АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXVI 1980 Вып. 3

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 534.221.1

О РАСПРОСТРАНЕНИИ ЗВУКА В АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ С НАВЕДЕННОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ

В. Я. Анисимов, В. М. Дашенков, В. И. Кравченко

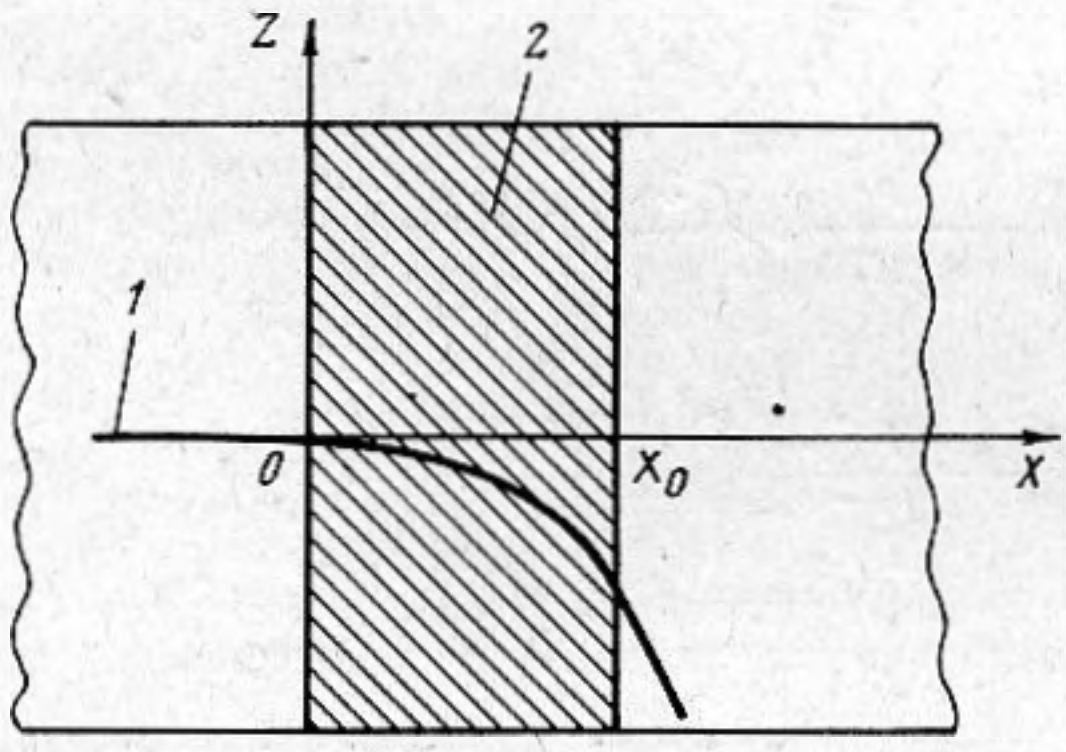
В связи с развитием акустоэлектроники в последнее время значительно возрос интерес к вопросам, связанным с исследованием особенностей распространения звуковых волн в анизотропных кристаллах. Целью настоящей работы является учет влияния анизотропии скорости звука на геометрию акустического луча, распространяющегося в кристалле, в котором создан градиент скорости в поперечном направлении.

Пусть акустический пучок, распространяющийся первоначально прямолинейно в направлении оси X (фигура), попадает в анизотропную кристаллическую среду, в которой создан постоянный градиент скорости звука в направлении оси Z.

Распределение скорости звука в такой среде запишется в виде

$$v(z, p)=v_0[1+kz+f(p)], \tag{1}$$

где v_0 – скорость звука в направлении оси X при $z=0$; k – коэффициент, пропорциональный градиенту скорости звука в направлении оси Z; $p=dz(x)/dx$, а $z(x)$ –



Геометрия акустического луча в кристалле при наличии градиента скорости в поперечном направлении: 1 – акустический луч; 2 – область кристалла, в которой создан градиент скорости звука

уравнение, описывающее форму луча в кристаллической среде (область *2* на фигуре),

$$f(p)=\frac{1}{v_0}\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_{p=0} p+\frac{1}{v_0}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial p^2}\right)_{p=0} p^2+\ldots \tag{2}$$

– функция, описывающая анизотропию скорости звука.

