Таким образом, если не учитывать конечность толщины стенок пузыря, можно при расчете завысить резонансную частоту по сравнению с экспериментальной, как показывает приведенный пример, на 10%. Известно, что у рыб, совершающих вертикальные миграции, газовая железа может работать по-разному [5]. Очень распространенными являются два механизма ее работы. При первом остается постоянной масса газа в пузыре, при втором – объем пузыря. На фиг. 2 приведены графики зависимости резонансной частоты плавательного пузыря от гидростатического давления при первом и втором механизме. Графики построены для значения произведения $\mu_1^*[1-(r_2/r_1)^3]=10^7$ *дин/см*^{2} и различных радиусов пузырей у поверхности. Видно, что резонансные частоты при первом механизме лежат в более высокочастотной области, чем при втором. Из сравнения графиков следует, что рыбы с плавательными пузырями различных радиусов у поверхности (например, 0,1 *см* и около 0,3 *см*) могут при разных механизмах работы газовой железы, опустившись на одну и ту же глубину (например, 300 *м*), резонировать на одной частоте (около 20 *кгц*). Таким образом, для идентификации резонансных рассеивателей кроме знания резонансной частоты рассеяния на какой-то глубине необходимы сведения о размерах пузырей этих же рыб у поверхности или о механизме работы плавательного пузыря при вертикальных перемещениях рыб.

ЛИТЕРАТУРА

1. *И. Б. Андреева.* О рассеянии звука газовыми пузырями рыб в глубоководных звукорасс. слоях океана. Акуст. ж., 1964, *10*, 1.
2. *V. Tversky.* Distribution of small scatterers. JASA, 1964, *36*, 7.
3. *Л. П. Лебедева.* Исследование рассеивания звука на моделях морских животных. Канд. дис., Акуст. ин-т, Ин-т океанол. АН СССР, М., 1966.
4. *Л. П. Лебедева.* Рассеяние звука планктонными животными малыми по сравнению с длиной звуковой волны. Океанология, 1971, *11*, 6.
5. *J. B. Hersey, R. H. Bakus.* Sound – scattering spectra of deep-scattering layers in the Western North Atlantic Ocean. Deep – Sea Res. 1961, *8*, 3/4.

Институт океанологии им. П. П. Ширшова
Академии наук СССР

Поступила
28 апреля 1973 г.

УДК 534.26

ДИФРАКЦИЯ ПЛОСКОЙ ЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ НА БЕСКОНЕЧНОЙ РЕШЕТКЕ ИЗ АБСОЛЮТНО ЖЕСТКИХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ЦИЛИНДРОВ

А. Г. Лейко, В. И. Маяцкий

Рассмотрим задачу о дифракции плоской волны, нормально падающей на бесконечную решетку из абсолютно жестких эллиптических цилиндров. Так же как в работе [1], будем считать, что продольные оси идентичных бесконечно длинных эллиптических цилиндров параллельны и лежат в одной плоскости, расстояние между продольными осями соседних цилиндров по нормали постоянно для всей решетки и равно l, угол наклона больших осей эллипсов нормальных сечений цилиндров к линии центров эллипсов для всей решетки равен γ.

В математическом отношении задача сводится к решению двумерного волнового уравнения Гельмгольца относительно потенциала скорости рассеянного поля $\Phi^{(1)}$, который в сумме с потенциалом скорости плоской падающей волны

$$\Phi^{(0)}=\Phi e^{ik\mathbf{n}\cdot\mathbf{R}} \tag{1}$$

на поверхности цилиндра с номером $\nu=0$ удовлетворяет граничному условию Неймана, а также условию излучения на бесконечности. В выражении (1) Φ – амплитуда потенциала скорости; k – волновое число, R – радиус-вектор, соединяющий произвольную точку пространства с началом координат, n – единичный вектор направления распространения плоской волны, i – мнимая единица (временно́й множитель $e^{-i\omega t}$ опущен).

