АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXIV 1978 Вып. 5

УДК 534.26

О ВЛИЯНИИ ТОЛЩИНЫ КОНЕЧНОГО ЖЕСТКОГО ЭКРАНА НА НАПРАВЛЕННОСТЬ КОНЦЕНТРИЧЕСКОГО С НИМ ПОРШНЕВОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ

А. А. Шабров

Приведено выражение для расчета направленности одностороннего, осциллирующего и пульсирующего поршневого излучателя, расположенного в концентрическом конечном абсолютно жестком экране в виде сплющенного сфероида. Получены расчетные характеристики направленности поршневых излучателей малых волновых размеров. Обсуждены особенности изменения направленности при изменении размеров экрана. Направленность излучателя с экраном конечной толщины сравнивается с таковой для случая бесконечно тонкого экрана.

Вопрос о направленности поршневого излучателя, снабженного концентрическим плоским абсолютно жестким экраном, рассматривался в ряде работ, например [1—3]. В работах, посвященных акустическим излучателям, так же как и в работах радиотехнической направленности, например [4], экран и излучатель полагаются бесконечно тонкими. Однако в реальных устройствах экран имеет конечную толщину. В связи с этим представляется интересным исследовать направленность поршня в конечном экране с учетом толщины последнего.

Решение задачи можно получить в сплющенных сфероидальных координатах [5]. В этом случае сечения поршня и экрана по плоскостям, проходящим через ось z (фиг. 1), имеют эллиптическую форму. Заключения о направленности излучения для такой модели при отношениях большой оси эллипса к малой, лежащих в пределах от ∞ до ~ 5, можно распространить на модели с прямоугольной формой осевых сечений.

Общее решение волнового уравнения в сплющенных сфероидальных координатах для потенциала поля осесимметричной модели имеет вид

$$\Psi = \sum_{n=0}^{\infty} a_n S_{0n}^{(1)}(-jc, \eta) R_{0n}^{(3)}(-jc, \xi). \tag{1}$$

Здесь $\eta = \cos v$, $\xi = \operatorname{sh} u$, $S_{0n}^{(1)}$, $R_{0n}^{(3)}$ — угловые и радиальные сфероидальные координаты и функции, $c = 2\pi F/\lambda$, λ — длина волны, F — фокусное расстояние, u var $0 \div \infty$, v var $0 \div \pi$. Примем следующие граничные условия второй краевой задачи для нормальной составляющей скорости $V(\eta)$ на поверхностях абсолютно жестких экрана и поршня: а) одностороннего: 1 при $v < v_0$, 0 при $v > v_0$, б) осциллирующего: 1 при $v < v_0$, 0 при $v_0 < v < \pi - v_0$, -1 при $v > \pi - v_0$, в) пульсирующего: 1 при $v < v_0$, 0 при $v_0 < v < \pi - v_0$, 1 при $v > \pi - v_0$.

Для нахождения коэффициентов a_n ряда (1) проведем разложение $V(\eta)$ по угловым сфероидальным функциям, умножение $V(\eta)$ и (1) на ортогональную угловую сфероидальную функцию, интегрирование по η и φ и почленное сравнение двух полученных рядов с использо-

ванием ортогональности сфероидальных функций и их нормы N_{0n}. В результате получим

