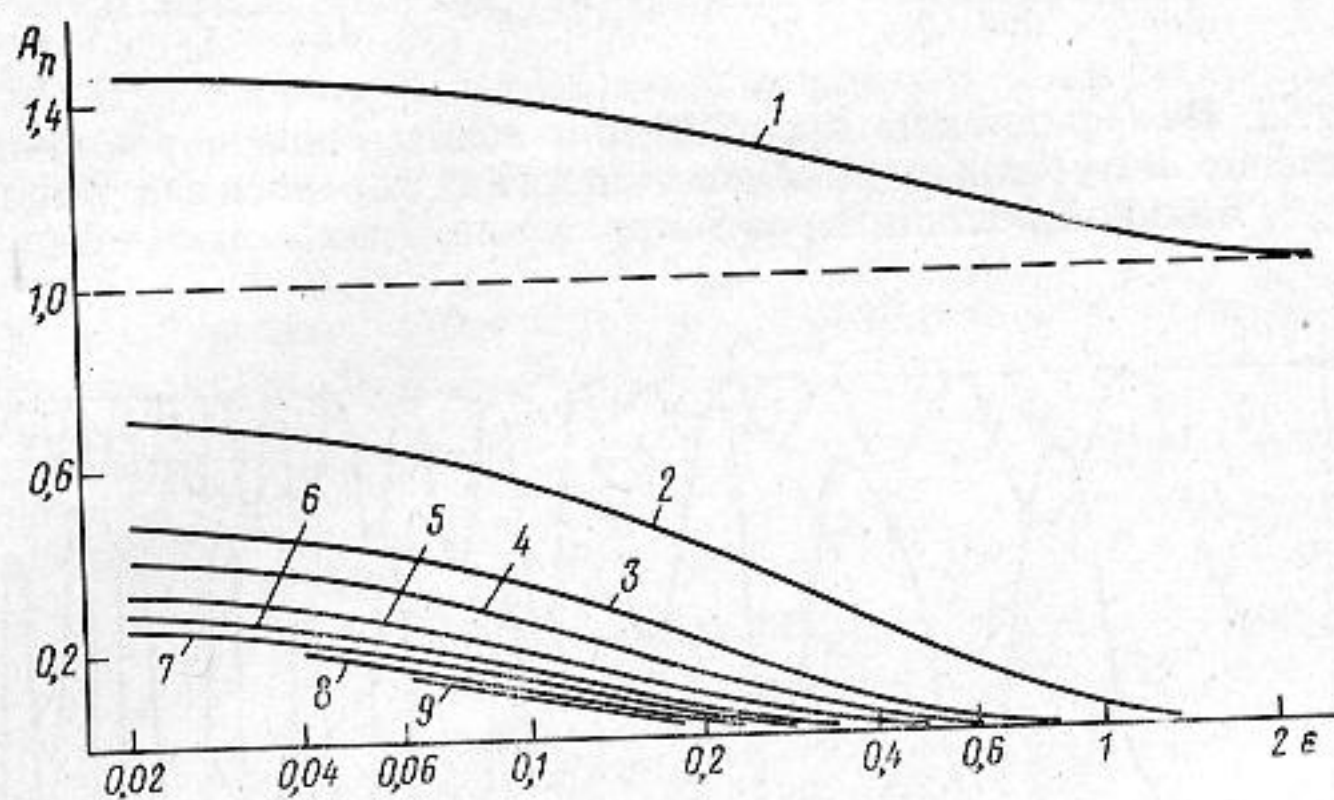


ПРОХОЖДЕНИЕ ВОЛНЫ ЛЯВА ЧЕРЕЗ ЗАКРУГЛЕНИЕ

Пятаков И. А.

Прохождение упругих поверхностных волн через выпуклое закругление до сих пор теоретически не исследовалось. Экспериментально было показано [1], что рэлеевская волна проходит закругление без заметного отражения или переизлучения в объемные волны, если радиус цилиндрического участка $R \gg \lambda$ (λ — длина волны). В то же время коэффициент прохождения волны, слабонеоднородной, локализованной в слое $H \gg \lambda$, осциллирует от частоты даже при выполнении условий $R > H \gg \lambda$ [2]. В настоящем сообщении на примере волны Лява прослежено изменение коэф-



Фиг. 1. Амплитуда смещений на цилиндрической поверхности в нормальной волне n -го номера, кривые $n=1-9$

фициента прохождения в зависимости от глубины локализации поверхностной волны и радиуса закругления и найдена оценка радиуса закругления, необходимого для практически полного прохождения волны.