Решение представим в виде рядов по локальным эллиптическим волновым функциям, удовлетворяющим условию излучения на бесконечности:

$$\Phi^{(1)}=2\Phi\left\{\sum_{n=0}^{\infty}[A_nc_nMe_n^{(1)}(\xi,q)ce_n(\eta,q)+B_nd_nNe_n^{(1)}(\xi,q)se_n(\eta,q)]+\right.$$
$$\left.+\sum_{\substack{\nu=-\infty\\ \nu\neq0}}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}[A_nc_nMe_n^{(1)}(\xi_\nu,q)ce_n(\eta_\nu,q)+B_nd_nNe_n^{(1)}(\xi_\nu,q)se_n(\eta_\nu,q)]\right\}, \tag{2}$$

где A_n и B_n – неизвестные коэффициенты разложения; $Me_n^{(1)}(\xi, q)$ и $Ne_n^{(1)}(\xi, q)$ – четная и нечетная комбинированные функции Матье первого рода n-го порядка, $c_n=c_n(q)$ и $d_n=d_n(q)$ – коэффициенты пропорциональности, $ce_n(\eta, q)$ и $se_n(\eta, q)$ – четная и нечетная угловые функции Матье n-го порядка, $\nu=0, \pm1, \pm2, \ldots$ – номера цилиндров; ξ, η – эллиптические координаты в системе координат цилиндра с номером $\nu=0$, $q=\left(\frac{kf}{\ }\right)^2$, $2f$ – фокусное расстояние эллипсов сечений цилиндров.

Заменим коэффициенты разложения A_n и B_n коэффициентами a_n и b_n, которые связаны между собой соотношениями:

$$A_n=c_nCe_n'(\xi^0, q)a_n, \quad B_n=d_nSe_n'(\xi^0, q)b_n, \tag{3}$$

где $Ce_n(\xi^0, q)$ и $Se_n(\xi^0, q)$ – соответственно четная и нечетная радиальные функции Матье n-го порядка, ξ^0 – радиальная координата эллипсов нормальных сечений цилиндров. Штрих означает производную по переменной ξ.

Воспользовавшись граничными условиями задачи, получим бесконечную систему линейных алгебраических уравнений, разрешимую методом редукции [2]:

$$\begin{aligned} &a_n+\sum_{m=0}^{\infty}\{\alpha_{nm}a_m+\beta_{nm}b_m\}=v_n,\\ &b_n+\sum_{m=0}^{\infty}\{\gamma_{nm}a_m+\delta_{nm}b_m\}=w_n, \qquad n=0, 1, 2, \ldots, \end{aligned} \tag{4}$$

где

$$\alpha_{nm}=2\frac{c_mCe_m'(\xi^0, q)}{c_nMe_n^{(1)\prime}(\xi^0, q)}\sum_{\substack{\nu=-\infty\\ \nu\neq0}}^{\infty}Q_{mn}^{(1)}(\nu, 0; 0),$$

$$\beta_{nm}=2\frac{d_mSe_m'(\xi^0, q)}{c_nMe_n^{(1)\prime}(\xi^0, q)}\sum_{\substack{\nu=-\infty\\ \nu\neq0}}^{\infty}\tilde{Q}_{mn}^{(1)}(\nu, 0; 0),$$

$$\gamma_{nm}=2\frac{c_mCe_m'(\xi^0, q)}{d_nNe_n^{(1)\prime}(\xi^0, q)}\sum_{\substack{\nu=-\infty\\ \nu\neq0}}^{\infty}R_{mn}^{(1)}(\nu, 0; 0),$$

$$\delta_{nm}=2\frac{d_mSe_m'(\xi^0, q)}{d_nNe_n^{(1)\prime}(\xi^0, q)}\sum_{\substack{\nu=-\infty\\ \nu\neq0}}^{\infty}\tilde{R}_{mn}^{(1)}(\nu, 0; 0),$$

$$v_n=-\frac{ce_n(\pi/2+\gamma, q)}{c_nMe_n^{(1)\prime}(\xi^0, q)} \qquad w_n=-\frac{se_n(\pi/2+\gamma, q)}{d_nNe_n^{(1)\prime}(\xi^0, q)}.$$

Выражения для $Q_{mn}^{(1)}(\nu, 0; 0)$, $\tilde{Q}_{mn}^{(1)}(\nu, 0; 0)$, $R_{mn}^{(1)}(\nu, 0; 0)$ и $\tilde{R}_{mn}^{(1)}(\nu, 0; 0)$ приведены в работе [1].

Приближенные значения первых коэффициентов a_n и b_n с необходимой степенью точности могут быть найдены из конечной системы линейных алгебраических уравнений, которую можно получить путем усечения бесконечной системы (4) на уровне M.

