УДК 534.24

ОТРАЖЕНИЕ ВОЛН ОТ ДВИЖУЩИХСЯ ПРЕГРАД

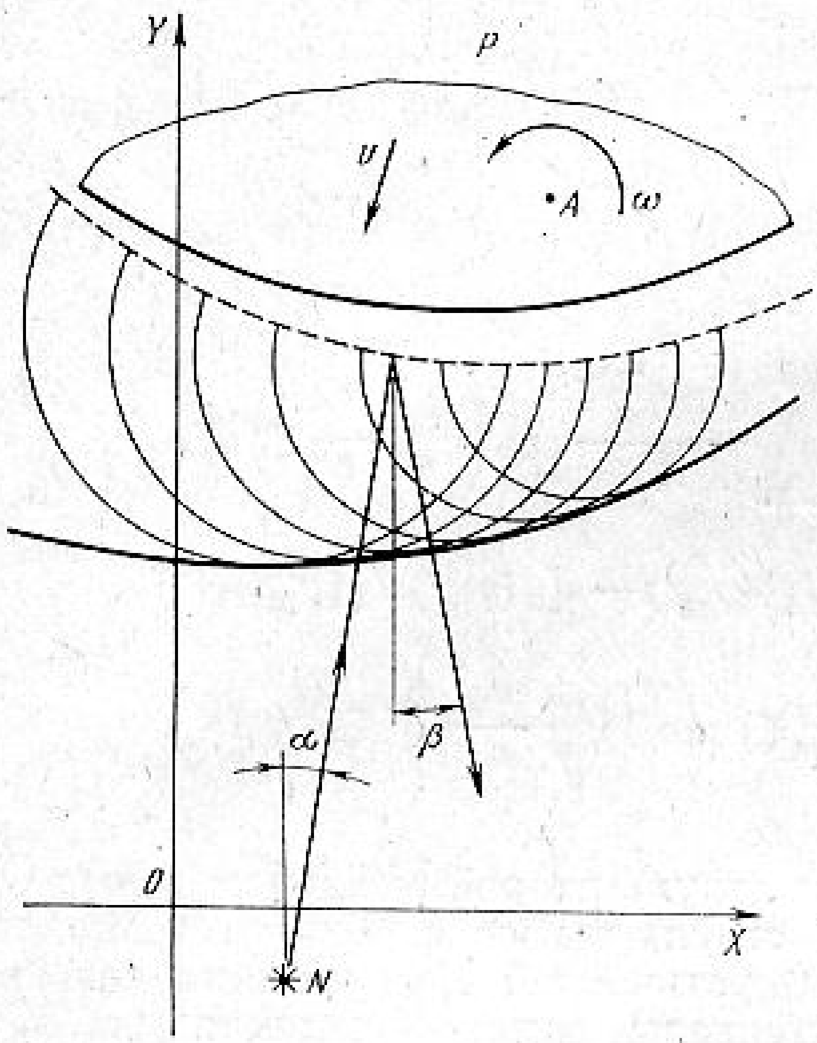
В. И. Сухоруков, Г. И. Сухоруков

Закон отражения волн в общем виде можно вывести с помощью принципа Гюйгенса [1, 2].

