

## СИНТЕЗ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ АНТЕНН ПРИ РАВНОМЕРНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ К ЗАДАННОЙ ДИАГРАММЕ НАПРАВЛЕННОСТИ

Е. А. Васильцов, В. И. Короченцев

Во многих практических случаях при решении задачи синтеза акустических антенн требуется реализовать такую диаграмму направленности, которая отличается от заданной по всем угловым координатам на величину, меньшую некоторого положительного числа. Последнее определяется минимаксным (равномерным) критерием близости [1]. В работах по теории радиолокационных и акустических цилиндрических антенн, насколько известно авторам, задача синтеза при равномерном критерии близости не решалась.

Получим выражения функции возбуждения конформной антенны конечных размеров, расположенной в цилиндрическом экране, которая формирует диаграмму направленности, равномерно приближающуюся к заданной. Для этого удобно воспользоваться системой уравнений, полученных в работе [2], учитывающих влияние дифракционных эффектов на цилиндрическом экране:

$$(1) \quad R_0(s, u) = \frac{1}{2\sigma} \int_{-\sigma}^{\sigma} A(s, v) e^{iuv} dv,$$

$$(2) \quad A(s, v) = \int_{-f(v)}^{f(v)} \xi(\varphi_0, z) e^{-is\varphi_0} d\varphi_0,$$

$$(3) \quad R_0(s, u) = \frac{\sqrt{1-(u/d)^2} \delta(s-n)}{\varepsilon_{sd}(s-n) (-i)^{sd}(s-n)} H_{sd}(s-n)^{(1)'} [ka \sqrt{1-(u/d)^2}] \times \\ \times \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} R(\varphi, u) \exp(-is\delta(s-n)\varphi) d\varphi,$$

где  $u = -\frac{\pi b}{\lambda \sigma} \sin \theta$ ,  $d = \frac{\pi b}{\lambda \sigma}$ ,  $v = \frac{2z_0 \sigma}{b}$ ,  $n = s\delta(s-n)$ ,

$$\delta(s-n) = \begin{cases} 1 & \text{при } s=n, \quad n=0; \pm 1; \pm 2, \dots, M_0, \\ 0 & \text{при } s \neq n \end{cases}$$

$M_0$  — число членов аппроксимирующего полинома конечной степени,  $b$  — линейный размер антенны по координате  $z$ ,  $f(v)$  — угловая функция, описывающая границы антенны,  $\sigma$  — вещественное число,  $-M_0 \leq s \leq M_0$ ,  $\xi(v, \varphi_0)$  — функция, пропорциональная колебательной скорости,  $H_n^{(1)}$  — функция Ганкеля 1-го ряда  $n$ -го порядка,  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  — длина волны,  $a$  — радиус цилиндрического экрана,  $R(\varphi, u)$  — диаграмма направленности цилиндрической антенны.

Синтез антенны по заданной диаграмме направленности  $R(\varphi, u)$  заключается в решении интегральных уравнений (1), (2) при заданной функции  $R_0(s, u)$ . Последняя связана с заданной диаграммой направленности  $R(\varphi, u)$  и размером цилиндрического экрана соотношением (3).

Из уравнения (1) найдем функцию  $A(s, u)$  при фиксированном  $s$ . Выбрав в качестве обобщенного полинома ряд по функциям  $\sin \sigma(u - \pi/\sigma t) / \sigma(u - \pi/\sigma t)$ , образующий на интервале  $[-(M+1)\sigma/\pi, (M+1)\sigma/\pi]$  систему функций Чебышева, можно аппроксимировать заданную функцию  $R_0(s, u)$  с любой степенью точности, добиваясь при фиксированном  $s$  выполнения следующего неравенства:

$$(4) \quad \varepsilon(u_0) \geq \max |R_0(s, u) - R_M(s, u)|,$$

где

$$R_M(u) = \sum_{-M}^M a_m \frac{\sin \sigma(u - m\pi/\sigma)}{\sigma(u - m\pi/\sigma)}, \quad a_m = R_M \left( m \frac{\pi}{\sigma} \right).$$