Соотношения (2) – (4) позволяют вычислить рассеянное поле $\Phi^{(1)}$. На большом расстоянии ρ от решетки рассеянное поле, согласно работе [1], может быть пред-

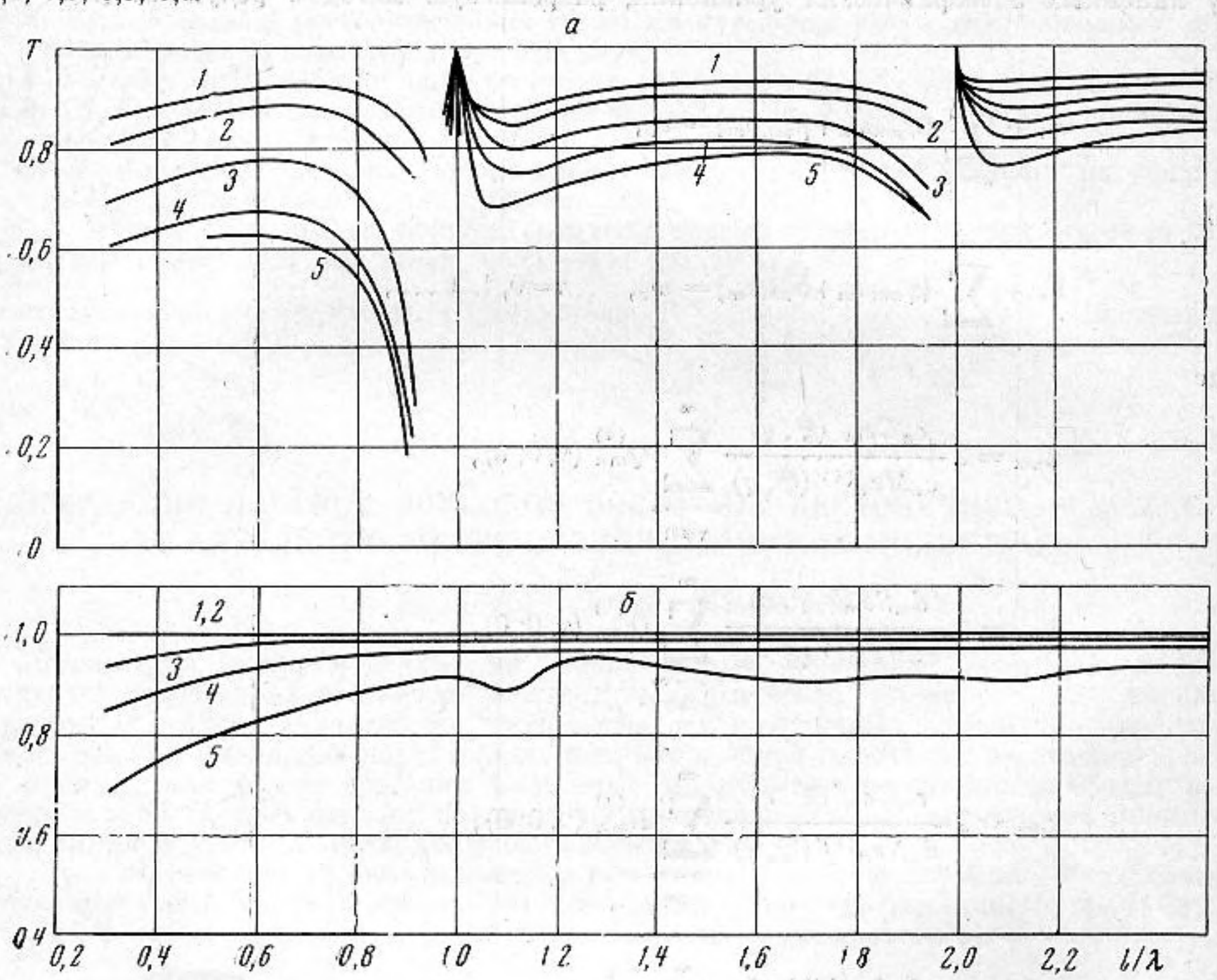
ставлено в виде:

$$\Phi_{д}^{(1)} = \Phi \frac{4}{kl} \sum_{n=0}^{\infty} \{a_n c_n Ce_n'(\xi^0, q)\, ce_n(\pi/2+\gamma, q) + \tag{5}$$

$$+ b_n d_n Se_n'(\xi^0, q)\, se_n(\pi/2+\gamma, q)\} e^{ik\rho}.$$

Воспользовавшись соотношениями (1) – (5), вычислим коэффициент прохождения энергии сквозь решетку $T=|1+\Phi_{д}^{(1)}/\Phi^{(0)}|^2$. Исходные данные для вычисления T примем такие же, как в работе [1], т. е.: $q=0{,}25$, $\xi^0=0$, 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; $\gamma=\frac{\pi}{4}$; $\frac{\pi}{2}$; $\frac{l}{\lambda}=0{,}3\div 2{,}5$ через 0,1.

