

ражение для I , если воспользоваться приближенной формулой $I_n \approx \pi \varepsilon \exp(-2\varepsilon g_n) / g_n^{1/2}$, где $g_n \approx 1,11[1+4(n-1)]^{2/3}$, и, принимая во внимание плавность изменения I_n от индекса n , заменить сумму соответствующим интегралом. В результате получим соотношение $I \approx 2\delta / (2\delta + i\theta)$, справедливое при условиях $\theta_0, \delta \ll (kR)^{-1/3}, kR \approx 2\delta^{-1}$. Оно показывает, что с увеличением глубины локализации и при нарастании угла закругления модуль коэффициента прохождения монотонно уменьшается. Слабо локализованная волна Лява ($\delta \approx 0,001$) даже при небольших углах θ_0 «срывается» с закругления.

Представленные результаты пригодны для анализа прохождения через закругление поперечных поверхностных волн и других типов, например волны Гуляева — Блюстейна.

Автор благодарит И. А. Викторова за внимание к работе и Л. В. Седова за помощь при вычислениях на ЭВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Викторов И. А. Прохождение и отражение рэлеевских волн на закруглениях различного радиуса. — Акуст. ж., 1961, т. 7, № 1, с. 90—91.
2. Анисимкин В. И., Морозов А. И. Циклическая ультразвуковая линия задержки с усилением на волнах Гуляева — Блюстейна. — Письма в ЖТФ, 1976, т. 2, № 9, с. 426—429.
3. Пятаков П. А. Возбуждение волн Лява, распространяющихся по цилиндрической поверхности. — Акуст. ж., 1980, т. 26, № 2, с. 237—241.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
10.1.1980

УДК 534.883.1:621.391.16

АДАПТИВНАЯ ОЦЕНКА МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ ИСТОЧНИКА ЗВУКА В ОДНОРОДНОМ ВОЛНОВОДЕ

Решетов Л. А.

Оценкой местоположения по глубине распределенного источника звука, находящегося в акустическом волноводе, принято называть оценку совокупности параметров, характеризующих поведение плотности источников. Так, например, в работе [1] положение источника отождествляется с вертикальной координатой максимума функции плотности источников. При этом для синтеза оценки плотности источников в этой работе используется метод наименьших квадратов. Известно, что этот метод имеет существенный недостаток: имеющиеся у экспериментатора априорные данные о структуре распределенного источника не могут быть использованы для уточнения оценок. С целью обобщения результатов работы [1] ниже выполнено исследование оценки плотности источников, максимизирующей апостериорную плотность вероятности, применительно к условиям приема сигнала в волноводе, однородном по двум координатам.

Пусть волноводный канал единичной высоты $x \in [0, 1]$ образован акустически абсолютно мягкой поверхностью и абсолютно жестким дном, а профиль скорости звука является функцией лишь одной переменной x . Соответствующий данной задаче дифференциальный оператор является самосопряженным оператором Штурма-Лиувилля [2]. Отсюда следует, что система собственных функций $\Phi_m(x)$ оператора образует полную в L^2 систему функций, ортонормированных на единичном интервале, а собственные числа являются счетным множеством $\gamma_1 < \gamma_2 < \gamma_3 \dots$. Используя теорему разложения, комплексную огибающую сигнала на выходе приемника можно представить сходящимся (в среднем) рядом [3, 4].

$$f(x) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{Q_m}{\gamma_m} \Phi_m(x),$$

где $Q_m = (S, \Phi_m) = \int_0^1 S(x) \Phi_m(x) dx$, $S(x)$ — плотность источников звука.

Если максимум функции $S(x)$ расположен на глубине x_0 , а расстояние между излучателем и приемником равно r , то для волновода единичной высоты с отражаю-

щими границами величина Q_m равна [1]

$$Q_m = \Phi_m(x_0) a_m r^{-1/2} \cos k_m r,$$

a_m — коэффициент возбуждения m -й моды, k_m — горизонтальная компонента волнового числа m -й моды связанная с γ_m дисперсионным уравнением $k_m^2 + \gamma_m^2 = \omega^2/c^2$, ω — круговая частота излученного гармонического сигнала, c — фазовая скорость волны. Заметим, что для сосредоточенного источника и δ -образной функции плотности $\delta(x-x_0)$ коэффициенты $a_m \cos k_m r$ должны быть одинаковы для любого номера m .

