УДК 534.222

О ВОЗБУЖДЕНИИ ЗВУКА РАСШИРЯЮЩИМСЯ АДИАБАТИЧЕСКИМ ПОТОКОМ

Г. П. Гущин, А. В. Сергиевский

К настоящему времени причины возникновения акустических колебаний в движущейся среде изучены достаточно хорошо. Известно, в частности, что при наличии теплоподвода источником энергии, поддерживающим акустические колебания в системе, может служить кинетическая энергия потока [1]. Возбуждение звука при этом происходит вследствие колебаний теплового сопротивления. Однако возбуждение акустических колебаний за счет кинетической энергии потока может происходить даже в том случае, когда теплоподвод отсутствует, т. е. когда колебаний теплового сопротивления нет.

Рассмотрим задачу о распространении звуковых волн при плоско-параллельном радиальном течении идеальной жидкости. Предполагая течение адиабатическим, напишем уравнения движения среды в цилиндрических координатах:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{1}{r}\frac{\partial(\rho u r)}{\partial r}=0,\\
(1)\qquad &\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial r}=-\frac{c_0^2}{\rho}\frac{\partial\rho}{\partial r}.
\end{aligned}
$$

Здесь u – радиальная скорость, ρ – плотность среды, c_0 – скорость звука.

Линеаризуя уравнения (1), получим *

$$
\begin{aligned}
(2)\qquad &\left(1-\frac{u^2}{c_0^2}\right)^*\frac{\partial^2\Delta u}{\partial r^2}-\frac{2u^*}{c_0^2}\frac{\partial^2\Delta u}{\partial r\,\partial t}-\frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2\Delta u}{\partial t^2}-\\
&-\frac{2}{c_0^2}\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)^*\frac{\partial\Delta u}{\partial t}-\left(\frac{1}{u}\frac{\partial u}{\partial r}\right)^*\left(1+3\frac{u^2}{c_0^2}\right)^*\frac{\partial\Delta u}{\partial r}+\\
&+\left[\left(\frac{1}{u}\frac{\partial u}{\partial r}\right)^2\left(1-\frac{u^2}{c_0^2}\right)-\frac{1}{u}\left(1+\frac{u^2}{c_0^2}\right)\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}\right]^*\Delta u=0,
\end{aligned}
$$

где $\Delta u=u(r,\ t)-u^*(r)$, значком $*$ обозначены значения величин в равновесном состоянии. Граничные условия к уравнению (2) выберем в виде

$$(3)\qquad \Delta u(r_0,\ t)=\Delta u(R_0,\ t)=0.$$

По своему физическому смыслу эти условия означают, что энергия звуковых волн не излучается из области $r_0<r<R_0$ через поверхности $r=r_0$ и $r=R_0$. Условия (3) можно заменить условиями существования при $r=r_0$ и $r=R_0$ узлов плотности или давления. При этом результаты останутся теми же.

Пусть при $r=r_0$ равновесное значение скорости потока $u^*=u_0$, причем $M=u_0/c_0\ll\ll 1$. Тогда для $r>r_0$

$$(4)\qquad u^*=\frac{u_0r_0}{r}+O(M^2).$$

Решение уравнения (2) будем искать в виде

$$(5)\qquad \Delta u=y(r)\,e^{pt}.$$

Подставляя выражение (5) в уравнение (2) и учитывая формулы (3), (4), получим

$$(6)\qquad y''+\frac{1}{r}y'-\left(\frac{p^2}{c_0^2}+\frac{1}{r^2}\right)y=M\left(\frac{2r_0}{c_0r}py'-\frac{2r_0}{c_0r^2}py\right)+M^2L[y],$$

$$(7)\qquad y(r_0)=y(R_0)=0,$$

где $y'=dy/dr$, $y''=d^2y/dr^2$, $L[y]$ – линейное однородное обыкновенное дифференциальное выражение, содержащее y' и y. Выбирая в качестве малого параметра число Маха M, найдем приближенное решение краевой задачи (6), (7), используя метод

---

* Так как в дальнейшем нас будет интересовать случай малых скоростей потока, зависимостью скорости звука c_0 от r и t мы будем пренебрегать.