Для малых углов отклонения акустического пучка от первоначального направления распространения в разложении (2) можно пренебречь всеми членами, порядок которых выше первого, и полагать зависимость фазовой скорости звука от направления линейной. Линейная модель изменения фазовой скорости верна для всех направлений, кроме тех, где векторы фазовой и групповой скоростей коллинеарны, т. е. где $(\partial v/\partial p)_{p=0}=0$. Для этих направлений справедлива параболическая модель, т. е. в (2) остается лишь второй член разложения.

Для нахождения геометрии звукового пучка воспользуемся методом лучевого приближения (геометрической акустики), согласно которому решение задачи сводится к отысканию минимума интегрального функционала:

$$T=\int_0^{x_0}\frac{\sqrt{1+p^2}}{v}\,dx, \tag{3}$$

где T – время прохождения звуковым пучком области 2. Поскольку переменная x явно не входит в подынтегральное выражение (3), можно сразу записать первый интеграл [1], который имеет для линейной модели вид

$$\sqrt{1+p^2}(1+kz+Ap)^2=1+kz+2Ap+Ap^3, \tag{4}$$

а для параболической –

$$\sqrt{1+p^2}\left(1+kz+\frac{b}{2}p^2\right)^2=1+kz+\frac{3}{2}bp^2+bp^4, \tag{5}$$

где $A=1/v_0(\partial v/\partial p)_{p=0}$ и $b/2=1/v_0(\partial^2 v/\partial p^2)_{p=0}$ – безразмерные коэффициенты, являющиеся мерой анизотропии кристалла.

Разрешая (4) и (5) относительно z и извлекая приближенно корни с учетом того, что $Ap\ll 1$ и $bp^2\ll 1$, получим

$$z=\frac{1}{k}\left[\left(\frac{1}{\sqrt{1+p^2}}-1\right)+Ap^3-A^2p^2\right] \tag{6}$$

для линейной модели и

$$z=\frac{1}{k}\left[\left(\frac{1}{\sqrt{1+p^2}}-1\right)+\frac{b}{2}p^2+bp^4-3b^2p^4\right] \tag{7}$$

для параболической модели.

Затем, дифференцируя (6) и (7) по p и подставляя полученные выражения производных в тождество $x=\int_0^p\left(\frac{dz}{dp}\right)\frac{dp}{p}$, выразим x.

Для линейной модели получим

$$x=\frac{1}{k}\left[-\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}+\left(\frac{3}{2}Ap^2-2A^2p\right)\right], \tag{8}$$

для параболической

$$x=\frac{1}{k}\left[-\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}+\left(bp+\frac{4}{3}bp^3\right)-4b^2p^3\right]. \tag{9}$$

Уравнения (6) – (9) определяют геометрию акустического пучка в параметрической форме соответственно для линейной и параболической моделей анизотропии скорости звука.

Проанализируем полученные выражения для некоторых конкретных случаев.

Для случая линейной модели при сильной анизотропии, т. е. при $A\gg p$, пренебрегая членами высших порядков малости по p, выражения (6) и (8) можно привести к виду

$$z=\frac{1}{k}\left[\frac{1}{\sqrt{1+p^2(1+2A^2)}}-1\right] \quad \text{и} \quad x=\frac{1}{k}\left[-\frac{p(1+2A^2)}{\sqrt{1+p^2(1+2A^2)}}\right]. \tag{10}$$

Здесь луч – часть эллипса с центром в точке с координатами $\left(0,\ -\frac{1}{k}\right)$ и полуосями $\sqrt{1+2A^2}/k$ по оси x и $1/k$ по оси z. Таким образом, в отличие от изотропной среды, где, как известно (см., например, [1]), акустический луч является частью дуги окружности с радиусом $1/k$, анизотропия приводит к деформации луча в дугу эллипса.

В случае линейной модели при слабой анизотропии либо достаточно больших углах отклонения акустического луча, т. е. при $A\ll p$, выражения (6) и (8) преобразуются к виду

$$z=\frac{1}{k}\left(\frac{1}{\sqrt{1+p^2}}-1+Ap^3\right) \quad \text{и} \quad x=\frac{1}{k}\left(-\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}+\frac{3}{2}Ap^2\right), \tag{11}$$

и здесь поправки к соответствующим значениям x и z для изотропной среды будут незначительны. Следовательно, в случае выполнения условия $A \ll p$ при расчетах геометрии луча анизотропией можно пренебречь.

