АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXVI 1980 Вып. 6

УДК 534.21

ОБ ИЗЛУЧЕНИИ ЗВУКА ТУРБУЛЕНТНЫМ ПОГРАНИЧНЫМ СЛОЕМ

К. А. Наугольных, С. А. Рыбак

Рассмотрено излучение звука турбулентным пограничным слоем у жесткой плоской границы, обусловленное трансформацией энергии вихревого поля в энергию потенциального поля, возникающей на жесткой границе. Установлено, что интенсивность акустического излучения при расчете на единицу площади поверхности пропорциональна шестой степени числа Маха; она максимальна в направлении вдоль границы.

Важным аспектом физики гидродинамических шумов является вопрос о влиянии границы на процесс генерации звука потоком. Обычно этот эффект рассматривается на основе анализа решений граничной задачи для уравнений Лайтхилла. Между тем имеет место и другой механизм генерации звука турбулентным потоком в присутствии жесткой границы, обусловленный трансформацией энергии вихревых мод в энергию потенциального движения, который, по-видимому, и дает основной вклад в излучение звука потоком [1].

Произвольное движение сжимаемой жидкости можно разбить на две части: потенциальную и вихревую. Если возмущения среды малы, то эти две компоненты не взаимодействуют друг с другом и полное возмущение среды можно рассматривать как суперпозицию указанных мод. Математически это обстоятельство проявляется в том, что из уравнений механики сплошной среды можно выделить две группы уравнений, описывающих потенциальное и вихревое движения, причем в линейном приближении эти группы уравнений оказываются независимыми. Учет нелинейных членов приводит к зависимости уравнений одной группы от другой, что отражает факт взаимодействия (включая и самовоздействие) мод возмущения. Соответствующие уравнения имеют вид [2]

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 p'}{\partial x_i^2}=\frac{\partial^2}{\partial x_i\,\partial x_k}\rho v_i v_k,\quad p'=c^2\rho', \tag{1}$$

$$\frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial t}=\operatorname{rot}[\mathbf{v}\mathbf{\Phi}]+\nu\Delta\mathbf{\Phi},\quad \mathbf{\Phi}=\frac{1}{2}\operatorname{rot}\mathbf{v}, \tag{2}$$

где p', ρ' — избыточное давление и плотность; c — скорость звука в среде.

Примером взаимодействия разных мод может служить явление генерации звука потоками, когда в результате нелинейного взаимодействия завихренностей друг с другом происходит излучение звука. Это явление интенсивно изучалось в последнее время применительно к процессам шумообразования турбулентными потоками и струями [3]. При этом исследовались как шумы свободных струй в безграничном пространстве, так и шумы потоков в присутствии границ [4—6].

Между тем, и в этом заключается основная идея данной работы, при наличии у потока плоской жесткой границы существует механизм, приводящий к процессам генерации звука турбулентным пограничным слоем.

Механизм этот связан с тем, что на жесткой плоской границе энергия вихревого поля трансформируется в энергию потенциального поля (волн сжатия). Рассмотрим подробнее этот механизм. Вначале приведем, следуя работе [7], сведения о картине движения в пограничном слое.

Пусть пограничный слой образуется при обтекании плоской полубесконечной жесткой пластины. Будем считать, что ось x лежит в плоскости пластины и направлена по потоку, а ось y перпендикулярна ей. Начало координат расположено на краю пластины. Скорость жидкости в каждой точке турбулентного пограничного слоя можно представить в виде суммы средней скорости u, имеющей только x-составляющую, и пульсационной скорости v. Средняя скорость u на толщине пограничного слоя нарастает от нуля до скорости потока U. При рассмотрении зависимости $u(y)$ можно выделить два участка. На первом из них, непосредственно прилегающем к пластине, скорость u растет линейно с увеличением y. Этот участок называется вязким подслоем, так как характер течения здесь определяется силами вязкости. Толщина вязкого подслоя $y_0 \sim \nu/v^*$, где $v^* \equiv \sqrt{\overline{v^2}}$.

Второй участок характеризуется логарифмической зависимостью $u(y)$ и называется поэтому «логарифмическим профилем». Толщина этого участка определяется (по порядку величины) соотношением

$$\delta' \sim v^* x/U, \tag{3}$$

т. е. она нарастает линейно с удалением от кромки пластины вдоль по потоку. Общие соотношения, которые описывали бы распределение $u(y)$ в этой области, отсутствуют. Имеется лишь ряд эмпирических зависимостей, применимость которых весьма ограничена. Так, например, в области больших чисел Рейнольдса справедливо уравнение

$$u = v^*[2{,}40 \ln (yv^*/\nu) + 5{,}84]. \tag{4}$$

Что касается зависимости v от y, то пульсационная скорость линейно нарастает от нуля до v^* на протяжении вязкого подслоя и остается неизменной в области логарифмического профиля.

Величина v^* пропорциональна средней скорости потока:

$$v^* = \alpha U, \tag{5}$$

коэффициент α характеризует степень турбулизации потока; обычно $\alpha = 0{,}1 \div 0{,}01$.