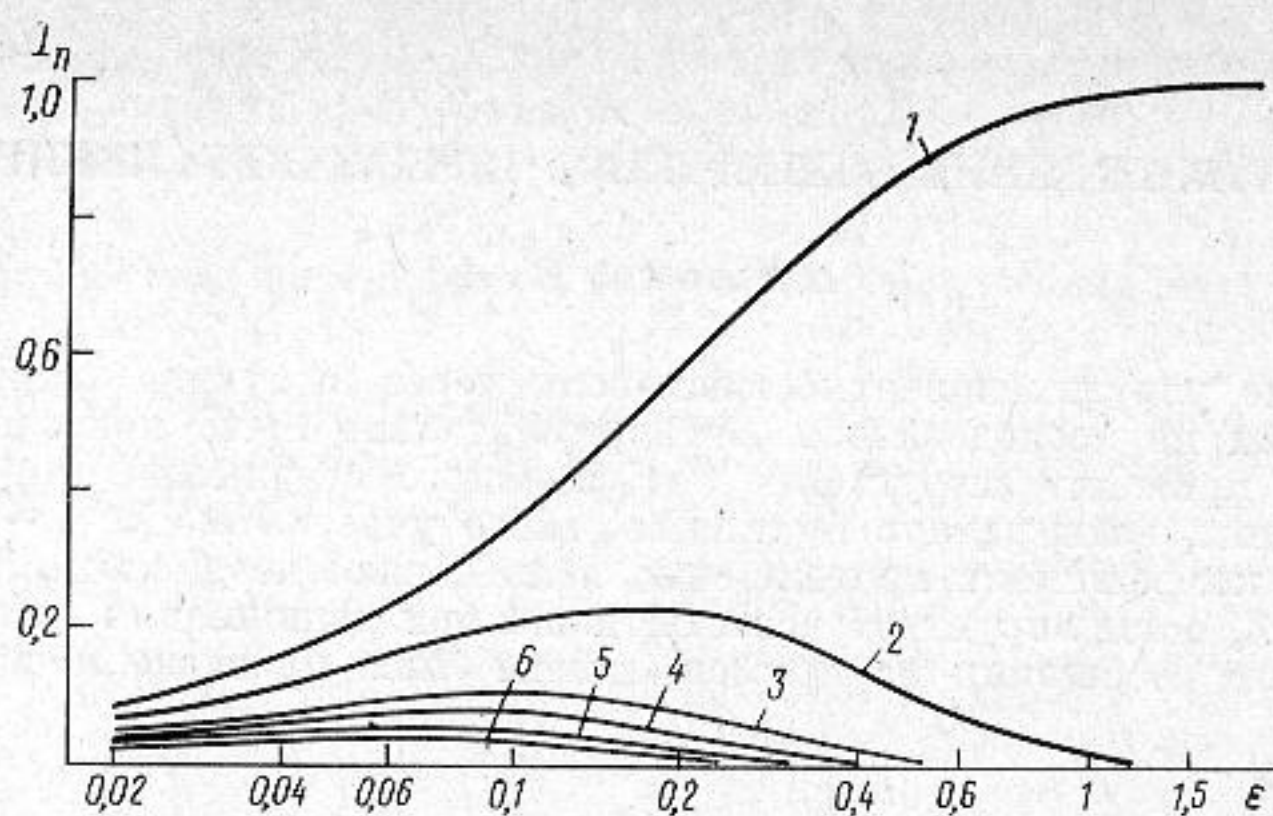
Рассмотрим поперечную поверхностную волну, удерживаемую у границы тонким замедляющим слоем инородного материала. Механические смещения с глубиной в ней описываются фактором $U(y) = \exp(-\delta ky)$, где k — волновое число, $H = 1/k\delta$ — глубина локализации, зависящая от свойств подложки и слоя. При набегании на цилиндрический участок поверхности волна Лява трансформируется в сумму нормальных волн на цилиндрической поверхности. Коэффициенты возбуждения A_n нормальных волн нетрудно найти, используя коэффициенты возбуждения, вычисленные в работе [3] для линейного силового источника в цилиндре:

$$(1) \quad a_n = \text{const} \text{Ai}(t/\varepsilon + g_n) / [(\varepsilon^2 - g_n) \varepsilon \text{Ai}(g_n)],$$