В случае параболической модели при $b \neq 1$ выражения (7) и (9) преобразуются к виду

$$z = \frac{1}{k}\left(\frac{1}{\sqrt{1+p^2|1-b|}} - 1\right) \quad \text{и} \quad x = \frac{1}{k}\left(-\frac{p|1-b|}{\sqrt{1+p^2|1-b|}}\right), \tag{12}$$

т. е. здесь, как и в случае линейной модели, при сильной анизотропии звук будет распространяться по дуге эллипса с центром в точке $\left(0, -\frac{1}{k}\right)$ и размерами полуосей $\sqrt{|1-b|}/k$ по оси x и $1/k$ по оси z. В отличие от случая линейной анизотропии, где полуось по x всегда больше полуоси по z, здесь для $0<b<2$ полуось по x меньше полуоси по z и, следовательно, поворот луча больше, чем в изотропной среде при той же длине кристалла.

Особый интерес представляет случай параболической модели при $b=1$. Для этого значения b уже недостаточно приближение (12), поэтому в разложении (7) и (9) приходится учитывать члены более высоких порядков по p. Соответствующие выражения для x и z принимают вид

$$z = -15p^4/8k, \quad x = -15p^3/6k. \tag{13}$$

Сравнивая полученные решения (13) с решениями для изотропной среды, находим для отношения $p_{\text{ан}}$ (p в анизотропной среде) и $p_{\text{из}}$ (p в изотропной среде) при $p_{\text{из}} \ll 1$ выражение

$$\frac{p_{\text{ан}}}{p_{\text{из}}} = \sqrt[3]{\frac{6}{15}}\, p_{\text{из}}^{-2/3} \gg 1. \tag{14}$$

Это означает, что отклонение луча значительно увеличивается за счет анизотропии в сравнении с отклонением его в изотропной среде (при одинаковых x и k).

В заключение проиллюстрируем полученные результаты численными примерами для поверхностных акустических волн (ПАВ), распространяющихся по кристаллу ниобата лития Y-среза.

Градиент скорости звука может быть создан в кристалле, например, путем экранировки пьезоэлектрического поля поверхностных акустических волн с помощью полупроводниковой пластины специальной формы [2]. Коэффициент k, пропорциональный градиенту скорости звука, достигает по величине половины значения коэффициента электромеханической связи кристалла, а углы отклонения акустического луча составляют около 10°.

Пусть первоначальное направление распространения поверхностной волны совпадает с осью z. Вдоль этого направления $\partial v/\partial p = 0$, и, следовательно, в этом случае применима параболическая модель. Параметр b для этого направления равен $-1{,}08$ [3], а тангенс угла отклонения луча p от первоначального направления распространения с учетом анизотропии будет в $(1-b) = 2{,}08$ раза меньше соответствующей величины, рассчитанной без учета анизотропии.

Пусть теперь поверхностная акустическая волна распространяется вдоль направления, составляющего угол 21,8° с осью z. Для этого направления также применима параболическая модель. Полученный на основании результатов работы [3] параметр b по этому направлению равен 0,4, а отклонение луча с учетом анизотропии будет уже в 1,67 раза больше отклонения без учета анизотропии.

Рассмотрим в заключение область углов от 30° до 70°. В этой области применима линейная модель. Коэффициент A, рассчитанный по данным работы [4], будет равен 0,17, и отклонение луча с учетом анизотропии получается в $1+2A^2 \approx \approx 1{,}06$ раза меньше, чем без ее учета.

Из приведенных численных примеров видно, что при расчете геометрии акустического луча учет анизотропии обязателен, поскольку использование изотропной модели для анизотропной среды дает лишь весьма грубые оценки.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Джеффрис Г., Свирлс Б.* Методы математической физики, т. 2. М., «Мир», 1970.
2. *Дашенков В. М., Кравченко В. И., Анисимов В. Я.* Электроакустический переключатель на поверхностных акустических волнах. Положительное решение по заявке № 2716346/18—23 от 31.7.1979.
3. *Каринский С. С.* Устройства обработки сигналов на ультразвуковых поверхностных волнах. М., «Советское радио», 1975.

