УДК 534.232

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ, ДВИЖУЩИХСЯ СО СВЕРХЗВУКОВОЙ СКОРОСТЬЮ

Г. И. Григорьев, В. П. Докучаев, В. Я. Эйдман

В работе [1] исследовано излучение звуковых волн при прямолинейном движении источников с переменным ускорением. При этом был рассмотрен только случай дозвуковых скоростей движения, когда число Маха $M=v/c<1$. Ниже кратко рассмотрен случай сверхзвукового движения источников ($M>1$) и на его примере выяснены некоторые особенности взаимодействия движущихся акустических мультиполей, образующих сложный излучатель. Этот случай представляет интерес в связи с излучением звука телами с переменной массой, движущимися со сверхзвуковыми скоростями в атмосфере Земли.

Если возмущения давления p и плотности ρ малы по сравнению с равновесными значениями p_0 и ρ_0, то уравнение для потенциала скорости Φ при наличии в среде источников массы q имеет вид [2, 3]:

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial r}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2}=-q(r,z,t), \tag{1}$$

$$\vec{v}=-\nabla\Phi,\qquad p=\rho_0\frac{\partial\Phi}{\partial t},\qquad \rho=\frac{p}{c^2}. \tag{2}$$

Мы предполагаем аксиальную симметрию задачи, при которой отсутствует зависимость всех величин от полярного угла φ цилиндрической системы координат r, z, φ. Пусть источник массы движется вдоль оси z с переменным ускорением

$$q=[Q_0+Q_1\cos(\Omega t+\vartheta)]\frac{\delta(r)}{2\pi\rho_0 r}f(z-vt-a\sin\Omega t). \tag{3}$$

Здесь f — некоторая функция, описывающая распределение источников и стоков массы вдоль траектории движения. Она определяется конкретной формой движущегося тела [4, 5]. Размеры источника в плоскости, перпендикулярной траектории движения, считаются малыми (приближение тонкого тела [4, 5]). В отличие от случая дозвукового движения, при $M>1$ без учета диссипативных процессов и дисперсии звуковых волн нельзя выбирать распределение f в виде δ-функции, так как при этом интенсивность излучения элементарных диполей выражается через расходящиеся интегралы по спектру излучаемых частот *.

Из соотношения (3) ясно, что фаза ускорения центра масс источника предполагается сдвинутой на угол $90°+\vartheta$ относительно периодических вариаций изменения массы тела в собственной системе координат.

Если амплитуда осцилляторного движения a мала **, то в выражении (3) можно воспользоваться разложением излучателя на мультиполи:

$$q\simeq(q_1+q_2+q_3)\frac{\delta(r)}{2\pi\rho_0 r}.$$

$$q_1=Q_0 f(z-vt)+\frac{aQ_1}{2}\sin\vartheta f'(z-vt), \tag{4}$$

$$q_2=Q_1\cos(\Omega t+\vartheta)f(z-vt),\qquad q_3=-aQ_0\sin\Omega t f'(z-vt),$$

где $f'=(z-vt)$ — производная функции f по ее аргументу. Пользуясь принципом суперпозиции для линейного уравнения (1) с источниками (4), можно найти давление p, создаваемое составляющими q_1, q_2, q_3.

Для расчета интенсивности излучения воспользуемся соотношением, определяющим работу сил давления над источником:

$$I=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\int_0^\infty\int_{-\infty}^{\infty}\int_0^{2\pi} qp^* r\,dr\,dz\,d\varphi, \tag{5}$$

Re — означает действительную часть выражения, а p^* — величина, комплексно сопряженная с p. Полная интенсивность излучения звука I источниками (4), усред-

* Это обстоятельство осталось без должного внимания в работах [2, 3].

** Как показывает анализ, аналогичный проведенному в работе [1], условием малости a является $a\ll l$, где l — характерный размер обтекаемого тела.