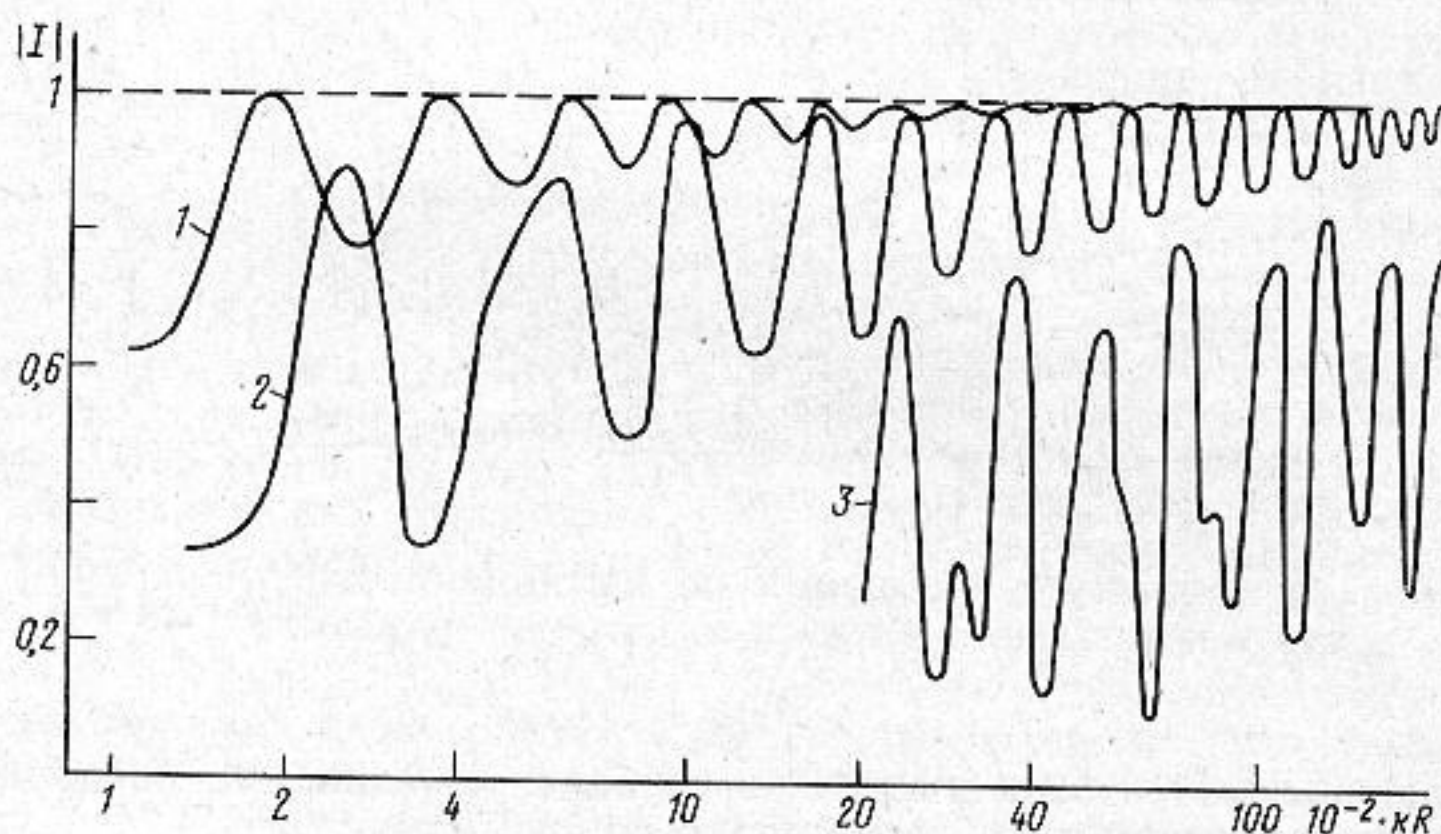
где $t = \delta ky$ — безразмерная координата по глубине, $\varepsilon = \delta(kR/2)^{1/2}$, g_n — n -й корень уравнения $\text{Ai}'(g)/\text{Ai}(g) = -\varepsilon$ (см. [3]), $\text{Ai}(g)$ — функция Эйри, затухающая при $g \rightarrow \infty$. В формуле (1) опущены члены порядка δ^{-2} , $(kR)^{-2/3}$. Используя далее приближение заданного поля, т. е. предполагая, что в радиальном сечении, разделяющем плоский и цилиндрический участок поверхности, поле механических напряжений такое же,