Пусть плотность источников $S(x)$ может быть представлена конечным набором из M собственных функций $\Phi_m(x)$, $m=1, \dots, M$, т.е. в матричной форме записи

$$S(x) = Q^* \Phi(x).$$

Здесь $Q = [Q_m]$, $\Phi(x) = [\Phi_m(x)]$, Q^* — эрмитово сопряженная матрица. Предположим, что Q является гауссовским случайным вектором со средним $Q_0 = EQ = [Q_{m0}]$ и ковариационной матрицей $P_0 = E\{(Q-Q_0)(Q-Q_0)^*\}$, где E — операция вычисления математического ожидания. Приемную антенну зададим в виде вертикальной решетки с элементами, локализованными в точках x_i , $i=1, \dots, n$ единичного интервала $x_i \in [0, 1]$. Тогда аддитивная смесь полезного сигнала $f(x)$ и шума $\varepsilon(x)$ на выходе антенны определяется выражением

$$Y = \Phi \Gamma^{-1} Q + \varepsilon,$$

$Y = [y(x_i)]$, Φ является $n \times M$ матрицей, у которой элемент с индексом i, m равен $\Phi_m(x_i)$, Γ — диагональная $M \times M$ матрица с элементами γ_m , $\varepsilon = [\varepsilon(x_i)]$ — вектор комплексных огибающих шума на частоте ω . Будем полагать, что вектор ε — комплексный гауссовский вектор с нулевым средним и ковариационной матрицей N .

В соответствии с формулой Байеса информативная часть логарифма апостериорной плотности вероятности описывается выражением

$$J = -\{[Q-Q_0]^* P_0^{-1} [Q-Q_0] + [Y-\Phi \Gamma^{-1} Q]^* N^{-1} [Y-\Phi \Gamma^{-1} Q]\}.$$

Вычисляя градиент J по вектору Q и приравняв его нулевой матрице, получим оценку вектора Q с минимальной дисперсией [5]:

$$(1) \quad \hat{Q} = P_1^{-1} [P_0^{-1} Q_0 + A^* N^{-1} Y],$$

$$P_1 = P_0^{-1} + P, \quad P = A^* N^{-1} A, \quad A = \Phi \Gamma^{-1}.$$

Следовательно, оценка плотности источников имеет вид

$$\hat{S}(x) = \text{Re } \hat{Q}^* \Phi(x).$$

Формула (1) показывает оптимальные весовые коэффициенты новой информации, поступающей из реализации по отношению к априорным данным. Оценка \hat{Q} по методу наименьших квадратов следует из (1) при $P_0^{-1} = 0$.

Оценку местоположения максимума плотности источников будем искать в предположении унимодальности функции $S(x)$ и оценки $\hat{S}(x)$ и при параболической аппроксимации этих функций в области максимального значения. В качестве одного из возможных методов оценки можно использовать процесс максимизации по x выборочной функции $\hat{S}(x)$, т.е. $\hat{S}(x) = \max \hat{S}(x)$, $0 \leq x \leq 1$. Учитывая, что $S(x)$ достигает экстремального значения в точке x_0 , а $\hat{S}(x)$ — в точке \hat{x} , разложим $\hat{S}(x)$ в ряд

Тейлора относительно значения x_0 и вычислим производную $\frac{\partial \hat{S}(\hat{x})}{\partial x}$, ограничиваясь

двумя первыми членами ряда

$$\frac{\partial \hat{S}(\hat{x})}{\partial x} \cong \frac{\partial}{\partial x} e(x_0) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} S(x_0) (\hat{x} - x_0) = 0,$$

$$e(x) = \hat{S}(x) - S(x).$$

Следовательно,

$$(2) \quad \sigma_x = [E(\hat{x} - x_0)^2]^{1/2} = \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} S(x_0) \right]^{-1} \left\{ E \left[\frac{\partial}{\partial x} e(x_0) \right]^2 \right\}^{1/2}.$$

