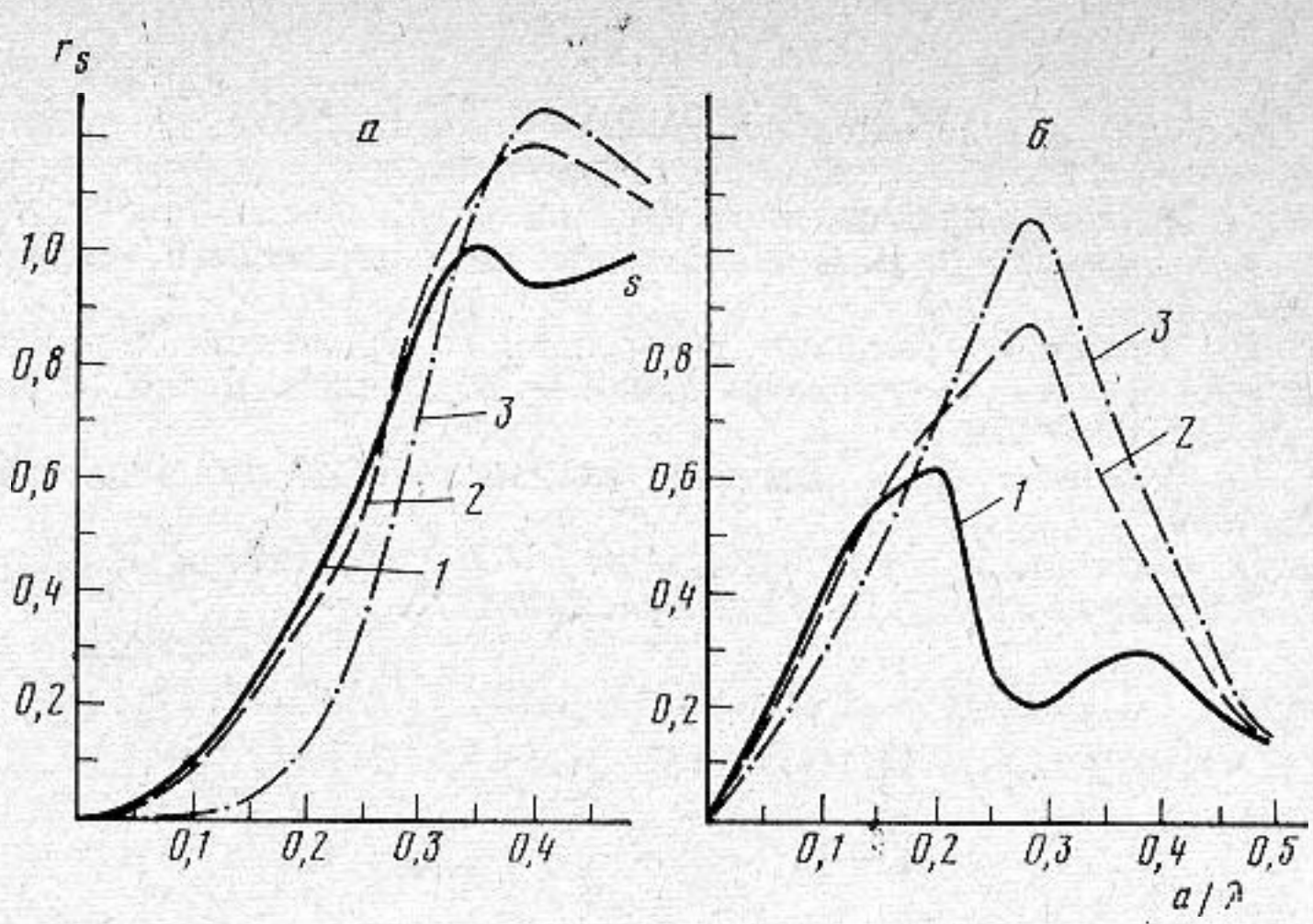
В дальнейшем исследовался импеданс излучения передней накладки (поверхности s_1) стержневого излучателя с геометрическими параметрами $h/\lambda=0{,}3$; $H/\lambda=0{,}6$; $b/\lambda=0{,}1$ при различных значениях a/λ; α; β; γ, где λ — длина волны в окружающей излучатель среде. Вычисления проводились на ЭВМ ЕС-1022.

Как показали результаты расчетов, точность и устойчивость результатов существенно зависят от выбора контура L' и числа N. Так, в случае выбора точек наблюдения l' на оси излучателя устойчивый вычислительный процесс удается построить только для $\max\{a/\lambda, b/\lambda\}\leqslant 0{,}05$, что достаточно хорошо согласуется с результатами работы [4]. Оптимальным является контур L', показанный на фиг. 1. Отметим, что чем меньше величина δ, тем более резкий максимум, соответствующий сближению точек l и l', имеет ядро интегрального уравнения (5), а это в свою очередь улучшает обусловленность матрицы и повышает точность решения системы уравнений (6) [5]. Однако одновременно увеличивается и число разбиений, необходимых для взятия с заданной точностью ε по методу Гаусса интегралов, входящих в систему (6). Так, если при $a/\lambda=0{,}125$, $b/\lambda=0{,}1$, $\varepsilon=10^{-4}$ для $\delta/\lambda=0{,}03$ число точек разбиения интеграла по dr равно 4, а по $d\varphi$ — 6, то для $\delta/\lambda=0{,}01$ число точек разбиения интеграла по dr составляет 8, а по $d\varphi$ — 12.