возмущений. Собственные значения p_{n0} и собственные функции y_{n0} «невозмущенной» задачи ($M=0$) имеют вид

$$p_{n0}=j\omega_n,\quad y_{n0}=c_n\left[J_1\left(\frac{\omega_n r_0}{c_0}\right)Y_1\left(\frac{\omega_n r}{c_0}\right)-Y_1\left(\frac{\omega_n r_0}{c_0}\right)J_1\left(\frac{\omega_n r}{c_0}\right)\right], \tag{8}$$

где J_1 и Y_1 — бесселевы функции первого порядка, c_n — некоторая константа, а ω_n — корни уравнения

$$J_1\left(\frac{\omega_n r_0}{c_0}\right)Y_1\left(\frac{\omega_n R_0}{c_0}\right)-Y_1\left(\frac{\omega_n r_0}{c_0}\right)J_1\left(\frac{\omega_n R_0}{c_0}\right)=0.$$

Используя выражение (8), нетрудно определить собственные значения «возмущенной» краевой задачи (6), (7)

$$p_{n1}=j\omega_n+\alpha_n+O(M^2),$$

$$\alpha_n=u_0 r_0\int\limits_{r_0}^{R_0}\frac{y_{n0}^2}{r}\,dr\Bigg/\int\limits_{r_0}^{R_0}y_{n0}^2 r\,dr.$$

Так как $\operatorname{Re}p_{n1}=\alpha_n>0$, течение оказывается неустойчивым по отношению к малым возмущениям акустического характера. Амплитуды гармоник будут возрастать со временем пропорционально множителю $e^{\alpha_n t}$. Скорость нарастания колебаний определяется инкрементом α_n, причем $u_0r_0/R_0^2<\alpha_n<u_0/r_0$. Если $\omega_n r_0/c_0$ достаточно велико, то $\alpha_n\simeq u_0/R_0$. Более строгий анализ, проводимый для случая любых (но дозвуковых) скоростей потока и учитывающий зависимость скорости звука от координаты r и времени t, показывает, что инкремент нарастания α_n для достаточно высоких гармоник определяется выражением

$$\alpha_n\simeq\frac{1}{2}\,\frac{\displaystyle\int\limits_{r_0}^{R_0}\left\{\frac{c_0u}{c_0^2-u^2}\left[\frac{1}{r}-\left(1-\frac{u^2}{c_0^2}\right)\frac{1}{u}\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{2}{\rho c_0}\frac{\partial(\rho c_0)}{\partial r}\right]\right\}^{*}dr}{\displaystyle\int\limits_{r_0}^{R_0}\left(\frac{c_0}{c_0^2-u^2}\right)^{*}dr},$$

что свидетельствует о возможности значительного усиления эффекта при возрастании скорости течения.

Механизм возбуждения этих колебаний обусловлен наличием в системе распределенного отрицательного трения и, по-видимому, может приводить к неустойчивости и при других, более сложных, условиях течения (при наличии теплоподвода, учете вязкости, теплопроводности и т. д.).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Б. В. Раушенбах.* Вибрационное горение. М., Физматгиз, 1961.

Горьковский исследовательский физико-технический институт
Горьковский государственный университет им. Н. И. Лобачевского

Поступила 4 марта 1974 г.

УДК 534.232

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ХРУПКОГО РАЗРУШЕНИЯ ДЛЯ ГЕНЕРИРОВАНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ В ВИДЕ СТУПЕНЬКИ

С. Л. Давыдов, Г. Г. Зарецкий-Феоктистов

Генерирование акустических импульсов в виде функции Хевисайда, используемых при определении переходных характеристик электроакустических преобразователей, при изучении дисперсии в ультразвуковых волноводных системах и т. п., представляет определенные трудности из-за отсутствия излучателей, обладающих равномерной спектральной плотностью излучения в диапазоне от единиц герц до нескольких мегагерц. Известны попытки воспроизведения импульса в виде ступеньки при помощи ударных труб [1], однако этот способ, требующий сложного и дорогостоящего оборудования, позволяет генерировать акустический импульс с длительностью фронта порядка 10÷50 *мкс*.