Обозначив $\Phi_I(x) = \left[\frac{\partial \Phi_m(x)}{\partial x} \right]$, найдем дисперсию производной

$$(3) \quad E_e \left[\frac{\partial}{\partial x} e(x) \right]^2 = \frac{1}{2} \Phi_I^*(x) P_1^{-1} P P_1^{-1} \Phi_I(x).$$

Рассмотрим в качестве примера случай многоэлементной вертикальной решетки, удовлетворяющей условию приближенной ортогональности отсчетов амплитуды нормальных волн

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Phi_m^2(x_i) \cong 1; \quad \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \Phi_m(x_i) \Phi_p(x_i) \cong 0, \quad m \neq p.$$

Для упрощения положим, что ковариационная матрица шумов равна $N=N_0I$, т. е. помеху будем задавать белым некоррелированным по каналам шумом. Пусть также $P_0 = \text{diag} [\sigma_{\theta m}^2]$, где $\sigma_{\theta m}^2$ — дисперсия m -й компоненты функции источника. Тогда из формул (2) и (3) получаем

$$\sigma(x) = \left(\frac{N_0}{2n} \right)^{1/2} \left[\frac{\partial}{\partial x^2} S(x_0) \right]^{-1} \left\{ \sum_{m=1}^M \left[\gamma_m \frac{\partial}{\partial x} \Phi_m(x_0) \right]^2 (1+q_m)^{-2} \right\}^{1/2},$$

где $q_m = \frac{N_0 \gamma_m^2}{n \sigma_{\theta m}^2}$. Безразмерный параметр q_m определяет величину выигрыша в

точности оценки (1) по сравнению с оценкой методом наименьших квадратов, соответствующей $q_m=0$. Таким образом, при увеличении энергии шума или уменьшении флуктуационной составляющей плотности источников дисперсия оценки \hat{x} уменьшается. Это объясняется тем, что при увеличении шумов в соответствии с алгоритмом (1) резко уменьшается вес входных данных $P_1^{-1} A^* N^{-1} Y$ и в пределе оценка $\hat{Q}=Q_0$. Конечно, при этом увеличивается смещение оценки, но это смещение существенно меньше возможного разброса из-за зашумленности входной реализации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hinich M. J. Maximum-likelihood signal processing for a vertical array.— J. Acoust. Soc. America, 1973, v. 54, № 2, p. 499—503.
2. Садовничий В. А. Теория операторов, М.: Изд-во МГУ, 1979.
3. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах, М.: Изд-во АН СССР, 1957.
4. Толстой И., Клей К. С. Акустика океана, М.: Мир, 1969.
5. Рао С. Р. Линейные статистические методы и их применение, М.: Наука, 1968.

Северо-западный заочный политехнический институт

Поступила в редакцию
30.VIII.1979
После исправления
8.IV.1980

УДК 534.231.1

ПЕРЕДАЧА АКУСТИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ПО ЕСТЕСТВЕННЫМ МОРСКИМ ВОЛНОВОДАМ

Семенов А. Т.

Оптические многомодовые волноводы некоторых типов обладают способностью воспроизводить изображение объекта, находящегося в его входном сечении, в дискретной последовательности так называемых синфазных сечений (см., например, обзор [1]). Следует ожидать, что данное явление будет наблюдаться как во всех спектральных интервалах электромагнитного излучения, так и для волновых процессов другой природы, например в акустике при многомодовом распространении звука по естественным морским волноводам. Наличие последних позволяет распространяться звуковым волнам низкой частоты на весьма большие расстояния за счет локализации поля внутри волноводного канала. В работе [2] исследованы основные закономерности сверхдальнего распространения звука и, в частности, фокусирующая способность подводного звукового канала. По аналогии с оптическими волноводами интересно рассмотреть способность акустических волноводов к передаче сложных изображений. Такой анализ удобно провести на хорошо изученных акустических волноводах в виде несимметричных слоев Эпштейна и Экарта.

Распределение поля в произвольном сечении многомодового волновода есть результат суперпозиции волновых полей разных мод, возбуждаемых на входе полем входного изображения. Волны разных мод распространяются вдоль волновода с разными фазовыми скоростями. Поэтому суперпозиция мод в произвольном сечении воспроизводит картину, совершенно непохожую на входную. Однако если существуют такие сечения z_s , где сдвиги фаз относительно входа для волн любой пары