

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 534.232.46

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ЭКВИВАЛЕНТНОЙ СХЕМЫ ПОЛЯРИЗОВАННОГО ПО ВЫСОТЕ КОРОТКОГО ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКОГО ЦИЛИНДРА

М. Е. Вассергисер

Эквивалентные схемы коротких поляризованных по высоте пьезокерамических цилиндров, совершающих радиальные колебания, рассматривались в ряде работ. Так, в [1] приведена эквивалентная схема тонкостенного кольца, в [2] получена многоконтурная эквивалентная схема, удобная для анализа резонансных режимов. В настоящей работе предложен вывод эквивалентной схемы такого преобразователя для случая радиально-симметричных колебаний с механической нагрузкой на внутренней и наружной цилиндрических поверхностях и нагрузкой на электрической стороне при работе на произвольной частоте.

Пусть ось цилиндра направлена по оси Z . При расчетах предполагается, что механические напряжения T_{zz} , T_{rz} на торцах цилиндра (а поскольку цилиндр короткий, то и во всем его объеме) отсутствуют, что соответствует нагружению торцевых поверхностей на акустически мягкую среду. Запишем основные уравнения движения, электростатики и пьезоэффекта, необходимые для решения задачи:

- (1) $\operatorname{div} T = \rho \partial^2 \mathbf{u} / dt^2$,
- (2) $\operatorname{rot} \mathbf{E} = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{D} = 0$,
- (3) $S_i = s_{ij}^E T_j + d_{im} E_m, \quad D_n = d_{nj} T_j + \epsilon_{nm}^T E_m$;

здесь T — тензор механических напряжений, \mathbf{u} — вектор смещения, ρ — плотность, t — время, \mathbf{D} — электрическая индукция, \mathbf{E} — напряженность электрического поля, S_j — деформации; константы, характеризующие свойства пьезокерамики, записаны в общепринятых обозначениях.

Из условий (2) непосредственно следует

$$(4) \quad E_z = U/l, \quad I = j\omega 2\pi \int_{r_1}^{r_2} D_z r dr,$$

где U — напряжение на обкладках, l — высота цилиндра, I — электрический ток, ω — круговая частота, r — радиус-вектор.

Граничные условия имеют вид

$$(5) \quad \begin{aligned} F_1 &= -2\pi r_1 l T_{rr}(r_1), & u(r_1) &= \dot{u}_1 / j\omega, \\ F_2 &= -2\pi r_2 l T_{rr}(r_2), & u(r_2) &= -\dot{u}_2 / j\omega, \end{aligned}$$

где r_1 — внутренний, r_2 — наружный радиусы цилиндра, F_1, F_2 — силы, \dot{u}_1, \dot{u}_2 — колебательные скорости на цилиндрических поверхностях.

Совместное решение уравнений (1), (3) с учетом принятых выше допущений и условий (4), (5) приводит к уравнениям вида

$$(6) \quad \begin{aligned} F_1 &= (Z_2^M + N_1 N_2 Z_0^S) (\dot{u}_1 + \dot{u}_2) + [Z_1^M + Z_0^S N_1 (N_1 - N_2)] \dot{u}_1 + I N_1 Z_0^S, \\ F_2 &= (Z_2^M + N_1 N_2 Z_0^S) (\dot{u}_1 + \dot{u}_2) + [Z_2^M + Z_0^S N_2 (N_2 - N_1)] \dot{u}_2 + I N_2 Z_0^S, \\ U &= \dot{u}_1 N_1 Z_0^S + \dot{u}_2 N_2 Z_0^S + I Z_0^S, \end{aligned}$$

где Z_2^M, Z_1^M, Z_2^M — механические импедансы, Z_0^S — электрический импеданс «зажатого» по радиусу преобразователя, N_1, N_2 — коэффициенты электромеханической