Бесконечная система уравнений (4) усекалась на уровне $M=7$. Результаты расчетов представлены на фиг. *а*, *б* в виде графиков функции $T(l/\lambda)$. Графики фиг. *а* соответствуют $\gamma=\frac{\pi}{4}$, фиг. *б* – $\gamma=\frac{\pi}{2}$. Кривые *1–5* фигур *а*, *б* соответствуют $\xi^0=0$; 0,1; 0,3; 0,5; 0,7.



При $\gamma=\frac{\pi}{2}$ (большие оси эллипсов параллельны направлению распространения плоской волны) имеет место принципиальное отличие между соответствующими зависимостями $T(l/\lambda)$ для решеток из абсолютно жестких и идеально податливых эллиптических цилиндров. Например, в случае вырождения эллиптических цилиндров в бесконечно тонкие ленты ($\xi^0=0$), а также при малой толщине цилиндров ($\xi^0=0{,}1$) решетка из абсолютно жестких элементов является практически полностью прозрачной для звука (фиг. *б*, кривые *1*, *2*); в то же время решетка из идеально податливых элементов [1] в области $l/\lambda<0{,}4$ обладает сравнительно малой прозрачностью. При наклоне больших осей (фиг. *а*) эллипсов к направлению прихода плоской волны на угол $\frac{\pi}{2}+\gamma=\frac{3}{4}\pi$ наблюдается общее уменьшение коэффициента прохождения, а также появление характерных «провалов» вблизи $\frac{l}{\lambda}=1{,}0$; 2,0. Из-за сложности вычислений не удалось точно установить величину упомянутых «провалов», вследствие чего кривые фиг. *а* в двух местах разорваны.

В заключение авторы благодарят Э. И. Ищенко за выполнение расчетов на ЭЦВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. *А. Г. Лейко, В. И. Маяцкий.* Дифракция плоских звуковых волн на бесконечной решетке из идеально податливых эллиптических цилиндров. Акуст. ж. 1974, *20*, 3.
2. *Е. А. Иванов.* Дифракция электромагнитных волн на двух телах. Минск, «Наука и техника», 1968.