Предположим, что неравенство (4) выполняется с наперед заданной степенью точности в интервале  $|u| \leq d$ . Поскольку  $R_0(s, u)$  и  $R_M(u)$  близки на интервале  $[-d, d]$ , значения  $a_m$  при  $|m| < d$  оказываются тесно связанными с функцией  $R_0(s, u)$ ,



т. е.  $a_m \approx R_3(s, m\pi/\sigma)$  при  $|m| < d$ . Для  $|m| > d$  коэффициенты ряда  $a_m$  выбираются из условия выполнения неравенства (4). Можно показать, что аппроксимирующая функция  $R_M(u)$  принадлежит к классу целых функций экспоненциального роста  $W_\sigma$  [1], поэтому ее преобразование Фурье в пространстве  $L_2(-\infty, \infty)$  сосредоточено на конечном интервале переменной  $|v| \leq \sigma$  и дает выражение для искомой функции  $A_m(s, v)$ . Найденная таким образом функция  $A_M(s, v)$  после интегрирования выражения (1) обеспечивает нахождение полинома  $R_M(u)$ , сколь угодно близкого в метрике (4) к заданной функции  $R_3(s, u)$ . Проводя аналогичные рассуждения, можно решить интегральное уравнение (2) относительно  $\xi(\varphi_0, v)$  при заданной функции  $A(s, v)$  и фиксированном  $v$ .

Аппроксимирующий полином по координате  $s$  при  $|f(v)| = \alpha$  имеет вид

$$R_L(s, v) = \sum_{l=-L}^L a_l(v) \frac{\sin \alpha(s - l\pi/\alpha)}{\alpha(s - l\pi/\alpha)},$$

где  $a_l(v) = A_M(l, v)$ . Указанный полином реализует приближение к заданной диаграмме по координате  $s$  при фиксированном  $u$  аналогично неравенству (4).

Взяв преобразование Фурье в пространстве  $L_2(-\infty, \infty)$  от  $R_L(s, v)$ , с учетом (4) можно получить следующее выражение для функции возбуждения:

$$(5) \quad \xi(v, \varphi_0) = \frac{A}{2\sigma} \sum_{l=-L}^L \sum_{m=-M}^M a_m(l) \exp\left(-i \frac{k\pi}{\sigma} v + il\varphi_0\right),$$

где

$$a_m(l) = \frac{\sqrt{1 - (m\pi/\sigma)^2/d^2}}{\varepsilon_l (-i)^l 2\pi} H_l^{(1)'} \left[ ka \sqrt{1 - \left(\frac{m\pi}{\sigma}\right)^2/d^2} \right] \times$$

$$\times \int_{-\pi}^{\pi} R\left(\varphi, m \frac{\pi}{\sigma}\right) e^{-il\varphi} d\varphi \quad \text{при} \quad \alpha = \pi, \quad |l| = M, \quad |m| = d,$$

$A$  — масштабный множитель.

При возбуждении антенны, расположенной в цилиндрическом экране радиуса  $a$ , колебательная скорость (5) формирует диаграмму направленности  $R_{ML}(\varphi, u)$ , связанную посредством выражения (3) с аппроксимирующим полиномом

$$(6) \quad R_{3ML}(s, u) = \sum_{m=-M}^M \sum_{l=-L}^L a_m(l) \frac{\sin \sigma(u - m\pi/\sigma)}{\sigma(u - m\pi/\sigma)} \frac{\sin \pi(s - l)}{\pi(s - l)}.$$