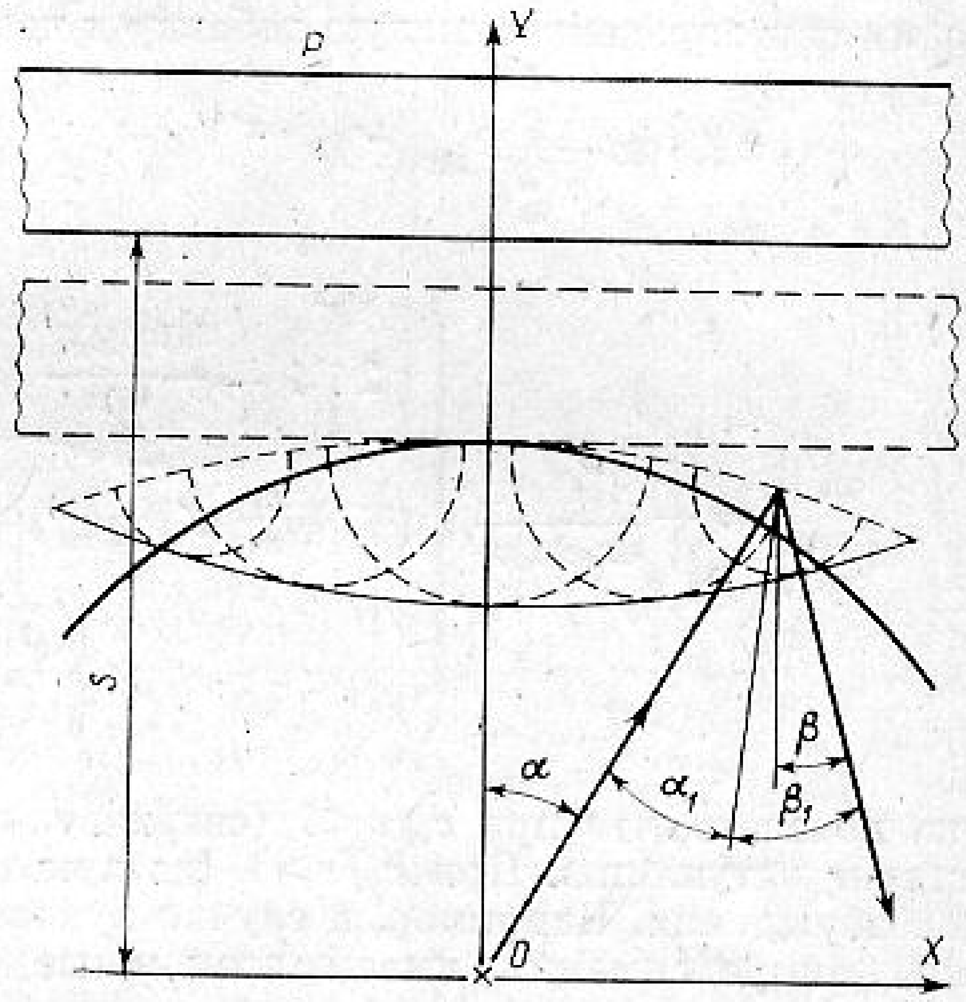
На фиг. 1 точечный источник волн из точки N излучает волну. При встрече волны с движущейся преградой P образуется семейство вторичных волн, которые описываются уравнением

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=(t-t_0)^2c^2,$$

где x_0, y_0 и t_0 — соответственно координаты и время встречи каждого луча с преградой, x и y — координаты точек вторичных волн в рассматриваемый момент времени, t — период времени с момента излучения волны до момента образования данного семейства, c — скорость распространения волн.



Фиг. 1. Отражение волн от произвольно движущейся преграды



Фиг. 2. Отражение волн от поступательно движущейся плоской преграды

Параметрические уравнения огибающей данного семейства имеют вид

$$(1)\qquad x = x_0 + \frac{c(t-t_0)\left[ct_0'x_0' \mp y_0'\sqrt{(x_0')^2+(y_0')^2-(ct_0')^2}\right]}{(y_0')^2+(x_0')^2},$$

$$y = y_0 + \frac{c(t-t_0)\left[ct_0'y_0' \pm x_0'\sqrt{(x_0')^2+(y_0')^2-(ct_0')^2}\right]}{(y_0')^2+(x_0')^2},$$

где x_0', y_0' и t_0' — производные от x_0, y_0 и t_0.