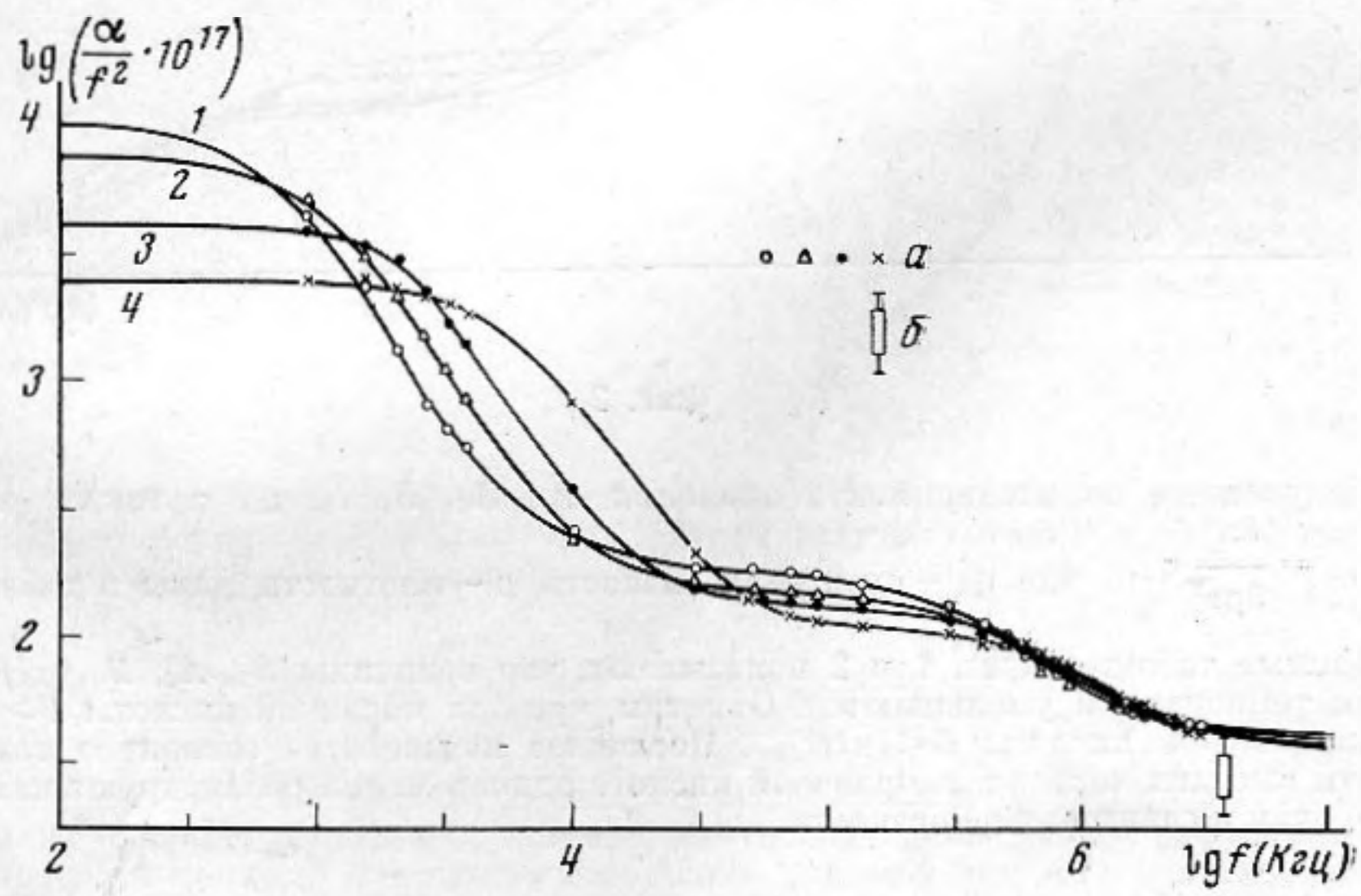
Поступила
23 июня 1972 г.

УДК 534.8

АКУСТИЧЕСКАЯ РЕЛАКСАЦИЯ В НЕКОТОРЫХ КАРБОНОВЫХ КИСЛОТАХ

С. И. Махкамов, П. К. Хабибуллаев, М. Г. Халиулин

В данной работе излагаются результаты исследования ультра- и гиперакустических свойств масляной кислоты – $CH_3(CH_2)_2CO_2H$ и капроновой кислоты – $CH_3(CH_2)_4CO_2H$ в диапазоне частот от $f=10^3$ до $\sim 10^{10}$ *гц* и в интервале температур от 0° до 40° С. Коэффициент поглощения звука α измерялся в диапазоне частот от 20 до 200 *Кгц* реверберационным методом, от 280 *Кгц* до 5 *Мгц* – методом замещения с использованием эхо-сигналов и от 10 *Мгц* до 3 *Ггц* – имульсным методом [1–3]. Точность измерений коэффициента поглощения звука составляла 5÷15%.



Фиг. 1

Скорость звука *c* определялась фазовым методом на частотах 0,86; 10; 300 *Мгц* с точностью ~0,5%. Точность термостатирования составляла ~0,1° С. Дисперсия скорости звука в исследованном диапазоне частот не превышала ~1%. Полученные значения *c* приведены в таблице.

Жидкость	t, °С	$A_1 \cdot 10^{17}$, $см^{-1}/сек^2$	$A_2 \cdot 10^{17}$, $см^1/сек^2$	$B \cdot 10^{17}$, $см^{-1} \cdot сек^2$	$(\alpha/f^2)_{кл} \cdot 10^{17}$, $см^{-1} \cdot сек^2$	$\tau_1 \cdot 10^8$, *сек*	$\tau_2 \cdot 10^{10}$, *сек*	c, $м \cdot сек^{-1}$
Масляная кислота	0	9900	138	45	29,1	22	3,8	1276
	10	7400	112	43	26,8	13	3,2	1236
	20	4300	97	40	24,6	6,4	2,3	1200
	40	2400	71	37	21,2	2,3	1,4	1123
Капроновая кислота	0	9000	175	44	53,2	34	5,0	1345
	10	2200	150	40	49,3	11	3,4	1305
	20	1100	123	37	44,7	5,0	2,3	1272
	40	520	95	35	36,1	1,9	1,3	1199