няемая за период $T=2\pi/\Omega$, будет

$$I=\frac{Q_0^2}{8\pi\rho_0 v}\int_0^\infty \omega|\bar f(\omega/v)|^2\,d\omega+\frac{Q_1^2}{32\pi\rho_0 v}\left\{\int_{\omega_1}^\infty f_1^2\omega\,d\omega+\int_{\omega_2}^\infty f_2^2\omega\,d\omega\right\}+ \tag{6}$$

$$+\frac{aQ_0Q_1\cos\vartheta}{16\pi\rho_0 v^2}\left\{\int_{\omega_1}^\infty f_1^2\omega(\omega-\Omega)\,d\omega-\int_{\omega_2}^\infty f_2^2\omega(\omega+\Omega)\,d\omega\right\}+$$

$$+\frac{a^2Q_0^2}{32\pi\rho_0 v^3}\left\{\int_{\omega_1}^\infty f_1^2\omega(\omega-\Omega)^2\,d\omega+\int_{\omega_2}^\infty f_2^2\omega(\omega+\Omega)^2\,d\omega\right\},$$

где

$$\bar f(\varkappa)=\int_{-\infty}^\infty f(z)\exp(-i\varkappa z)\,dz,$$

$$f_1=\bar f\left(\frac{\omega-\Omega}{v}\right),\qquad f_2=\bar f\left(\frac{\omega+\Omega}{v}\right),\qquad \omega_{1,2}=\frac{\Omega}{M\pm1}.$$

Отсюда видно, что источники (4) излучают на частотах $\Omega/(M+1)\leqslant\omega<\infty$ (нормальный доплер-эффект) и на частотах $\Omega/(M-1)\leqslant\omega<\infty$ (аномальный эффект Доплера) [6].

Из выражения (6) видно, что отдельные источники в (4) взаимодействуют друг с другом. При этом возможен обмен энергией между этими источниками, как и в случае дозвукового движения [1].

Рассмотрим работу сил реакции излучения над отдельными источниками, входящими в состав исходного излучателя:

$$I_1=\frac{1}{2}\operatorname{Re}\int q_2p^*\,dV,\qquad I_2=\frac{1}{2}\operatorname{Re}\int q_3p^*\,dV. \tag{7}$$

После простых преобразований из формул (6), (7) находим

$$I_1=\frac{Q_1^2}{32\pi\rho_0 v}\left\{\left(1-\frac{a\Omega Q_0\cos\vartheta}{vQ_1}\right)\left[\int_{\omega_1}^\infty f_1^2\omega\,d\omega+\int_{\omega_2}^\infty f_2^2\omega\,d\omega\right]+\right. \tag{8}$$

$$\left.+\frac{aQ_0\cos\vartheta}{vQ_1}\left[\int_{\omega_1}^\infty f_1^2\omega^2\,d\omega-\int_{\omega_2}^\infty f_2^2\omega^2\,d\omega\right]\right\},$$

$$I_2=\frac{a^2Q_0^2}{32\pi\rho_0 v^2}\left\{\frac{1}{v}\left[\int_{\omega_1}^\infty f_1^2\omega(\omega-\Omega)^2\,d\omega+\int_{\omega_2}^\infty f_2^2\omega(\omega+\Omega)^2\,d\omega\right]+\right. \tag{9}$$

$$\left.+\frac{Q_1\cos\vartheta}{aQ_0}\left[\int_{\omega_1}^\infty f_1^2\omega(\omega-\Omega)\,d\omega-\int_{\omega_2}^\infty f_2^2\omega(\omega+\Omega)\,d\omega\right]\right\}.$$

При анализе выражений (8), (9) следует иметь в виду, что $\omega_1<\omega_2$ и $f_1(\omega)=f_2(\omega-2\Omega)$, так что $\int_{\omega_1}^\infty f_1^2\omega^2\,d\omega-\int_{\omega_2}^\infty f_2^2\omega^2\,d\omega>0$. Следовательно, движущийся монополь q_2 может поглощать часть энергии, испускаемой диполем $q_3 (I_1<0)$ при выполнении условия

$$\left|\frac{a\Omega Q_0\cos\vartheta}{vQ_1}\right|>1. \tag{10}$$

Чтобы иметь представление о зависимости выражений для интенсивности (8), (9) от характерного размера источника l вдоль траектории движения, возьмем гауссово распределение

$$(11)\qquad f(z)=\frac{1}{\sqrt{\pi}\,l}\exp\left(-\frac{z^2}{l^2}\right),\qquad \bar f(\varkappa)=\exp\left(-\frac{\varkappa^2l^2}{4}\right).$$