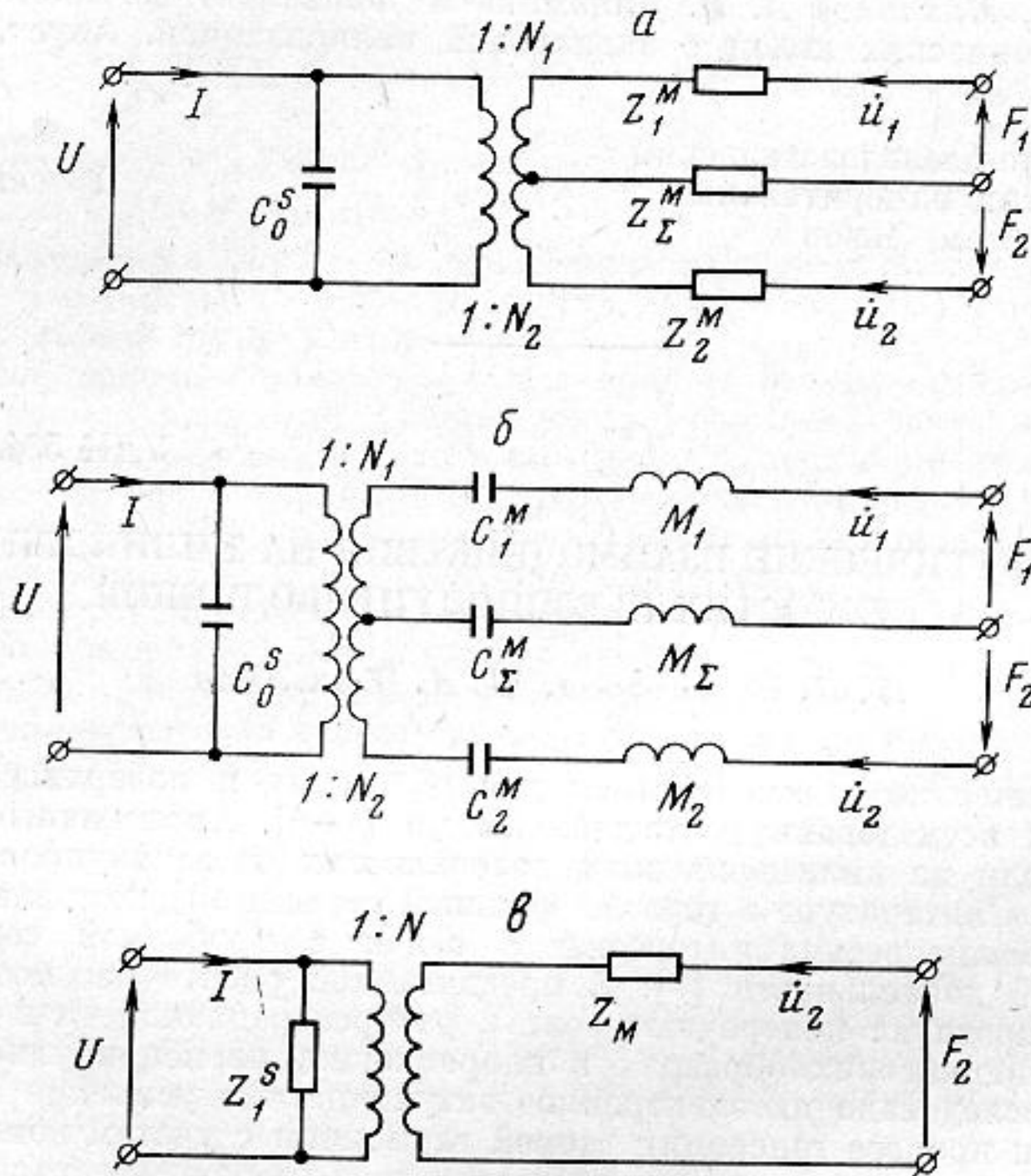
трансформации, причем

$$(7) \quad \begin{aligned} Z_2^M &= 4l/j\omega W_1 s_{11}^E (1-\sigma^2), \\ Z_1^M &= [4l/j\omega W_1 s_{11}^E (1-\sigma^2)] [(\pi x_1/2) W_3(x_2, x_1) - (\pi/2) \sigma W_1 - 1], \\ Z_2^M &= [4l/j\omega W_1 s_{11}^E (1-\sigma^2)] [(\pi x_2/2) W_3(x_1, x_2) + (\pi/2) \sigma W_1 - 1], \\ Z_0^S &= 1/j\omega C_0^S, \quad C_0^S = \pi(r_2^2 - r_1^2) \epsilon_{33}^T (1 - k_p^2) / l, \\ N_1 &= 2\pi r_1 d_{31} / s_{11}^E (1-\sigma), \quad N_2 = 2\pi r_2 d_{31} / s_{11}^E (1-\sigma), \end{aligned}$$

где $W_1 = J_1(x_1)N_1(x_2) - N_1(x_1)J_1(x_2)$,

$$W_3(x_i, x_h) = J_1(x_i)N_1'(x_h) - N_1(x_i)J_1'(x_h), \\ x = kr, \quad k = \omega/c, \quad c = [\rho s_{11}^E (1-\sigma^2)]^{-1/2}, \quad \sigma = -s_{12}^E / s_{11}^E,$$

$J_1(x)$, $N_1(x)$ — функции Бесселя и Неймана.



Эквивалентная схема короткого пьезокерамического цилиндра с поляризацией по высоте и свободными торцевыми поверхностями (а), для случая тонкостенного цилиндра (б), для случая свободной внутренней цилиндрической поверхности (в)

Эквивалентная схема, соответствующая уравнениям (6), представлена на фигуре, а. Для толщин, малых по сравнению с радиусом $h = r_2 - r_1 \ll r_{cp} = (r_1 + r_2)/2$, раскладываем параметры (7) в ряды по частоте

$$Z_i^M \approx 1/j\omega C_i^M + j\omega M_i,$$

где C_i^M — коэффициенты механической податливости, M_i — эффективные массы, и получаем эквивалентную схему, приведенную на фигуре, б, при этом

$$\begin{aligned} C_2^M &\approx s_{11}^E (1-\sigma^2) h / 2\pi l r_{cp}, \quad M_2 \approx -m/6, \\ C_1^M &\approx -[s_{11}^E (1-\sigma^2) / 2\pi l \sigma] (1 + h/2\sigma r_{cp}), \quad M_1 \approx m/2, \\ C_2^M &\approx [s_{11}^E (1-\sigma^2) / 2\pi l \sigma] (1 - h/2\sigma r_{cp}), \quad M_2 \approx m/2, \\ m &= \pi(r_2^2 - r_1^2) l \rho. \end{aligned}$$