как в падающей волне, получим $A_n(\varepsilon) = \int_0^{\infty} e^{-t} \text{Ai}(t/\varepsilon + g_n) dt / [(\varepsilon^2 - g_n) \varepsilon \text{Ai}(g_n)]$. Ре-

зультаты расчета на ЭВМ коэффициентов $A_n(\varepsilon)$, имеющих смысл амплитуд смещений на цилиндрической поверхности в нормальных волнах, нормированных по амплитуде смещений в падающей волне на плоской поверхности, представлены на фиг. 1. Из кривых следует, что одномодовый режим прохождения через закругление нарушается при значениях параметра $\varepsilon \approx 1$ или $kR \approx 2\delta^{-3}$. Другими словами, величина радиуса закругления R_0 , необходимая для одномодового и, как увидим ниже, для практически полного прохождения через закругление поверхностной волны, весьма быстро увеличивается с увеличением глубины ее локализации H ($H = 1/\delta k$). Так, если $H \approx \lambda$, то $R_0 \approx 80 \lambda$. Для слабонеоднородных волн, которые характеризуются значениями $H \approx 10 \lambda$, необходимо уже, чтобы $R_0 \approx 8 \cdot 10^5 \lambda$, т. е. в реальных ситуациях слабонеоднородные волны проходят через закругления, создавая на цилиндрическом участке многомодовую структуру поля, приводящую к осцилляциям в коэффициенте прохождения.



Фиг. 2. Коэффициенты прохождения волны Лява через закругление по n -му каналу или доля энергии, переносимая n -й нормальной волной через закругление, кривые $n=1-6$



Фиг. 3. Зависимость модуля коэффициента прохождения волны Лява от параметра кривизны kR при значениях $\delta=0,1; 0,04; 0,01$; соответственно кривые 1, 2, 3

Вычисленные в тех же приближениях, что и выше, коэффициенты прохождения через ограниченный участок закругления по n -му каналу, т. е. через промежуточное преобразование в волну n -го номера, имеют вид

$$I_n(\epsilon) = 2 \left[\int_0^\infty e^{-t} \text{Ai}(t/\epsilon + g_n) dt / \text{Ai}(g_n) \right]^2 / [(\epsilon^2 - g_n) \epsilon].$$

Эти величины приобретают прямой физический смысл амплитуд импульсов, переносимых нормальными волнами номера n , когда длина цилиндрического участка и различие между групповыми скоростями нормальных волн достаточны для разделения импульсов. В противном случае результирующим коэффициентом прохождения I будет сумма I_n , взятая с учетом набега фазы волн на участке закругления.

На фиг. 2 изображены зависимости коэффициентов $I_n(\epsilon)$, которые еще имеют смысл доли энергии, уносимой волной n -го номера. Из рисунка ясно, что при $\epsilon > 0,15$ волна первого номера переносит энергию большую, чем сумма других волн, обеспечивая близость коэффициента прохождения I к единице. При $\epsilon < 0,15$ возможен почти полный срыв распространения волны Лява вследствие интерференции нормальных волн, имеющих разные значения фазовых скоростей.

Фигура 3, на которой приведены графики $|I(kR)|$ при угловом размере закругления $\theta_0 = \pi/2$, иллюстрирует это утверждение. В указанных интервалах изменения kR коэффициент прохождения $|I|$ по мере уменьшения kR или $\epsilon = \delta(kR/2)^{1/2}$ осциллирует с увеличивающейся амплитудой. Причем уровень максимумов имеет тенденцию к снижению при увеличении кривизны закругления и (или) при увеличении глубины локализации волны Лява. Такой характер коэффициента $|I(kR)|$ имеет место при угловых размерах закругления $\theta_0 \approx (kR/2)^{-1/2}$.