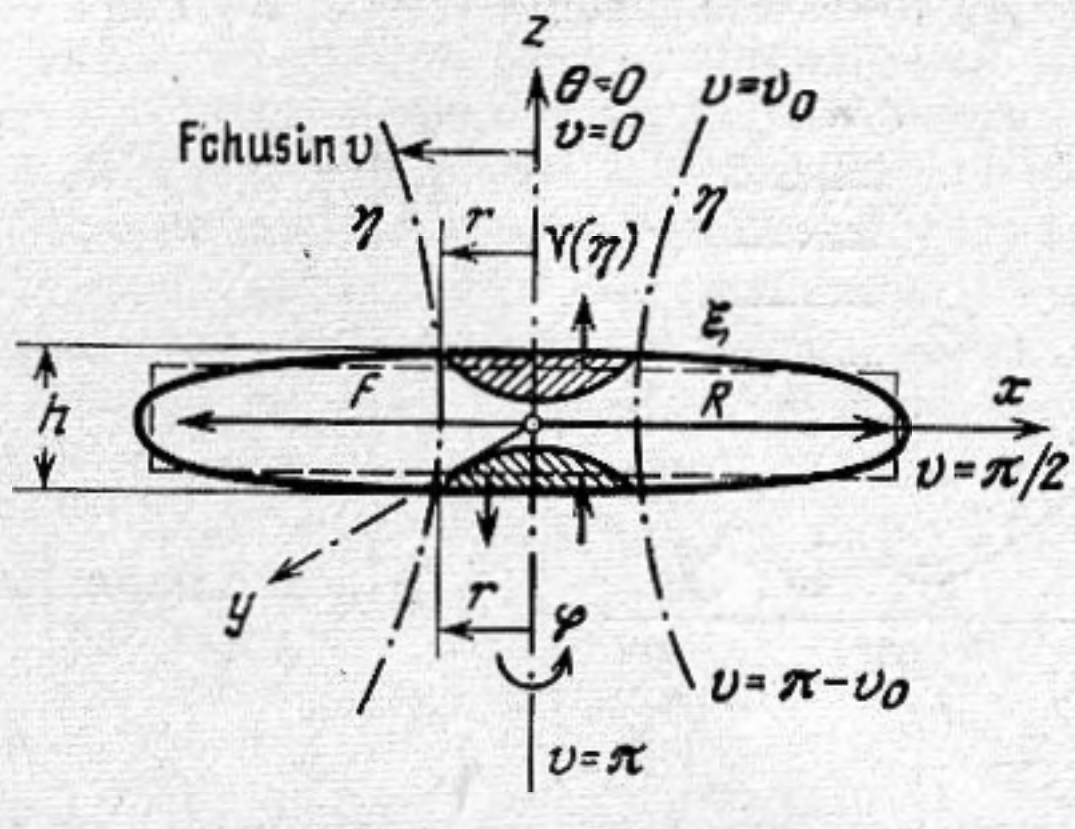
$$\Psi = F\sum_{n=0}^{\infty}\left[\int_{0}^{v_0} S_{0n}^{(1)}(-jc,\cos v)\left(\frac{\operatorname{sh}^2 u+\cos^2 v}{\operatorname{sh}^2 u+1}\right)^{1/2}\times\right. \tag{2}$$

$$\left.\times\sin v dv \pm \int_{\pi-v_0}^{\pi} S_{0n}^{(1)}(-jc,\cos v)\left(\frac{\operatorname{sh}^2 u+\cos^2 v}{\operatorname{sh}^2 u+1}\right)^{1/2}\sin v dv\right]\times$$

$$\times S_{0n}^{(1)}(-jc,\cos\theta)\exp\left[-j\frac{\pi}{2}(n+1)\right]\Big/ N_{0n}\times$$

$$\times[R_{0n}^{(3)}(-jc, j\operatorname{sh} u)]!$$

Здесь $F(\operatorname{sh}^2 u+\cos^2 v/\operatorname{sh}^2 u+1)^{1/2}=h_\xi$ — радиальный коэффициент Ламе, θ — текущий угол характеристики направленности (см. фиг. 1). Выраже-



Фиг. 1. Расчетная модель

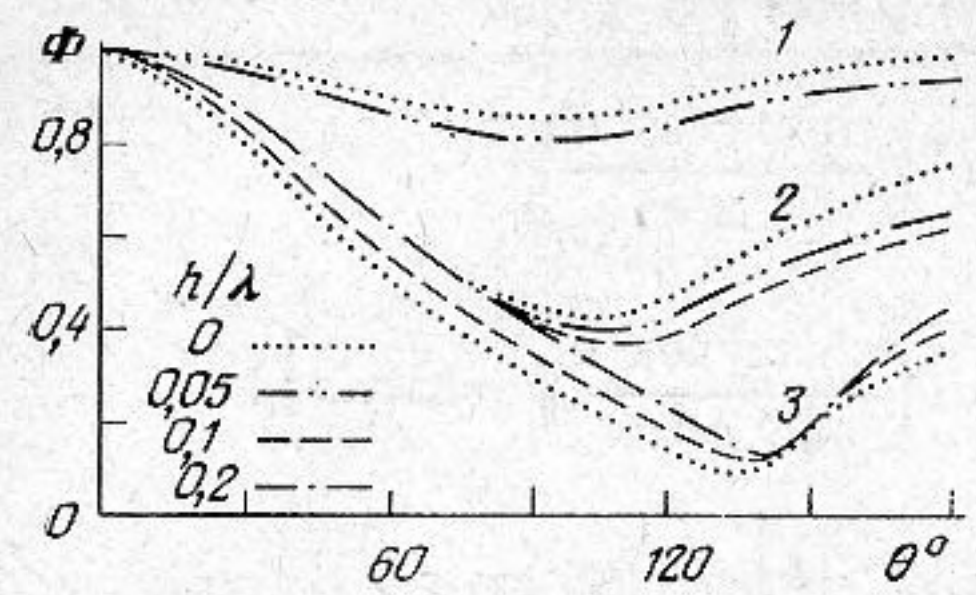
ние для нахождения импеданцов излучения получается путем дополнительного интегрирования по поверхности поршня.

