АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXIII 1977 Вып. 6

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 534.24

К РАСЧЕТУ ФАЗОВЫХ СКОРОСТЕЙ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН НА ГРАНИЦЕ ТВЕРДОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА С ЖИДКИМ СЛОЕМ

И. А. Викторов

В работе [1], а также в [2] нами приведены результаты исследований по распространению поверхностных волн на границе твердого полупространства с жидким полупространством или с жидким слоем. К сожалению, в этих работах правая часть дисперсионного уравнения для случая границы твердое полупространство – жидкий слой была ошибочно взята с неверным знаком. В результате дисперсионные характеристики для этого случая получились неправильными. В частности, поправка к фазовой скорости рэлеевской волны должна иметь противоположный знак, чем приведенный в [1]. Ниже сообщаются исправленные результаты.

Дисперсионное уравнение для волн на границе твердого полупространства с жидким слоем толщины h имеет вид:

$$(k^2+s^2)^2-4k^2qs=-\frac{\rho_ж q k_t^4}{\rho\sqrt{k_ж^2-k^2}}\operatorname{tg}\sqrt{k_ж^2-k^2}\,h, \tag{1}$$

где ρ и $\rho_ж$ – плотности твердого тела и жидкости, k, $k_ж$, k_l, k_t – волновые числа соответственно поверхностной волны (волны на границе со слоем), волны в жидкости, продольной и поперечной волн в твердом теле; $q^2=k^2-k_l^2$, $s^2=k^2-k_t^2$.

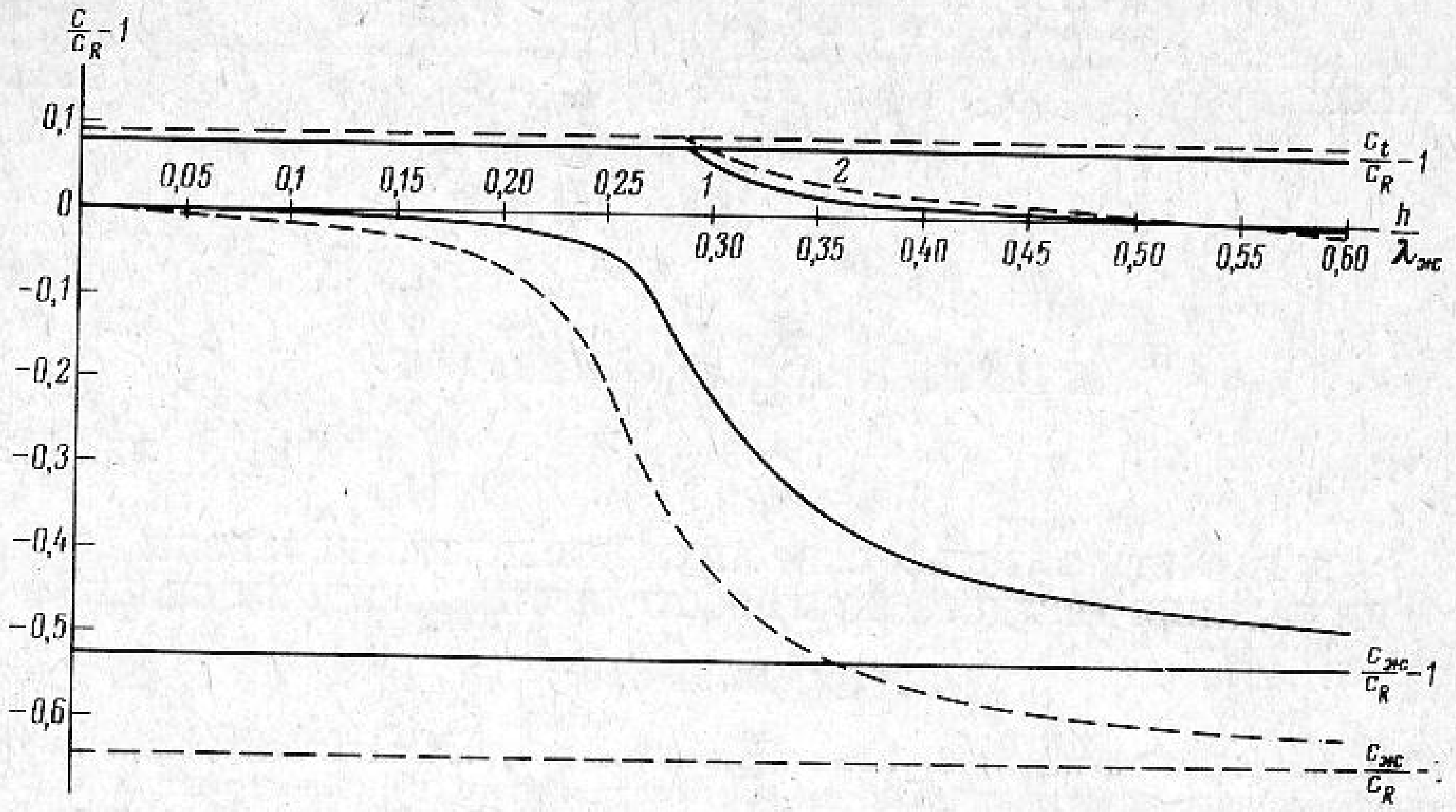
Выражения для смещений в твердом теле u и w по осям x и z соответственно (ось z направлена от границы в глубь полупространства) описываются следующими формулами:

$$\begin{aligned} u&=Ak\left(e^{-qz}-\frac{2qs}{k^2+s^2}e^{-sz}\right)\sin(kx-\omega t),\\ w&=Aq\left(e^{-qz}-\frac{2k^2}{k^2+s^2}e^{-sz}\right)\cos(kx-\omega t). \end{aligned} \tag{2}$$