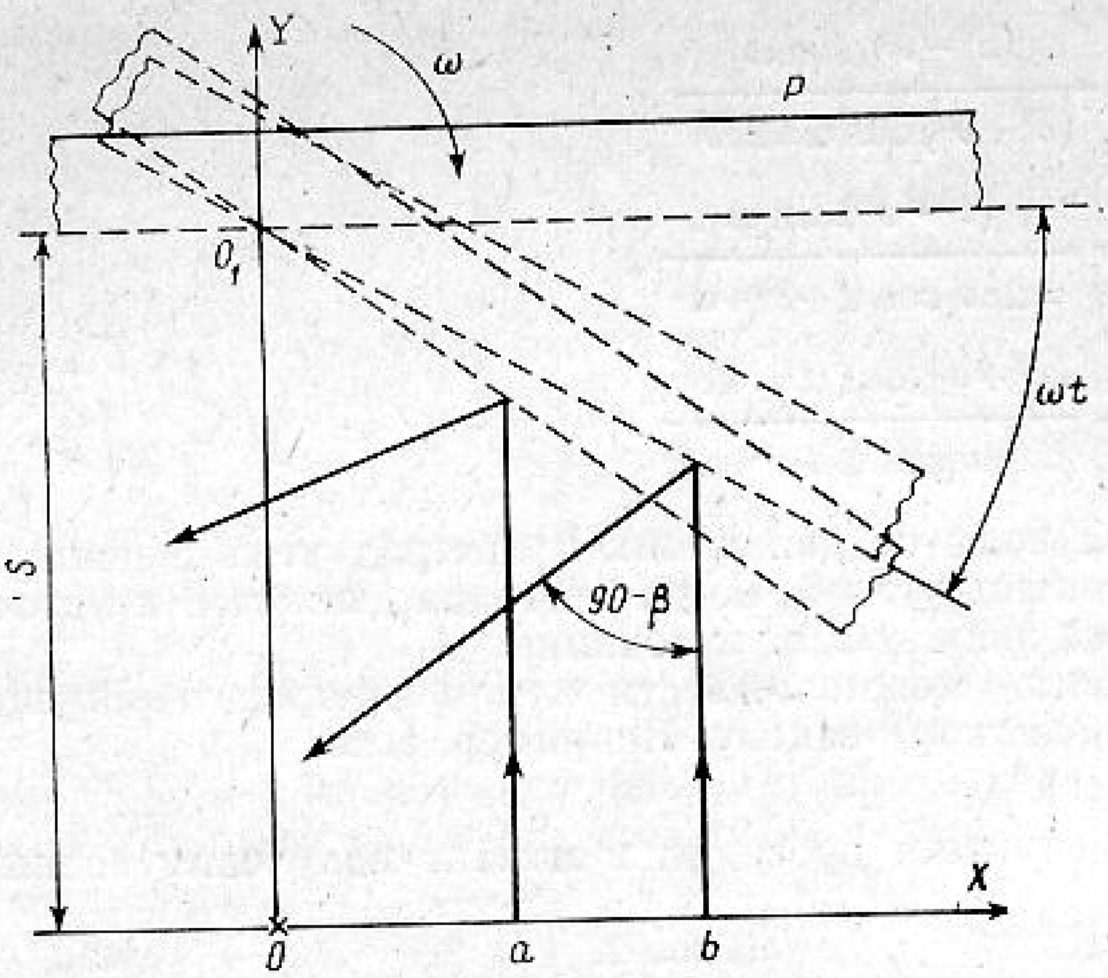
Направление отраженного луча определяется направлением нормали к фронту отраженной волны

$$(2)\qquad \operatorname{tg}\beta = \frac{ct_0'y_0' \pm x_0'\sqrt{(x_0')^2+(y_0')^2-(ct_0')^2}}{ct_0'x_0' \mp y_0'\sqrt{(x_0')^2+(y_0')^2-(ct_0')^2}},$$