Турбулентный пограничный слой можно рассматривать как движение вихрей разных размеров. При этом характерный размер вихря равен толщине пограничного слоя δ' (или, точнее, толщине вытеснения $\delta = (1/8 \div 1/5)\delta'$.

Энергетический пространственно-временной спектр пульсаций скорости является широкополосным. Подробные сведения о спектре в настоящее время отсутствуют. Известно, однако, что этот спектр характеризуется наличием широкого плато, в пределах которого находятся характерные частоты $\omega = v^*/\delta$ и U/δ, первая из которых определяется обратным временем распада вихря, а вторая — временем его переноса как целого. Характерным масштабом пространственного спектра является величина $k = \delta^{-1}$.

Рассмотрим отражение пространственно-временной поперечной компоненты вихревого поля вида $\mathbf{u}(u_x, u_y) = \mathbf{u}_0 \exp i(\mathbf{kr} - \omega t)$, имеющей частоты $\omega = v^*/\delta$ и пространственный масштаб

$$k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} = 2\pi\delta^{-1}.$$

При этом следует учесть наличие вязкого подслоя. Нетрудно убедиться, что ввиду малости толщины вязкого подслоя он не изменяет масштабов вихревого поля. Движение жидкости в области вязкого подслоя описыва-

ется уравнениями

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 p}{\partial x_i^2}=0, \tag{6}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t}=\nu\Delta\Phi, \tag{7}$$

которые получаются из уравнений исходной системы (1), (2) при пренебрежении нелинейными членами. Нелинейный член первого уравнения вообще несуществен при описании рассматриваемого механизма. Пренебрежение нелинейностью второго уравнения основано на том, что в области вязкого подслоя

$$|\mathrm{rot}\,\mathbf{v}\Phi|/\nu\Delta\Phi\sim vy/\nu<1 \text{ при } y<y_0,$$

так как $vy_0/\nu\sim 1$.

Из уравнений (6), (7) следует, что длина вязкой волны λ, соответствующая частоте ω, определяется соотношением

$$\lambda=\sqrt{\nu/\omega}\,(1+i)\sqrt{2^{-1}},$$

так что $y_0/\lambda=\sqrt{y_0/\delta}\ll 1$, т. е. толщина вязкого подслоя оказывается малой по сравнению с длиной вязкой волны. Ввиду малости толщины подслоя его влияние незначительно. В самом деле, изменение величин $u_x(y)$ и $u_y(y)$ на толщине вязкого подслоя можно описать соотношениями

$$u_i(y)=u_i(y_0)\cos\frac{y_0-y}{\lambda}+u_i'\sin\frac{y_0-y}{\lambda}.$$

Поскольку $y_0/\lambda\ll 1$, $u_i(0)=u_i(y_0)+O(y_0/\lambda)$. В силу этого можно считать, что энергонесущие компоненты спектра масштаба k непосредственно удовлетворяют граничным условиям прилипания на стенке:

$$u_x+v_x=-w_x,\quad u_y+v_y=-w_y, \tag{8}$$

где u_i, v_i — амплитуда колебательной скорости в падающей и отраженной поперечных вихревых компонентах, а w_i — амплитуда возникающей при отражении звуковой волны. Выполняются также соотношения

$$\begin{aligned} &k_xv_x+k_yv_y=0,\\ &k_xu_x-k_yu_y=0,\\ &q_xw_y-q_yw_x=0, \end{aligned} \tag{9}$$

вытекающие из условия соленоидальности поперечных волн ($\mathrm{div}\,\mathbf{v}=0$, $\mathrm{div}\,\mathbf{u}=0$) и потенциальности продольных ($\mathrm{rot}\,\mathbf{w}=0$). Здесь q — волновое число продольной волны. Из уравнений (8), (9) следует

$$u_x+(k_x/q_y)\,w_y=-v_x, \tag{10}$$

так как $q_x=k_x$. Отсюда получим выражение для колебательной скорости отраженной волны:

$$w_y=\frac{2k_x/k_y}{1-k_x^2/k_yq_y}\,v_x. \tag{11}$$

Оценим теперь отношения k_x/k_y и k_x/q_y. Для выполнения граничного условия необходимо, чтобы $k_x=q_x=q\cos\theta$, и потому

$$q_y=\sqrt{\omega^2/c^2-q_x^2}=\sqrt{\omega^2/c^2-k_x^2}. \tag{12}$$

Отсюда ясно, что бегущие волны сжатия существуют лишь при $k_x\leqslant\omega/c$. При этом $q_y\sim k_x$, т. е. $k_x/q_y\sim 1$. Но с другой стороны

$$k\sim\delta^{-1}\sim\omega/v^*=\omega/\alpha U\gg\omega/c.$$

Поэтому $k_y \sim k \sim \omega/\alpha U$, $k_x/k_y = q_x/k$, откуда

(13) $$k_x/k_y = \alpha U \cos\theta/c \sim \alpha M,$$

где $M = U/c$ — числа Маха для потока. Поскольку $v_x \sim v^*$, из формулы (1) получим, что колебательная скорость продольной волны на границе по порядку величины равна