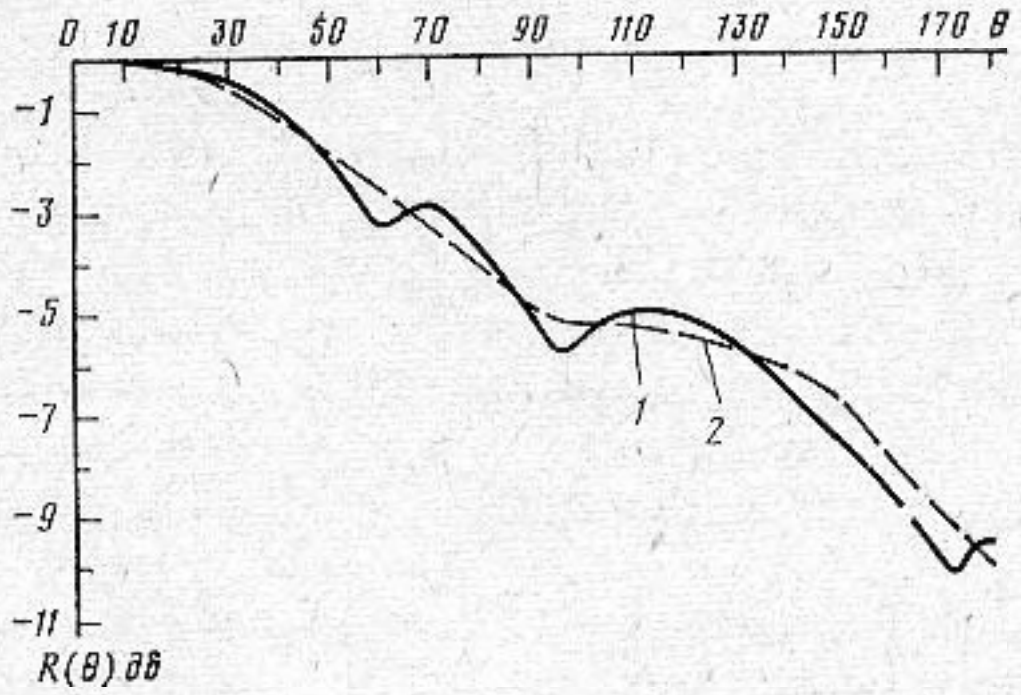
На фиг. 2 приведен импеданс излучения передней накладки (поверхность s_1) размером $a/\lambda=0{,}25$ при заторможенных поверхностях s_2 и s_3. Видно, что при возрастании N решение (6) довольно быстро сходится, что немаловажно, так как время счета при решении систем уравнения методом Гаусса — Жордана пропорционально N^3 [6].

Зависимость импеданса излучения поверхности s_1 от колебательной скорости поверхности s_3 при $\beta=0$ приведена на фиг. 3. Кривая *2* на этой фигуре показывает, что при $a/\lambda=0{,}25$ активная составляющая сопротивления излучения изменяется с ростом γ от величины, близкой к сопротивлению излучения одностороннего поршневого излучателя, до величины, близкой к сопротивлению излучения поршня в бесконечном жестком экране [7].

Из фиг. 4 видно, что при заторможенной поверхности s_3 импеданс излучения передней накладки увеличивается с возрастанием скорости поверхности s_2.



Фиг. 5. Частотная зависимость активной (*а*) и реактивной (*б*) составляющих импеданса излучения. *1* — исследуемая модель, *2* — односторонний поршень, *3* — осциллирующий поршень



Фиг. 6. Характеристика направленности стержневого излучателя в плоскости оси. *1* — расчет, *2* — эксперимент

Частотная зависимость импеданса излучения передней накладки при заторможенных поверхностях s_2 и s_3 представлена на фиг. 5. Там же для сравнения приведены частотные зависимости импеданса излучения осциллирующего и односторонне излучающего поршня, заимствованные из работы [7]. Видно, что при $a/\lambda \leqslant 0{,}275$ импеданс излучения исследуемой модели близок к импедансу излучения одностороннего поршня.

Зная давление и колебательную скорость на поверхности любого тела, нетрудно определить его характеристику направленности [2]. Подобный расчет представляет в нашем случае интерес, поскольку в отличие от импеданса излучения характеристика направленности может быть измерена экспериментально. Сравнение результатов расчета и эксперимента позволяет в известной степени проконтролировать точность полученного решения [6].

На фиг. 6 приведена характеристика направленности излучателя с геометрическими параметрами $a/\lambda=0{,}18$, $b/\lambda=0{,}16$, $h/\lambda=0{,}08$; $H/\lambda=0{,}85$, полученная для случая $\beta=0$, $\gamma=0{,}16$. Наблюдается хорошее совпадение расчета и эксперимента.

В заключение автор благодарит В. В. Виноградова, любезно предоставившего результаты эксперимента, и Т. П. Ресаре, проводившую расчеты на ЭВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Вовк И. В.* Об одном методе оценки звукового поля, создаваемого стержневым излучателем.— Акуст. ж., 1978, т. 24, № 5, с. 673—680.
2. *Шендеров Е. Л.* Волновые задачи гидроакустики. Л.: Судостроение, 1972.
3. *Канторович Л. В., Крылов В. И.* Приближенные методы высшего анализа. М.: Физматгиз, 1962.
4. *Говорун Н. Н.* Численное решение интегрального уравнения первого рода для плотности тока в антенне — телевращения.— Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1961, т. 1, № 4, с. 664—679.
5. *Фаддеев Д. К., Фаддеева В. Н.* Вычислительные методы линейной алгебры. М.: Физматгиз, 1960.
6. Вычислительные методы в электродинамике / Под ред. Миттры Р. М.: Мир, 1977.
7. *Гутин Л. Я.* Избранные труды. Л.: Судостроение, 1977.

Поступила в редакцию
28.I.1981