Расчет функции возбуждения по выражению (5) обеспечивает сколь угодно малое отличие реализуемой от заданной диаграммы направленности. Однако уменьшение ошибки воспроизведения  $\varepsilon(u)$  (4) приводит, в общем случае, к росту реактивности антенны. Поэтому целесообразно ограничивать заданную величину  $\varepsilon(u)$  исходя из малых значений добротности синтезируемой антенны. При конечном значении членов аппроксимирующего полинома  $M$ , определяемого из условия (4), добротность антенны определяется следующим выражением:

$$Q = \sum_{-N}^{-N_0} \sum_{-L}^{L_0} \left| R_{L,N} \left( l \frac{\pi}{\alpha}, k \frac{\pi}{\sigma} \right) \right|^2 + \sum_{N_0}^N \sum_{L_0}^L \left| R_{L,N} \left( l \frac{\pi}{\alpha}, k \frac{\pi}{\sigma} \right) \right|^2 / \sum_{-N_0}^{N_0} \sum_{-L_0}^{L_0} \left| R_{L,N} \left( l \frac{\pi}{\alpha}, k \frac{\pi}{\sigma} \right) \right|^2.$$

Отметим, что для комплексных функций  $R_3(s, u)$  необходимо проводить аппроксимацию мнимой и действительной части.

Таким образом, используя выражения, представленные в настоящей работе, можно синтезировать цилиндрические антенны, добываясь равномерного приближения к заданным диаграммам направленности.



## ЛИТЕРАТУРА

1. Б. М. Минкович, В. П. Яковлев. Теория синтеза антенн. М., «Советское радио», 1969.
2. Е. А. Васильцов, В. И. Короченцев. Синтез антенн, расположенных на цилиндрических поверхностях. Межвузовский сб. «Прикладная акустика», VI, Таганрог, 1973.

Дальневосточный политехнический институт  
им. В. В. Куйбышева

Поступила  
7 июня 1976 г.

УДК 534:548

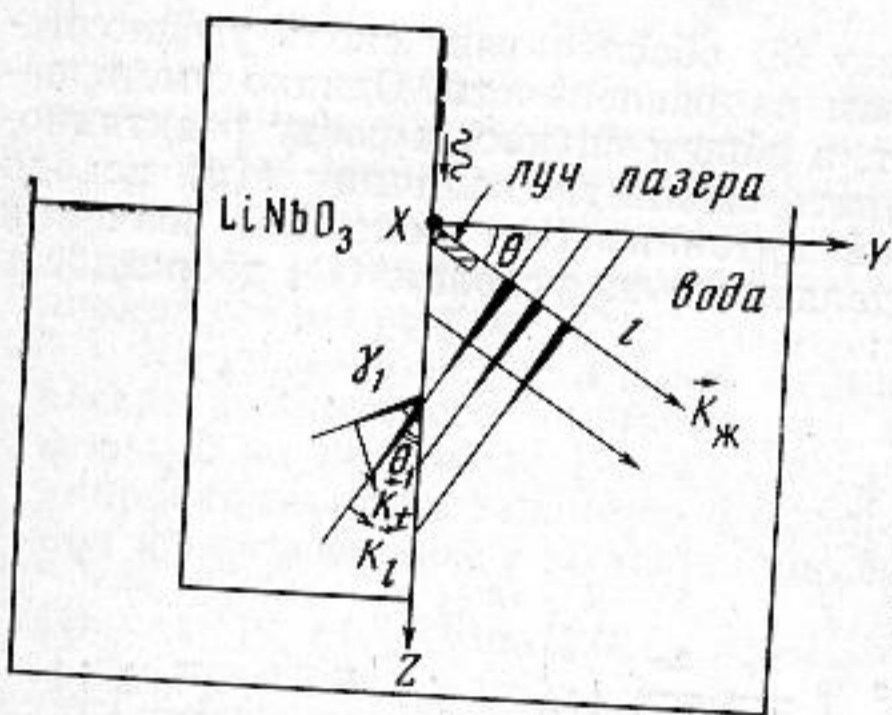
## ДИФРАКЦИЯ СВЕТА НА ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛНАХ НА ГРАНИЦЕ ТВЕРДОЕ ТЕЛО — ЖИДКОСТЬ