Знак плюс или минус перед вторым интегралом в выражении (2) выбирается соответственно для осциллирующего или пульсирующего поршня. При одностороннем излучении второй интеграл в формуле (2) следует опустить.

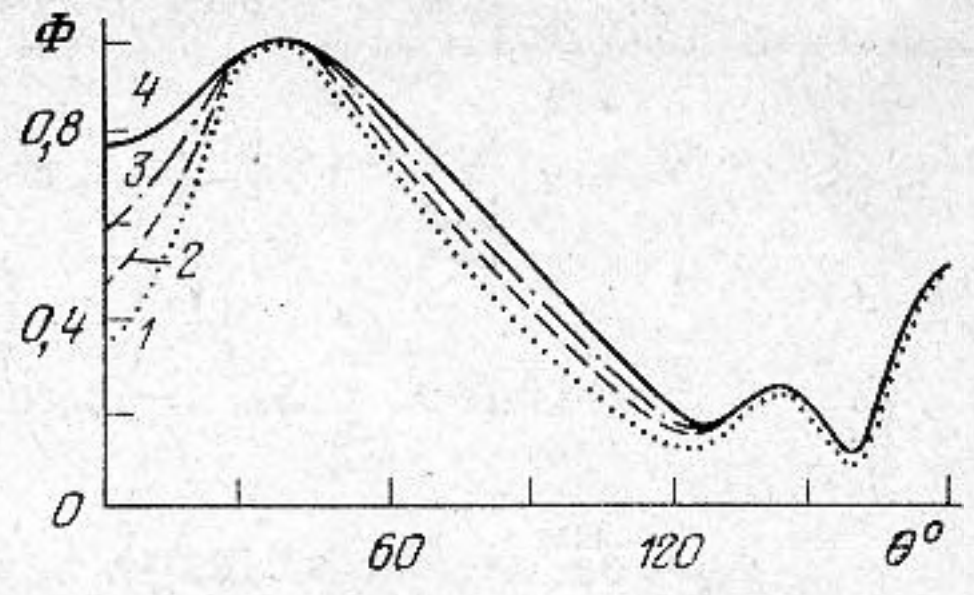
Расчет направленности и энергетических характеристик производился нами применительно к поршню радиуса $r=0{,}125\lambda$ в экранах радиусов $R=0{,}125\lambda-2\lambda$ (для одностороннего пульсирующего поршня) и $R=0{,}5\lambda-2\lambda$ (для двустороннего пульсирующего и осциллирующего поршней) при толщине модели h, изменяющейся в пределах $0\lambda-0{,}3\lambda$.

Активные и реактивные импеданцы излучения при изменении h в указанных пределах практически не отличаются от импеданцов для бесконечно тонких моделей (см. [3]).

С возрастанием радиуса экрана направленность одностороннего поршня увеличивается и уменьшается величина тыльного лепестка. Эти изменения достигают предельных значений, когда радиус экрана оказывается равным $0{,}5\lambda$ (фиг. 2). При малых значениях R, равных $0{,}125\lambda-0{,}25\lambda$, рост толщины экрана сопровождается незначительным увеличением направленности одностороннего поршня (фиг. 2, группы кривых *1* и *2*). Увеличение толщины экрана радиуса $R=0{,}5\lambda$, наоборот, сопровождается уменьшением направленности — основной лепесток расширяется, тыльный возрастает (фиг. 2, группа кривых *3*). Дальнейшее увеличение радиуса экрана: $R=1\lambda$; $1{,}5\lambda$; $1{,}75\lambda$; 2λ приводит к существенному расширению основного лепестка характеристики направленности одностороннего поршня (фиг. 3–5). Между основным и тыльным лепестками формируются