Если угол закругления мал ($\theta_0 \ll (kR/2)^{-1/2}$), то I практически не зависит от параметра кривизны или частоты. В этом предельном случае можно найти простое вы-

ражение для I , если воспользоваться приближенной формулой $I_n \approx \pi \varepsilon \exp(-2\varepsilon g_n) / g_n^{1/2}$, где $g_n \approx 1,11[1+4(n-1)]^{2/3}$, и, принимая во внимание плавность изменения I_n от индекса n , заменить сумму соответствующим интегралом. В результате получим соотношение $I \approx 2\delta / (2\delta + i\theta)$, справедливое при условиях $\theta_0, \delta \ll (kR)^{-1/3}, kR \approx 2\delta^{-1}$. Оно показывает, что с увеличением глубины локализации и при нарастании угла закругления модуль коэффициента прохождения монотонно уменьшается. Слабо локализованная волна Лява ($\delta \approx 0,001$) даже при небольших углах θ_0 «срывается» с закругления.

Представленные результаты пригодны для анализа прохождения через закругление поперечных поверхностных волн и других типов, например волны Гуляева — Блюстейна.

Автор благодарит И. А. Викторова за внимание к работе и Л. В. Седова за помощь при вычислениях на ЭВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Викторов И. А. Прохождение и отражение рэлеевских волн на закруглениях различного радиуса. — Акуст. ж., 1961, т. 7, № 1, с. 90—91.
2. Анисимкин В. И., Морозов А. И. Циклическая ультразвуковая линия задержки с усилением на волнах Гуляева — Блюстейна. — Письма в ЖТФ, 1976, т. 2, № 9, с. 426—429.
3. Пятаков П. А. Возбуждение волн Лява, распространяющихся по цилиндрической поверхности. — Акуст. ж., 1980, т. 26, № 2, с. 237—241.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
10.1.1980

УДК 534.883.1:621.391.16

АДАПТИВНАЯ ОЦЕНКА МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ ИСТОЧНИКА ЗВУКА В ОДНОРОДНОМ ВОЛНОВОДЕ

Решетов Л. А.

Оценкой местоположения по глубине распределенного источника звука, находящегося в акустическом волноводе, принято называть оценку совокупности параметров, характеризующих поведение плотности источников. Так, например, в работе [1] положение источника отождествляется с вертикальной координатой максимума функции плотности источников. При этом для синтеза оценки плотности источников в этой работе используется метод наименьших квадратов. Известно, что этот метод имеет существенный недостаток: имеющиеся у экспериментатора априорные данные о структуре распределенного источника не могут быть использованы для уточнения оценок. С целью обобщения результатов работы [1] ниже выполнено исследование оценки плотности источников, максимизирующей апостериорную плотность вероятности, применительно к условиям приема сигнала в волноводе, однородном по двум координатам.

Пусть волноводный канал единичной высоты $x \in [0, 1]$ образован акустически абсолютно мягкой поверхностью и абсолютно жестким дном, а профиль скорости звука является функцией лишь одной переменной x . Соответствующий данной задаче дифференциальный оператор является самосопряженным оператором Штурма-Лиувилля [2]. Отсюда следует, что система собственных функций $\Phi_m(x)$ оператора образует полную в L^2 систему функций, ортонормированных на единичном интервале, а собственные числа являются счетным множеством $\gamma_1 < \gamma_2 < \gamma_3 \dots$. Используя теорему разложения, комплексную огибающую сигнала на выходе приемника можно представить сходящимся (в среднем) рядом [3, 4].

$$f(x) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{Q_m}{\gamma_m} \Phi_m(x),$$

где $Q_m = (S, \Phi_m) = \int_0^1 S(x) \Phi_m(x) dx$, $S(x)$ — плотность источников звука.

Если максимум функции $S(x)$ расположен на глубине x_0 , а расстояние между излучателем и приемником равно r , то для волновода единичной высоты с отражаю-