В. И. Васькова, И. А. Викторов, А. А. Талашев

Одним из перспективных методов исследования характеристик и свойств рэлеевской волны, распространяющейся по свободной поверхности твердого тела, является метод дифракции когерентного света на периодических пространственных возмущениях, создаваемых волной [1—3]. Известны три способа наблюдения дифракции света на поверхностной рэлеевской волне: дифракция при отражении света от поверхности, по которой распространяется волна в твердом теле [4—6] и в жидкости [7]; дифракция при прохождении света через твердое тело перпендикулярно поверхности с рэлеевской волной [8]; дифракция при прохождении света сквозь среду с волной параллельно свободной поверхности [9].

Ниже описывается новый способ наблюдения дифракции — дифракция света на поверхностной волне на границе твердое тело — жидкость. В этом случае, наблюдая дифракцию света на отраженной звуковой волне в жидкости, можно получить характеристики указанной поверхностной волны. Теоретически акустические волны на границе твердое тело — жидкость были исследованы в работах [10, 11]. Под поверхностной волной мы понимаем здесь волну рэлеевского типа, распространяющуюся вдоль границы твердое тело — жидкость с фазовой скоростью  $c \approx c_R$  ( $c_R$  — фазовая скорость рэлеевской волны) и затухающую вдоль направления распространения вследствие излучения энергии в жидкость, поскольку практически всегда скорость волн в жидкости  $c_{ж} < c$ . Данная волна состоит из неоднородных продольных (волновой вектор  $K_{||}$ ) и поперечной  $K_{\perp}$  волны в твердом теле, очень похожих на соответствующие компоненты рэлеевской волны, и неоднородной волны  $K_{ж}$  в жидкости [10]. Последняя распространяется под острым углом  $\theta$  к границе и ее амплитуда нарастает вдоль фронта при удалении от границы (фиг. 1).

Блок-схема экспериментальной установки изображена на фиг. 2. На поверхности Y-среза кристалла  $LiNbO_3$  с помощью гребенчатых металлических электродов (число пар электродов 24, апертура 11 мм) в непрерывном режиме на частоте 10,2 МГц возбуждалась рэлеевская волна, распространяющаяся вдоль оси z. Кристалл погружался в ванну с дистиллированной водой перпендикулярно поверхности жидкости.



Фиг. 1. Поверхностная волна на границе  $LiNbO_3$  — вода. Толщина волновых фронтов пропорциональна амплитуде волны в данной точке

Тонкий пучок света от гелий-неонового лазера ЛГ-36 ( $\lambda = 6328 \text{ \AA}$ ), вырезанный диафрагмой  $\mathcal{D}_1$ , проходил через ванну с водой и линзой  $L$  фокусировался на фотокатод фотоумножителя ФЭУ-28; сигнал регистрировался на осциллографе ИО-4. Перед фотоумножителем помещалась диафрагма  $\mathcal{D}_2$ .

Нами изучалось звуковое поле в жидкости. Диафрагма  $\mathcal{D}_1$  длиной 1,5 мм и шириной 0,25 мм устанавливалась под углом  $\theta = 25^\circ 9'$  к поверхности воды. Под этим углом распространялась волна, излученная с поверхности кристалла  $LiNbO_3$ . Участок жидкости, освещенный лучом лазера, на фиг. 1 заштрихован. Амплитуда  $U_{ж}$  звуковой волны в жидкости рассчитывалась по формуле для дифракции света на звуковой волне в жидкости [12]:

$$(1) \quad U_{ж} = \frac{\lambda_{ж} \lambda_c}{2\pi^2 (n-1) h} \sqrt{\frac{I_1}{I_0}}$$

где  $\lambda_{ж}$ ,  $\lambda_c$  — длины звуковой и световой волны в дистиллированной воде соответственно,  $n$  — показатель преломления света для воды,  $h$  — ширина звукового пучка по оси X,  $I_0$ ,  $I_1$  — интенсивности света в нулевом и первом дифракционных максимумах.