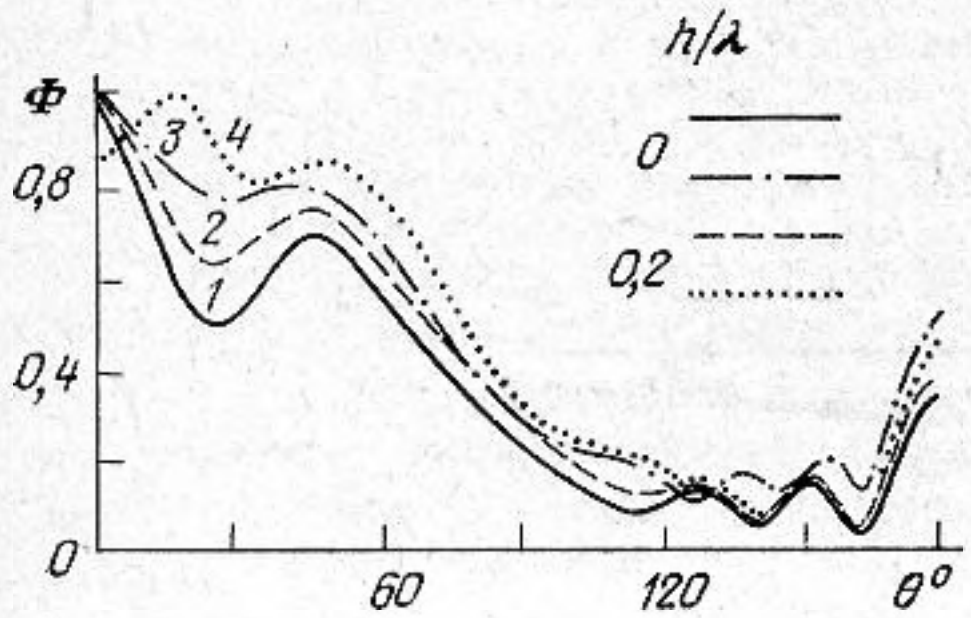
Фиг. 2



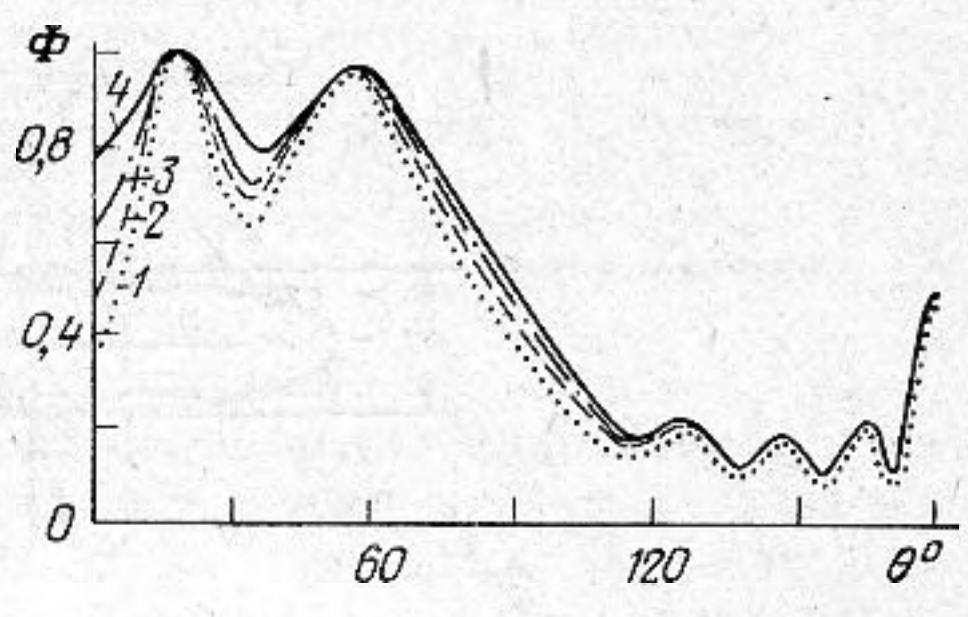
Фиг. 3

Фиг. 2. Характеристики направленности одностороннего поршня радиуса $r=0{,}125\lambda$ в экране радиуса R: *1* – $0{,}125\lambda$, *2* – $0{,}25\lambda$, *3* – $0{,}5\lambda$, толщиной h