Если внутренняя поверхность цилиндра свободна ($F_1 = 0$), то эквивалентная схема имеет вид, представленный на фигуре, в, и описывается уравнениями

$$F_2 = (Z_M + Z_1^S N^2) \dot{u}_2 + I N Z_1^S; \\ U = N \dot{u}_2 Z_1^S + I Z_1^S,$$

где

$$\begin{aligned} Z_1^S &= Z_0^S [1 - N_1^2 Z_0^S / (Z_1^M + Z_\Sigma^M + Z_0^S N_1^2)]; \\ Z_M &= Z_2^M + Z_1^M Z_\Sigma^M / (Z_1^M + Z_\Sigma^M), \\ N &= N_2 [1 - (N_1/N_2) Z_\Sigma^M / (Z_1^M + Z_\Sigma^M)]. \end{aligned}$$

Нетрудно показать, что эквивалентная схема, изображенная на фигуре, в, переходит в известную схему [1], если предположить, что цилиндр тонкостенный ($h \ll r_{cp}$).

ЛИТЕРАТУРА

1. Берлинкур Д., Керран Д., Жаффе Г. Пьезоэлектрические и пьезомагнитные материалы и их применение в преобразователях. В кн.: Физическая акустика, под ред. У. Мэзона, т. 1, ч. А. М., «Мир», 1966, 204—326.
2. Лазуткин В. Н., Михайлов А. И. Динамика и эквивалентные электрические схемы пьезокерамических колец с аксиальной поляризацией. Акуст. ж., 1974, 20, 4, 582—586.

Всесоюзный научно-исследовательский институт метрологии измерительных и управляющих систем, Львов

Поступила
26 сентября 1978 г.

УДК 534.222 : 537.311.33

АКУСТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЯХ ПЬЕЗОПОЛУПРОВОДНИКОВ

И. А. Викторов, П. А. Пятаков

Акустоэлектрические взаимодействия для объемных и поверхностных волн на плоских границах исследованы достаточно полно [1—4]. Аналогичные явления для поверхностных волн на цилиндрических поверхностях пьезополупроводниковых образцов отражены в литературе в гораздо меньшей степени [5], хотя для практики цилиндрические образцы весьма интересны в связи с проблемой создания линий задержки большой длительности [6]. В предлагаемой работе рассмотрено влияние кривизны поверхности на поперечные волны, распространяющиеся в пьезополупроводниковых цилиндрических образцах в направлении, перпендикулярном образующей цилиндра; исследовано их электронное затухание или усиление в присутствии дрейфового поля и процесс генерации второй гармоники с учетом концентрационной нелинейности. Кривизна поверхности приводит к волноводному характеру распространения упругих волн [7, 8], что и обуславливает особенности рассматриваемых акустоэлектрических явлений.

Рассмотрим круговой цилиндр радиуса R , выполненный из кристалла типа CdS. Пусть кристаллографическая ось z материала направлена вдоль оси цилиндра. Задачу будем рассматривать в двумерном приближении ($\partial/\partial z = 0$). В плоскости сечения цилиндра xu введем полярную систему координат r, θ . Будем считать, что цилиндр находится в электрическом поле, имеющем одну азимутальную компоненту $E_\theta = E_0 r/R$. Поперечные волны, распространяющиеся в направлении, перпендикулярном образующей, характеризуются механическим смещением U вдоль z , потенциалом электрического поля Ψ в среде и Ψ_0 в вакууме и отклонением плотности электрического заряда N от равновесной N_0 . Величины U, Ψ, N должны удовлетворять уравнениям движения, электростатики и уравнению непрерывности для плотности заряда [1]. Кроме того, потребуем выполнения принципа погашаемости поля [9] и удовлетворения условий на границе цилиндра с вакуумом ($r=R$): отсутствия механических напряжений и нормальной составляющей плотности тока, непрерывности тангенциальной компоненты электрического поля и нормальной компоненты индукции. Следуя работе [7], будем рассматривать решение в бесконечном угловом интервале $-\infty < \theta < \infty$. При таком подходе различные значения решения в интервалах $n < \theta/2\pi < n+1$ для различных целых n естественно интерпретируются как поля, соответствующие последовательным пробегам волны вокруг цилиндра. Проведя вычисления, получим решения, описывающие поперечные поверхностные волны:

$$(1) \quad \begin{aligned} U &= A \frac{J_p(k_1 r)}{J_p(k_1 R)} e^{ip\theta}, \\ \Psi_0 &= A \frac{4\pi e_{15}}{\epsilon_{11}} \frac{(a-ib)}{(a+1-ib)} \frac{(d-1+ib\alpha)}{d} \left(\frac{r}{R}\right)^{-p} e^{ip\theta}, \end{aligned}$$