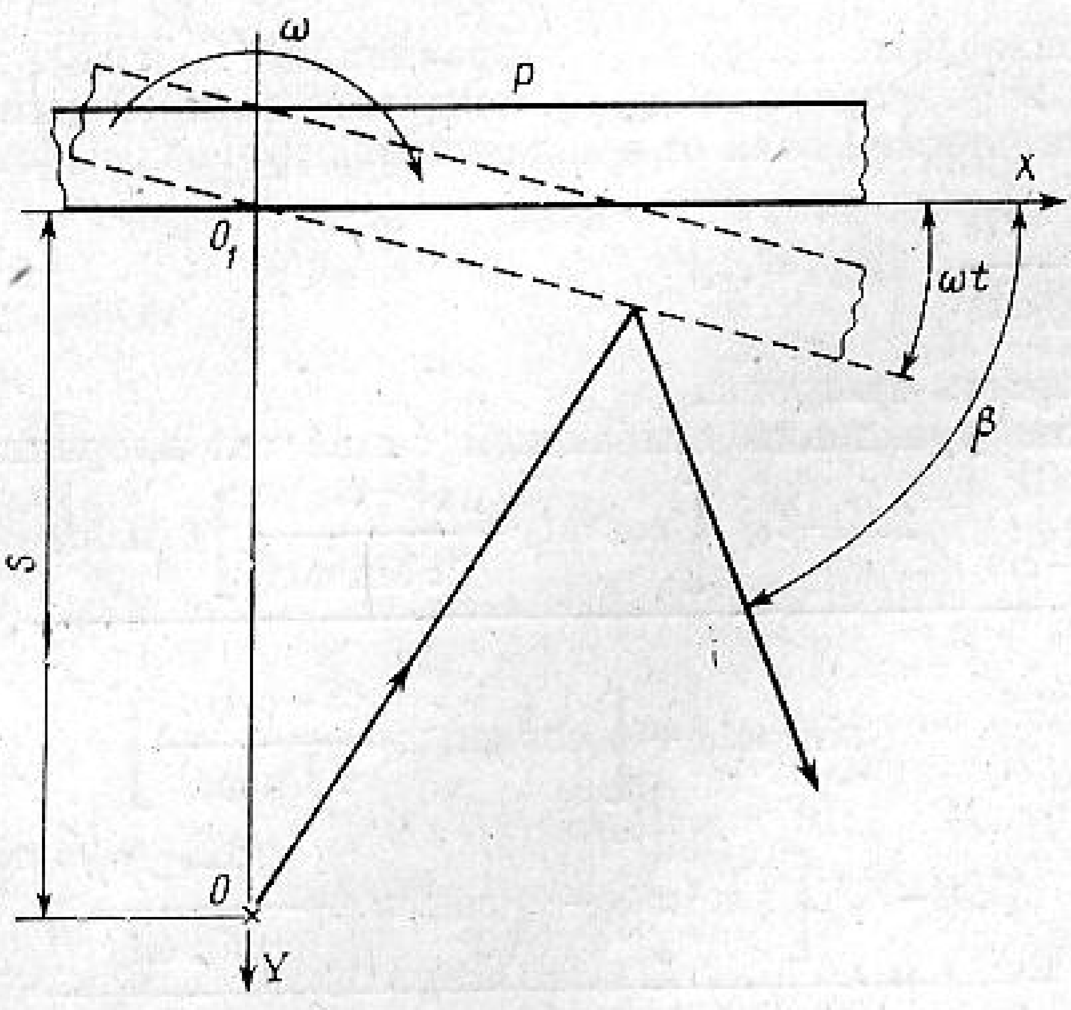
$$\sin\beta = \frac{ct_0'y_0' \pm x_0'\sqrt{(x_0')^2+(y_0')^2-(ct_0')^2}}{(x_0')^2+(y_0')^2}$$

$$\cos\beta = \frac{ct_0'x_0' \mp y_0'\sqrt{(x_0')^2+(y_0')^2-(ct_0')^2}}{(x_0')^2+(y_0')^2}.$$

Ниже эти общие уравнения применяются к некоторым частным задачам.



Фиг. 3. Отражение плоской волны от вращающейся преграды



Фиг. 4. Отражение сферической волны от вращающейся преграды

При поступательном движении преграды с постоянной скоростью (фиг. 2)

$$x_0 = \frac{Sc\sin\alpha}{c\cos\alpha + v}, \qquad y_0 = \frac{Sc\cos\alpha}{c\cos\alpha + v}, \qquad t_0 = \frac{S}{c\cos\alpha + v}.$$

Уравнение огибающей семейства вторичных волн

$$x^2 + \left(y - \frac{2c^2S}{c^2 - v^2}\right)^2 = c^2\left(t - \frac{2Sv}{c^2 - v^2}\right)^2,$$