Фиг. 3. Характеристики направленности одностороннего поршня радиуса $r=0{,}125\lambda$ в экране радиуса $R=1\lambda$ толщиной h: *1* – 0λ, *2* – $0{,}1\lambda$, *3* – $0{,}2\lambda$, *4* – $0{,}3\lambda$



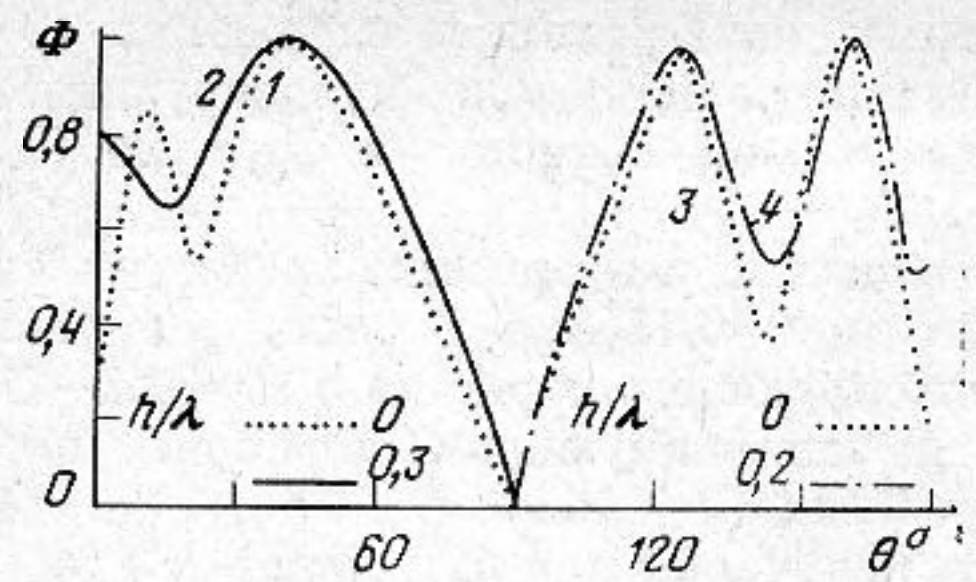
Фиг. 4



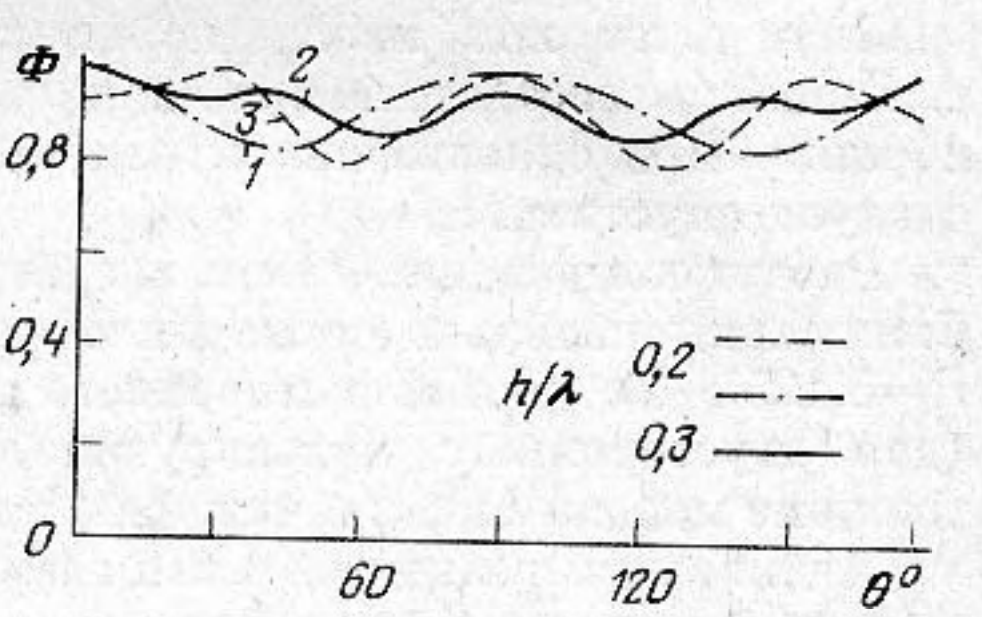
Фиг. 5

Фиг. 4. Характеристики направленности одностороннего поршня радиуса $r=0{,}125\lambda$ в экране радиуса R: *1*, *2* – $1{,}5\lambda$, *3*, *4* – $1{,}75\lambda$, толщиной h

