сеиватели системы представляют собой бесконечно тонкие ленты, и уменьшается по мере увеличения степени выпуклости рассеивателей.

Для других углов α прихода плоской волны наблюдается одностороннее рассеяние энергии при любой толщине цилиндров системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *А. Г. Лейко, Б. А. Омельченко.* Поле рассеяния для круговой системы акустически мягких эллиптических цилиндрических рассеивателей. Акуст. ж., 1976, *22*, 2, 250–256.
2. *Е. А. Иванов.* Дифракция электромагнитных волн на двух телах. Минск, «Наука и техника», 1968.

Поступила
31 января 1975 г.

УДК 534.222

ПОТОКИ В ИДЕАЛЬНОЙ, НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ, ВЫЗВАННЫЕ ОСЦИЛЛЯЦИЯМИ ТЕЛА

М. А. Миронов

При движении тела в идеальной несжимаемой жидкости скорость течения в любой точке среды однозначно определяется скоростью тела и его формой и размерами в данный момент. Чем «шире» тело в поперечном по отношению к движению направлении, тем больше скорость среды. При осцилляции тела неизменных размеров и формы смещение частиц среды, происходящее во время движения его в одну сторону, полностью компенсируется во время движения в другую сторону. Если же в процессе осцилляции размеры или форма меняются, то такой компенсации не будет. Пусть, например, при движении вправо тело «шире», чем при движении влево. Тогда в точках перед телом скорость течения в полупериод движения вправо будет больше, чем в полупериод движения влево. Это означает, что средняя за период скорость течения отлична от нуля, причем возникающий стационарный поток направлен вправо.

В качестве примера, иллюстрирующего количественную сторону этого явления, рассмотрим стационарный поток, возникающий около осциллирующей и одновременно пульсирующей сферы. Пусть центр сферы движется по оси $0x$ по закону $x=X(t)$, а объем ее изменяется по закону $v=V(t)$. Поле скоростей, вызванное поступательным движением, имеет вид [1]

$$\mathbf{v}_1=\frac{R^3}{2r^3}[3\mathbf{n}(\dot{\mathbf{X}}\mathbf{n})-\dot{\mathbf{X}}],$$

а вызванное пульсационным движением –

$$\mathbf{v}_2=\frac{1}{4\pi}\frac{dV/dt}{r^2}\mathbf{n}.$$

Здесь $\mathbf{X}=X(t)\mathbf{i}+0\mathbf{j}+0\mathbf{k}$ – радиус-вектор, определяющий положение центра сферы, R – ее радиус, r – расстояние от центра сферы до точки наблюдения, $\mathbf{n}$ – единичный вектор в направлении из центра сферы на точку наблюдения. Пусть $\mathbf{X}(t)$ и $V(t)$ – периодические функции. Постоянный поток представляет собой усредненное по времени поле скоростей $\langle\mathbf{v}_1+\mathbf{v}_2\rangle$. На большом по сравнению с амплитудой осцилляций расстоянии расчет дает следующее выражение:

$$\langle\mathbf{v}_1+\mathbf{v}_2\rangle=\frac{1}{r_0{}^3}[3\mathbf{n}_0(\mathbf{n}_0\mathbf{M})-\mathbf{M}], \tag{1}$$

где

$$\mathbf{M}=\frac{1}{8\pi}\langle V(t)\dot{\mathbf{X}}(t)\rangle, \tag{2}$$

а r_0 – среднее расстояние от точки наблюдения до центра сферы.

Используем выражение (1) для исследования потока около газового пузырька, находящегося в звуковом поле. Длину звуковой волны примем много большей радиуса пузырька, вязкость жидкости учитывать не будем, а поглощение энергии при пульсациях пузырька учтем феноменологически – введением конечной добротности. Звук будем считать достаточно слабым, чтобы уравнения движения пузырька были линейными. Пусть p и $\mathbf{v}$ – соответственно звуковое давление и скорость. Скорость поступательного движения пузырька относительно среды равна $\dot{\mathbf{X}}=2\mathbf{v}$, а объем пузырька связан с давлением формулой

$$V=-\frac{4\pi R_0}{\rho}\frac{1}{\omega_0^2-\omega^2-i\omega^2/Q}p,$$

где R_0 – средний радиус пузырька, ω_0 – резонансная частота пузырька, Q – добротность, ρ – плотность жидкости. Полагая $p=p_0\exp[-i(\omega t+\alpha)]$, $\mathbf{v}=\mathbf{v}_0\exp(-i\omega t)$, получим из (2)

$$\mathbf{M}=-\frac{1R_0}{2\rho}\frac{(\omega_0^2-\omega^2)\cos\alpha+\dfrac{\omega^2}{Q}\sin\alpha}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\omega^4/Q^2}p_0\mathbf{v}_0. \tag{3}$$

Для наглядности стационарное течение можно представить как поле шара радиуса R_0, движущегося с эффективной скоростью $\mathbf{U}=2\mathbf{M}/R_0^3$. Эта скорость характеризует стационарное течение на близком расстоянии от осциллирующего и пульсирующего шара. Для газового пузырька на основании (3) величина $\mathbf{U}$ выражается следующим образом:

$$\mathbf{U}=\frac{1}{\rho R_0^2}\frac{(\omega_0^2-\omega^2)\cos\alpha+\dfrac{\omega^2}{Q}\sin\alpha}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\omega^4/Q^2}p_0v_0. \tag{4}$$

Если акустическое поле является полем плоской бегущей волны, то $\alpha=0$, $p_0=\rho c v_0$, и

$$|\mathbf{U}|=\frac{c}{R_0^2}\frac{|\omega_0^2-\omega^2|}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\omega^4/Q^2}v_0^2.$$

В случае $\omega\gg\omega_0$ $|\mathbf{U}|\approx\dfrac{c}{\omega_0^2R_0^2}v_0^2$, или, учитывая, что $\omega/c=k$, $|\mathbf{U}|\approx$ $\approx\dfrac{1}{(kR_0)^2}\dfrac{v_0}{c}v_0$. В противоположном случае $\omega\ll\omega_0$ $|\mathbf{U}|\approx\dfrac{c}{\omega_0^2R_0^2}v_0^2$.

После несложных преобразований эта формула принимает достаточно простой вид:

$$|\mathbf{U}|\approx\frac{1}{3}\frac{\beta_0}{\beta}\frac{v_0}{c}v_0,$$

где β_0 и β – сжимаемости газа и жидкости соответственно.

На резонансной частоте $|\mathbf{U}|=0$. Если же в звуковом поле есть стоячие волны, то $\alpha\neq0$, и на резонансной частоте величина $|\mathbf{U}|$ оценивается следующим выражением:

$$|\mathbf{U}|=\frac{Q}{(kR_0)^2}\frac{v_0}{c}v_0\sin\alpha.$$

Итак, при периодическом движении тела в идеальной несжимаемой жидкости могут возникать стационарные потоки, если тело одновременно с осцилляцией меняет свою форму. Простая реализация такого движения – газовый пузырек в звуковом поле. Скорость и направление стационарного потока, возникающего около пузырька, зависят от структуры (стоячая или бегущая волна) и от частоты поля. В узле и в пучности стационарные потоки отсутствуют. Заметим, что рассмотренные здесь потоки устанавливаются практически мгновенно, в отличие от обусловленных вязкостью потоков [2], время установления которых десятки и сотни периодов звука.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц.* Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1954.
2. *Ю. Г. Статников.* Исследование акустических течений. Канд. дис. Акуст. ин-т, М., 1967.

Акустический институт
Академии наук СССР

Поступила
11 мая 1975 г.