УДК 534–8

НЕСТАЦИОНАРНАЯ УЛЬТРАЗВУКОВАЯ САМОФОКУСИРОВКА В НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЕ

В. С. Сардарян, А. В. Шекоян

Цель данной работы – выяснение вопроса о распространении импульсного или модулированного по частоте гипер- и ультразвука в условиях, когда длительность импульса $\tau_и$ или период модуляции имеют порядок времени релаксации $\tau_р$. Ясно, что в этом случае процесс самофокусировки является нестационарным, что требует учета временных производных.

В средах с тепловым самовоздействием время релаксации определяется выражением

$$\tau_р = \frac{\rho c_р a^2}{4\varkappa}, \tag{1}$$

где $\rho c_р$ – удельная теплоемкость единицы объема среды, в которой распространяется звуковой сигнал, a – радиус пучка. Величина $\tau_р$ колеблется для разных металлов в пределах от 0,5 до 10^{-2} *сек.* В случае непрерывного излучения нестационарные явления выявляются в промежутке времени $0 \leqslant t \leqslant \tau_р$.

Будем ограничиваться наиболее интересным, с практической точки зрения, случаем, когда $l/\lambda\nu \ll \tau$, где l – характерная длина изменения амплитуды перпендикулярно к направлению распространения луча, λ и ν – соответственно длина и частота волны, τ – характерное время изменения амплитуды волны. Тогда уравнения для нестационарной самофокусировки [1–3] можно написать в следующем виде:

$$2ik\left(\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\partial A}{V\partial t}\right) = \Delta_\perp A + k^2 v_0^2 \frac{d\left(\frac{1}{v^2}\right)}{dT} TA - ik\alpha A, \tag{2}$$

$$\rho c_р \frac{\partial T}{\partial t} = \varkappa \Delta_\perp T + \frac{v_0 \alpha}{8\pi}|A|^2, \tag{3}$$

где V – групповая скорость, A – амплитуда, T – прирост температуры вследствие поглощения энергии волны, v – фазовая скорость, а v_0 – линейная фазовая скорость.

Рассмотрим сильную нестационарность, когда $\tau_и \ll \tau_р$. Тогда, пренебрегая первым членом в правой части уравнения (3) по сравнению с левой частью, получим

$$T = \frac{\alpha v_0}{8\pi\rho c_р}\int\limits_{-\infty}^{t} |A(t')|^2\, dt'. \tag{4}$$

Написав систему уравнений (2) и (3) для трехмерно-аксиального пучка, а затем переходя к эйконалу ($A = A_0 \exp(is)$) и к координатам z и $\eta = t - \dfrac{z}{V}$, мы получим следующую систему уравнений:

$$2\frac{\partial s}{\partial z} + \left(\frac{\partial s}{\partial r}\right)^2 = \frac{\alpha v_0^3}{32\varkappa\tau_р}\int\limits_{-\infty}^{\eta} A_0^2(\eta')\,d\eta' + \frac{1}{k^2 A_0}\left(\frac{\partial^2 A_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial A_0}{\partial r}\right), \tag{5}$$

$$\frac{\partial A_0^2}{\partial z} + \frac{\partial s}{\partial r}\frac{\partial A_0^2}{\partial r} + A_0^2\left(\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial s}{\partial r}\right) + \alpha A_0^2 = 0. \tag{6}$$

Решение этой системы уравнений мы будем искать в виде сферической волны с переменным радиусом кривизны (параксиальные лучи)

$$\begin{aligned} s &= \beta(z,\eta)\frac{r^2}{2} + \varphi(z,\eta), \\ A_0^2 &= \frac{E^2(\eta)}{f^2(z,\eta)}\exp\left\{-\frac{2r^2}{a^2 f(z,\eta)}\right\}, \end{aligned} \tag{7}$$

с граничными условиями при $z=0$

$$\beta(0,\ t)=R^{-1},\quad \varphi(0,\ t)=0,\quad f(0,\ t)=1, \tag{8}$$

$$E^2(t)=\begin{cases} E^2 & \text{при} \quad 0\leqslant t\leqslant \tau_и \\ 0 & \text{при} \quad t<0 \end{cases}.$$