На фигуре приведены результаты численного решения уравнения (1). По оси абсцисс отложено отношение толщины слоя к длине волны в жидкости $\lambda_ж$, по оси ординат – относительная разница в скоростях поверхностной c и рэлеевской c_R волн. Одна из расчетных кривых (1) соответствует слою трансформаторного масла на стали, другая (2) – случаю жидкой и твердой сред с некоторыми «средними» параметрами: $\rho_ж/\rho=0{,}40$; $r=k_ж/k_t=3$; $\nu=0{,}25$ (здесь ν – коэффициент Пуассона для твердой среды). Как видно из графика, при увеличении толщины слоя скорость поверхностной волны c уменьшается от значения c_R, соответствующего бесконечно тонкому слою, асимптотически стремясь к значению $c_ж$ скорости волн в жидкости. При $h/\lambda_ж\approx0{,}28$ возникает вторая нормальная волна, фазовая скорость которой в точке ее зарождения равна фазовой скорости c_t поперечной волны, а далее с ростом h плавно уменьшается до c_R. Толщина слоя, при которой $c=c_R$, т. е. жидкость как бы перестает влиять на поверхностную волну, определяется из условия $h/\lambda_ж=1/2\sqrt{1-k_R^2/k_ж^2}$.

Можно показать, что при дальнейшем увеличении $h/\lambda_ж$ дисперсионная кривая для второй нормальной волны идет аналогично дисперсионной кривой для первой нормальной волны в промежутке $0<h/\lambda_ж<0{,}28$. При $h/\lambda_ж\approx0{,}85$ появляется третья нормальная волна и т. д. Множество кривых, которое получится при изменении $h/\lambda_ж$ от 0 до ∞, соответствует множеству нормальных волн различных порядков, существование которых возможно в слое. При $h'/\lambda_ж=n/2\sqrt{1-k_R^2/k_ж^2}$ $(n=0,1,2,\ldots)$ кривые пересекают ось абсцисс $(c=c_R)$, а в точках

$$\frac{h''}{\lambda_ж}=\frac{1}{2\pi\sqrt{1-k_t^2/k_ж^2}}\operatorname{arctg}\left(-\frac{\rho}{\rho_ж}\frac{\sqrt{k_ж^2-k_t^2}}{\sqrt{k_t^2-k_l^2}}\right)$$ возникают новые нормальные волны.



Зависимости фазовых скоростей c поверхностных волн от относительной толщины слоя жидкости $h/\lambda_ж$. Прямые c_t/c_R-1 и $c_ж/c_R-1$ обозначают пределы изменения величины c/c_R-1. Сплошные линии — случай слоя трансформаторного масла на стали, пунктир — жидкая и твердая среды с некоторыми средними параметрами

Отметим интересное обстоятельство. В точке своего зарождения каждая нормальная волна представляет собой не поверхностную, а объемную волну, локализованную во всем полупространстве $z>0$. Действительно, в этих точках $c=c_t$, $k=k_t$, $s=0$. У поверхности, т. е. при $qz<1$, в волне имеются обе компоненты смещения — u и w, но при $qz>1$ практически остается одна компонента w, которая не зависит от глубины, т. е. остается одна чисто поперечная объемная волна. В окрестностях точек зарождения нормальных волн, при $\frac{h}{\lambda_ж}=\frac{h''}{\lambda_ж}(1+\gamma)$, где $0<\gamma\ll 1$, каждая из указанных волн превращается в слабо неоднородную квазипоперечную волну, характеризуемую соотношениями

$$k=k_t\left(1+\frac{H^2}{2}\gamma^2\right),$$

$$u=Ak_t\left(\exp(-\gamma\sqrt{k_t^2-k_l^2}\,z)-2\sqrt{1-\frac{k_l^2}{k_t^2}}\,H\gamma\exp(-k_tzH\gamma)\right)\sin(kx-\omega t), \tag{3}$$

$$w=A\sqrt{k_t^2-k_l^2}\left(\exp(-\sqrt{k_t^2-k_l^2 z})-2\exp(-k_tzH\gamma)\right)\cos(kx-\omega t),$$

где $H=\frac{\rho_ж}{\rho}\frac{k_th''}{4\cos^2\sqrt{k_ж^2-k_t^2}\,h''}$.

Как видно из данных формул, меняя толщину слоя h, можно управлять структурой этой волны и получать поверхностную сдвиговую волну с любой глубиной локализации. Такая возможность представляет интерес для технического применения, например при ультразвуковом неразрушающем контроле.

ЛИТЕРАТУРА

1. *И. А. Викторов, Е. К. Грищенко, Т. М. Каекина.* Исследование распространения ультразвуковых поверхностных волн на границе твердого тела с жидкостью. Акуст. ж., 1963, *9*, 2. 162—170.
2. *И. А. Викторов.* Физические основы применения ультразвуковых волн Рэлея и Лэмба в технике, гл. I, § 6, М., «Наука», 1966.

Акустический институт
Академии наук СССР

Поступила
7 июня 1977 г.