Считая далее выполненным условие $\Omega l/(v-c)\ll 1$ (а следовательно, $\alpha=\Omega l/v\ll 1$), из формул (8), (9) и (11) находим

$$(12)\qquad I_1\simeq\frac{Q_1^2v}{16\rho_0\pi l^2}\left(1+\frac{\alpha aQ_0}{lQ_1}\cos\vartheta\right),$$

$$(13)\qquad I_2\simeq\frac{a^2Q_0^2v}{16\rho_0\pi l^4}\left(1+\frac{\alpha lQ_1}{2aQ_0}\cos\vartheta\right).$$

Таким образом, монополь «поглощает» часть энергии диполя ($I_1<0$) при $\alpha aQ_0\cos\vartheta/ /lQ_1<-1$. Взаимодействие может приводить к раскачке дипольного источника в том случае, если $\alpha lQ_1\cos\vartheta/2aQ_0<-1$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Г. И. Григорьев, В. П. Докучаев, В. Я. Эйдман.* Генерация звука при прямолинейном движении излучателей с переменным ускорением. Акуст. ж., 1974, *20*, 4, 537—542.
2. *В. П. Докучаев.* Энергия и сопротивление излучения движущегося акустического монополя. Акуст. ж., 1966, *12*, 1, 112—114.
3. *P. M. Morse, K. Uno Ingard.* Theoretical Acoustics, N. Y., McGraw — Hill Book Company, 1968.
4. *Ф. И. Франкль, Е. А. Карпович.* Газодинамика тонких тел, М.– Л., Гостехиздат, 1948.
5. *Е. А. Красильщикова.* Возмущенное движение воздуха при вибрации крыла, движущегося со сверхзвуковой скоростью. Прикл. матем. и мех., 1947, *11*, 1, 147—164.
6. *В. Л. Гинзбург, В. Я. Эйдман.* О силе реакции излучения при движении заряда в среде. ЖЭТФ, 1959, *36*, 6, 1823—1833.

Научно-исследовательский
радиофизический институт,
Горький

Поступила
24 марта 1975 г.

УДК 534.833

ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ ДВУХСЛОЙНОГО ЖЕСТКОГО ВИБРОПОГЛОЩАЮЩЕГО ПОКРЫТИЯ

Б. А. Канаев, Б. Д. Тартаковский

Один из способов увеличения эффективности вибропоглощающих покрытий – нанесение покрытия не непосредственно на поверхность структуры, а на некоторый промежуточный слой, роль которого сводится к удалению вибропоглощающего слоя от нейтральной плоскости изгиба и, как следствие этого, к увеличению коэффициента потерь. В работе [1] исследована зависимость коэффициента потерь от относительной толщины слоев такого двухслойного покрытия.

С увеличением коэффициента потерь η растет эффективность покрытия, определяемая уменьшением уровня среднего по поверхности структуры квадрата колебательной скорости $\langle V^2\rangle$. Однако при нанесении покрытия на структуру изменяется не только коэффициент потерь, но и изгибная жесткость B и масса m структуры, которые также влияют на эффективность покрытия.

Рассмотрим зависимость эффективности вибропоглощения от соотношения толщин слоев двухслойного жесткого покрытия, наносимого на металлическую пластину, с учетом изменения массы и жесткости. В случае возбуждения пластины полосой частот в режиме заданной силы эффективность вибропоглощения, выраженная в *дБ*, будет [2]

$$\text{ВП}_F=10\lg\frac{\langle V_0^2\rangle}{\langle V^2\rangle}=10\lg\frac{\eta}{\eta_0}+15\lg\frac{m}{m_0}+5\lg\frac{B}{B_0},$$

где параметры с индексом 0 относятся к пластине без покрытия, параметры без индекса – к пластине с покрытием, а величины η, m и B определяются соотношениями [3]:

$$\eta=\frac{\eta_1I_1+\alpha_2\eta_2I_2+\alpha_3\eta_3I_3}{I_1+\alpha_2I_2+\alpha_3I_3},\qquad m=\sum_{i=1}^{3}\rho_iH_i,\qquad B=\sum_{i=1}^{3}E_iI_i.$$