(14) $$w_y \sim \alpha M v_x \sim \alpha^2 M U.$$

Потенциал скорости, создаваемый распределением по поверхности нормальных скоростей $w = w_y$, выражается формулой

(15) $$\varphi = \frac{1}{2\pi r}\int w \frac{e^{ikr}}{r} ds \sim \frac{w\delta^2}{r},$$

а возмущение плотности в волне равно

(16) $$\rho' = i\omega\varphi\rho_0/c^2 \sim \rho_0\omega w\delta^2/c^2 r \sim \rho_0\alpha^3 M^3\delta/r.$$

Отсюда интенсивность излучаемого звука в расчете на единицу площади границы

(17) $$\frac{I}{\delta^2} = \frac{c^3\rho'^2}{\rho_0\delta^2} = \frac{\rho c^3}{r^2}\alpha^6 M^6.$$

В работе [8] измерялись шумы, излучаемые всплывающим устройством. Уровень шума, приведенный к поверхности всплывающего устройства, при скорости $u \sim 30$ узлов составил $\sim 25 \cdot 10^3$ дин/см^2, что соответствует интенсивности звука, излучаемой с единичной площади поверхности всплывающего устройства $I/S \sim 10^{-6}$ эрг/см$^4 \cdot$с.

Принимая для грубой оценки, на основании экспериментальных данных [3], что $\alpha \sim 0{,}1$, по формуле (17) получим для этого случая: $I/S \sim$ $\sim 10^{-6}$ эрг/см$^4 \cdot$с.

Важно отметить, что приведенная оценка свидетельствует о том, что описанный механизм генерации звука может объяснить наблюдаемые в эксперименте уровни гидродинамических шумов.

В отличие от этого учет вклада одних лишь объемных источников квадрупольного типа, действующих в толще пограничного слоя, приводит к значениям $I/S \sim 10^{-9}$ эрг/см$^4 \cdot$с; эта величина оказывается на несколько порядков ниже наблюдаемых уровней шума.

Выясним теперь вопрос о направленности возникающего акустического излучения. Для этого выразим амплитуду продольной волны u^l в функции угла θ, где $\theta = \operatorname{arc\,tg}(q_y/q_x)$.

Записывая $(u^l)^2 = (u_x^l)^2 + (u_y^l)^2$ и принимая во внимание, что из условия $w + \mathbf{u} = 0$ вытекает отношение $u_x^l = (q_x/q_y)u_y^l$, найдем

(18) $$(u^l)^2 = (u_y^l)^2(1 + q_x^2/q_y^2),$$

где $(u^l)^2$ определяется формулой (11). Подставляя его значение из этой формулы и принимая во внимание, что $k_x/k_y = \alpha M \cos\theta$, получим

(19) $$I = \rho c v^{*2}\left[\frac{2\alpha M\cos\theta}{\sin\theta - \alpha M\cos\theta}\right]^2.$$

Отсюда следует, что при $\theta \to \pi/2$, $I \to 0$, при $\theta \to 0$ $I = 4\rho c v^{*2}$, т. е. излучение направлено вдоль потока.

Таким образом, роль жесткой границы в процессе генерации звука пограничным слоем двояка: она отражает звук, порожденный объемными источниками; наличие границы обусловливает трансформацию энергии вихревого движения в звук, что и дает основной вклад в акустическое излучение турбулентного пограничного слоя.

Разумеется, проведенная оценка относится к низкочастотной компоненте акустического излучения пограничного слоя, соответствующей, по-видимому, максимуму в спектре шума. Количественная теория, позволяющая определить спектр акустического излучения пограничного слоя в широком диапазоне частот, еще нуждается в серьезной разработке.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Наугольных К. А., Рыбак С. А.* Об излучении звука турбулентным пограничным слоем. Тр. Акуст. ин-та, 1971, вып. XVI, 129–135.
2. *Boa-Teh-Chu, Kovasznay L. S. G.* Non linear interaction in a viscous heat conducting compressible gaz. J. Fluid Mech., 1958, *3*, 5, 494–514.
3. *Lighthill M. J.* On sound generated aerodinamically. Proc. Roy. Soc. (London), 1952, *A211*, 564–587.
4. *Kraichnan R. H.* Pressure fluctuations in turbulent flow over a flat plate. J. Acoust. Soc. America, 1956, *28*, 3, 378–390.
5. *Powell A.* Aerodynamic noise and the plane boundary. J. Acoust. Soc. America, 1960, *32*, 8, 982–990.
6. *Лямшев Л. М.* Излучение звука упругими оболочками, возбуждаемыми турбулентным аэродинамическим потоком. Акуст. ж., 1961, *7*, 1, 59–66.
7. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1954.
8. *Haddle G. P., Skudrzyk E. J.* The Physics of Flow Noise. J. Acoust. Soc. America, 1969, *46*, 1 (p. 2), 130–157.

Акустический институт
Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила
5 февраля 1979 г.
После исправления
20 августа 1979 г.