Фиг. 5. Характеристики направленности одностороннего поршня радиуса $r=0{,}125\lambda$ в экране радиуса $R=2\lambda$ толщиной h: *1* – 0λ, *2* – $0{,}1\lambda$, *3* – $0{,}2\lambda$, *4* – $0{,}3\lambda$



Фиг. 6



Фиг. 7

Фиг. 6. Характеристики направленности осциллирующего поршня радиуса $r=0{,}125\lambda$, левые в экране радиуса $R=1\lambda$, правые в экране радиуса $R=2\lambda$, толщиной h

Фиг. 7. Характеристики направленности пульсирующего поршня радиуса $r=0{,}125\lambda$ в экране радиуса R: *1* – $0{,}5\lambda$, *2* – 1λ, *3* – 2λ, толщиной h

боковые лепестки, а в области основного лепестка образуется ряд экстремумов. Число экстремумов в пределах основного лепестка и число боковых лепестков увеличивается с увеличением радиуса экрана. Если радиус экрана является кратным четному числу полуволн, в аксиальном направлении образуется минимум, достигающий при бесконечно тонком экране 35% от максимального значения характеристики направленности (фиг. 3, 5, кривые *1*). С увеличением толщины экрана неравномерность характери-

стики направленности одностороннего поршня в пределах основного лепестка уменьшается. При радиусе экрана $R=1\lambda$ и 2λ изменение толщины практически не оказывает влияния на форму и величину тыльных и боковых лепестков. Если же радиус экрана R равен $1{,}5\lambda$ и $1{,}75\lambda$, в осевом направлении у характеристики направленности одностороннего поршня в бесконечно тонком экране имеет место максимум. Увеличение толщины экрана также уменьшает неравномерность характеристики направленности в области основного лепестка (фиг. 4). При этом утолщение экрана с радиусом $R=1{,}75\lambda$ вызывает образование минимума в осевом направлении (кривые *3* и *4* фиг. 4).

У осциллирующего поршня в бесконечно тонком экране радиусов $R=1\lambda$ (левый график фиг. 6) и 2λ (правый график) неравномерность характеристики направленности значительно больше. Минимумы в осевых направлениях достигают 15—20% от максимальных значений. Как и в случае одностороннего поршня, увеличение толщины экрана уменьшает неравномерность характеристики направленности. При этом вместо минимумов в осевых направлениях образуются максимумы.

Фигура 7 демонстрирует изменение характеристик направленности двустороннего пульсирующего поршня. При $h=0\lambda$ характеристики направленности такого поршня в жестком экране любого радиуса совпадают между собой и с характеристикой направленности поршня (радиуса $r=0{,}125\lambda$) в бесконечно протяженном экране — монотонно убывающей с увеличением угла θ функцией. Функции, характеризующие направленность двустороннего поршня в жестком экране конечных радиуса и толщины, монотонно убывающими не являются. Эти функции имеют ряд экстремальных значений.

ЛИТЕРАТУРА

1. *De Vore R. V., Hodge D. B., Houyoumjian R. G.* Radiation by Finite Circular Pistons. Imbedded in a Rigid Circular Baffle. J. Acoust. Soc. America, 1970, *48*, 5, 1128–1134.
2. *Gerald C. Lauchle.* Radiation of Sound from a Small Loudspeaker Located in a Circular Baffle. J. Acoust. Soc. America, 1975, *51*, 3, 543–549.
3. *Шабров А. А.* Излучение концентрического с жестким экраном плоского поршня. Вопросы судостроения. Сер. общетехнич., 1976, вып. 22, 34–41.
4. *Белкина И. Г.* Дифракция электромагнитных волн на диске (сборник). М., «Советское радио», 1957, 148–174.
5. *Комаров И. В., Пономарев Л. И., Славянов С. Ю.* Сфероидальные и кулоновские сфероидальные функции. М., «Наука», 1976, 15–140.

Поступила
16 марта 1976 г.
После окончательной переработки
17 марта 1978 г.