т. е. окружность с координатами центра

$$x_1 = 0, \qquad y_1 = \frac{2c^2S}{c^2 - v^2}$$

и радиусом

$$R_1 = c\left(t + \frac{2Sv}{c^2 - v^2}\right).$$

Направление нормали определяется из следующих выражений:

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{(c^2-v^2)\sin\alpha}{(c^2+v^2)\cos\alpha \pm 2cv},$$

$$\sin\beta = \frac{(c^2-v^2)\sin\alpha}{\pm 2cv\cos\alpha + c^2+v^2},$$

$$\cos\beta = \frac{(c^2+v^2)\cos\alpha \pm 2cv}{\pm 2cv\cos\alpha + c^2+v^2}.$$

При отражении волн от движущихся преград угол падения не равен углу отражения. Угол β меньше угла α, когда преграда движется к источнику волн, и больше α, когда преграда движется от источника.

Законы отражения можно вывести и для преград, движущихся с переменной скоростью по определенному закону. Например, если

$$v = v_0 + at_0,$$

где v_0 — скорость движения преграды в момент излучения волны, a – ускорение, то тогда

$$x_0 = ct_0 \sin\alpha, \qquad y_0 = ct_0\cos\alpha.$$

$$t_0 = \frac{\pm\sqrt{(c\cos\alpha + v_0)^2 - 2aS} - c\cos\alpha - v_0}{a}.$$

Подставив производные x_0, y_0 и t_0 в уравнения (1) и (2), получим искомую зависимость. Конечный результат ввиду громоздкости не приводим.

При отражении плоских волн от вращающейся преграды (фиг. 3)

$$x_0 = \frac{S-ct_0}{\operatorname{tg}\omega t_0}, \qquad y_0 = ct_0,$$

где ω – угловая скорость преграды.

Параметрические уравнения огибающей семейства вторичных волн имеют вид

$$x = \frac{S-ct_0}{\operatorname{tg}\omega t_0} - \frac{2c(t-t_0)\left[\cos\omega t_0 + \dfrac{(S-ct_0)\,\omega}{c\sin\omega t_0}\right]\sin\omega t_0}{\sin^2\omega t_0 + \left[\cos\omega t_0 + \dfrac{(S-ct_0)\,\omega}{c\sin\omega t_0}\right]^2},$$

$$y = ct_0 - \frac{c(t-t_0)\left[\sin^2\omega t_0 - \left(\cos\omega t + \dfrac{(S-ct_0)\,\omega}{c\sin\omega t_0}\right)^2\right]}{\sin^2\omega t_0 - \left[\cos\omega t_0 + \dfrac{(S-ct_0)\,\omega}{c\sin\omega t_0}\right]^2}.$$

Направление нормали определится выражением

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{\sin^2\omega t_0 - \left[\cos\omega t_0 + \dfrac{(S-ct_0)\,\omega}{c\sin\omega t_0}\right]^2}{2\sin\omega t_0\left[\cos\omega t_0 + \dfrac{(S-ct_0)\,\omega}{c\sin\omega t_0}\right]}.$$

Для точечного источника получаются более сложные зависимости. Например, для случая, изображенного на фиг. 4,

$$x_0 = \cos\omega t_0 (S\sin\omega t_0 \pm \sqrt{c^2t_0^2 - S^2\cos^2\omega t_0}),$$

$$y_0 = \sin\omega t_0 (S\sin\omega t_0 \pm \sqrt{c^2t_0^2 - S^2\cos^2\omega t_0}).$$

Определив производные x_0 и y_0 и подставив их в уравнения (1) и (2), получим искомую зависимость.

Приведенные примеры не исчерпывают все возможности уравнений (1) и (2).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гюйгенс Христиан.* Трактат о свете. М.– Л., ОНТИ, 1935.
2. *Поль Р. В.* Механика, акустика и учение о теплоте. М., «Наука», 1971.

Иркутский политехнический институт,
Братский филиал

Поступила
25 ноября 1976 г.