4. *Campbell J. J., Jones W. R.* A method for estimati optimal crystal cuts and propogation directions for excitation of pieroelectric surface waves. IEEE Transaction on Sonic and Ultrasonic, 1968, SU-15, 4, 209–217.

Минский радиотехнический институт

Поступила
27 апреля 1979 г.
После переработки
12 сентября 1979 г.

УДК 534.232

ОБ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОМ ПРЕОБРАЗОВАНИИ ЭНЕРГИИ В ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКИХ СТЕРЖНЯХ

Б. С. Аронов

Известно, что существует качественное различие в электромеханическом преобразовании энергии при колебаниях пьезоэлектрических стержней, возбуждаемых на основе поперечного или продольного пьезоэффекта. Это различие приводит, в частности, к появлению в эквивалентной электромеханической схеме стержневого преобразователя для случая продольного пьезоэффекта отрицательной емкости на электрической стороне или дополнительной податливости на механической [1, 2].

Если рассматривать электромеханическое преобразование с позиций энергетического метода [3], это различие приобретает ясный физический смысл, и удается легко установить условия, при которых оно практически исчезает. Покажем это на примере преобразования энергии при продольных колебаниях тонких пьезокерамических стержней с различным расположением электродов (фиг. 1) в случае, когда энергия подводится к стержню только с электрической стороны.

Будем считать, как и в работе [2], что размеры поперечного сечения стержня малы по сравнению с его длиной, так что в случае, представленном на фиг. 1, *а*, отличны от нуля только механические напряжения σ_1, а в случае фиг. 1, *б—г* — σ_3 (индекс 3 при символах механического напряжения, деформации, электрического поля и индукции соответствует направлению, совпадающему с направлением поляризации пьезоэлемента; на фиг. 1, *а* это направление оси z, а на фиг. 1, *б—г* — направление оси x; направление оси x на фиг. 1, *а* обозначается индексом 1).

Приведенное в статье [3] общее выражение для «способной к обращению» энергии $W_{\text{эл. мех}}$, характеризующей электромеханическое преобразование, в рассматриваемых нами вариантах конструкций может быть представлено в виде

$$W_{\text{эл. мех}} = \frac{bd_{31}}{s_{11}^E} u \int_0^l \varepsilon_1(x)\,dx = \frac{bt}{2s_{11}^E} \int_0^l \varepsilon_1^2(x)\,dx - \tag{1}$$

для случая, соответствующего фиг. 1, *а*, и

$$W_{\text{эл. мех}} = \frac{bt}{l}\frac{d_{33}}{s_{33}^E} u \int_0^l \varepsilon_3(x)\,dx = \frac{bt}{2s_{33}^E} \int_0^l \varepsilon_3^2(x)\,dx + \tag{2}$$

$$+ \frac{1}{2}\frac{d_{33}^2 bt}{\varepsilon_{33}^{\varepsilon_3}(s_{33}^E)^2}\left\{\int_0^l \varepsilon_3^2(x)\,dx - \frac{1}{l}\left[\int_0^l \varepsilon_3(x)\,dx\right]^2\right\} -$$

для случая, соответствующего фиг. 1, *б*.

В выражениях (1) и (2) l, b и t — соответственно длина, ширина и толщина стержней, $\varepsilon_1(x)$ и $\varepsilon_3(x)$ — деформации стержней, возникающие при подаче на электроды напряжения u; d_{31} и d_{33} — пьезоэлектрические модули; s_{11}^E, s_{33}^E — постоянные упругой податливости при неизменном электрическом поле; $\varepsilon_{33}^{\varepsilon_3}=\varepsilon_{33}^{\sigma}(1-k_{33}^2)$, $\varepsilon_{33}^{\sigma}$ — диэлектрическая проницаемость при постоянном механическом напряжении, $k_{33}=d_{33}/(\varepsilon_{33}^{\sigma}s_{33}^E)^{1/2}$ — коэффициент электромеханической связи пьезокерамики. Соответственно $d_{33}^2/\varepsilon_{33}^{\varepsilon_3}(s_{33}^E)^2=k_{33}^2/(1-k_{33})^2$. Члены вида $\frac{bt}{2s_{ii}^E}\int_0^l \varepsilon_i^2(x)\,dx = W_{\text{мех}}^E$ в пра-