Подставив выражения (7) в систему уравнений (5) и (6) для $f(z,\ \eta)$, получим следующее уравнение:

$$\frac{d^2f}{dz^2}=\frac{1}{R_д{}^2}\left\{\frac{1}{f^3}-\frac{f}{P_{кр}\tau_р}\int\limits_{-\infty}^{\eta}\frac{P_0(\eta')\,d\eta'}{f^4(\eta',\ z)}\right\}, \tag{9}$$

где $R_д=\dfrac{ak^2}{2}$, $P_{кр}=\dfrac{2\varkappa\lambda}{v_0{}^2\dfrac{d\left(\dfrac{1}{\nu^2}\right)}{dT}\alpha R_д}$, $P_0(\eta')$ – мощность импульса. Из уравнения (9) можно получить условие для нестационарности самофокусировки. При $z=0$, $f=1$ самофокусировка возникает, если $d^2f/dz^2<0$, что соответствует условию

$$W_0=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}P_0(t')\,dt'>P_{кр}\tau_р=W_{кр}, \tag{10}$$

т. е. критическим параметром при нестационарной самофокусировке, обладающей тепловой энергией, является энергия пучка. Для слабопоглощающих сред $P_{кр}\approx 10^5$ *вт*; тогда для разных металлов $W_{кр}$ лежит в пределах $W_{кр}\approx 5\cdot 10^4-10^3$ *дж*. Для пучка с энергией $W_0\gg W_{кр}$ действием дифракции можно пренебречь, тогда уравнение (9) принимает вид

$$\frac{d^2f}{d\xi^2}=-\frac{f}{\xi}\int\limits_0^{\xi}\frac{d\xi}{f^4(\xi)},$$

где мы ввели новую переменную

$$\xi=\frac{z}{R_д}\left[\frac{1}{W_{кр}}\int\limits_{-\infty}^{\eta}P_0(\eta')\,d\eta'\right]^{1/2}. \tag{11}$$

Рассмотрим прямоугольный импульс ($P_0=\text{const}$, $0\leqslant t\leqslant\tau_и$). До образования фокуса максимальному сжатию пучка соответствует $\xi=\xi_{\max}$. В этой области возникает «самоперетяжка», которая движется со скоростью $v_{пер}=\dfrac{2}{3}V$. Она определяется из условия $\dfrac{df}{dz}=\dfrac{df}{d\xi}\dfrac{d\xi}{dz}=0$. Поскольку $\dfrac{df}{d\xi}\neq 0$, то из условия $\dfrac{d\xi}{dz}=0$ можно найти $v_{пер}$. Полагая, что при $\xi=\xi_0$, $f=0$, можно найти первую фокальную точку

$$z_ф=\left(\frac{2\xi_0{}^2R_дW_{кр}V}{P_0}\right)^{1/2}. \tag{12}$$

Далее фокальная область расширяется, а положение граничных фокальных точек определяется из уравнений

$$\frac{z_ф}{R_д}\left[\frac{P_0}{W_{кр}}\left(t-\frac{z_ф}{V}\right)\right]^{1/2}=\xi_0.$$

Следовательно

$$z_{ф_1}=R_д\left(\frac{W_{кр}}{P_0t}\right)^{1/2},\qquad z_{ф_2}=Vt-\frac{\xi_0{}^2R_д{}^2W_{кр}}{P_0V^2t^2}. \tag{13}$$

Момент $t=0$ соответствует вхождению переднего края фронта импульса в нелинейную среду, само же изменение t ограничено в пределах $0 \leqslant t \leqslant \tau_и$. Таким образом, при нестационарной самофокусировке образовывается несколько фокусов, которые перемещаются с течением времени.

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. Н. Луговой, А. М. Прохоров.* Теория распространения мощного лазерного излучения в нелинейной среде. Успехи физ. наук, 1973, *111*, 2, 203–247.
2. *В. И. Беспалов, А. Г. Литвак, В. И. Таланов.* Самовоздействие электромагнитных волн в кубических изотропных средах. Нелинейная оптика, Новосибирск, «Наука», 1968, 428–463.
3. *И. Шен.* Сб. Действие лазерного излучения, под ред. Ю. П. Райзера, М., «Мир», 1968, 210–215.

Ереванский армянский государственный
педагогический институт
им. Х. Абовяна

Поступила
4 декабря 1974 г.