среды для пучка с параболическим распределением амплитуды, является величина

$$R_{\text{нл}} = a\sqrt{\frac{1}{2\nu A_0^2}}, \tag{7}$$

где $2a$ – ширина пучка. Пусть $nV_0 \sim 10^{-4}$. Сравнивая выражение (7) с параметром $R_{\text{диф}} = ka^2/2$, определяющим дифракционную расходимость, мы видим, что при амплитуде распространяющейся волны $A_0 = 0{,}1$ *атм* для узкого пучка ($a \sim \lambda$) величины $R_{\text{нл}}$ и $R_{\text{диф}}$ одного порядка. Для широкого пучка ($a \sim 10\lambda$) имеем $R_{\text{нл}} = 0{,}1 R_{\text{диф}}$, и поэтому дифракционной расходимостью можно пренебречь.

При частоте $\omega = 3\omega_0$ нелинейность меняет знак, и среда становится фокусирующей. Критическое значение амплитуды волны с частотой $\omega = 4\omega_0$ при концентрации пузырьков, обеспечивающей содержание воздуха, равное $nV_0 = 10^{-4}$, составляет $A_{0\,\text{кр}} = 50\lambda/a$ *атм*.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Г. А. Аскарьян.* Самофокусировка мощного звука при рождении пузырьков. Письма ЖЭТФ, 1971, *13*, 7, 395.
2. *Е. А. Заболотская, С. И. Солуян.* Нелинейное распространение волн в жидкости с равномерно распределенными воздушными пузырьками. Акуст. ж., 1973, *19*, 5, 690–694.
3. *С. А. Ахманов, А. П. Сухоруков, Р. В. Хохлов.* Самофокусировка и дифракция света в нелинейной среде. Успехи физ. наук, 1967, *93*, 1, 19–70.

Московский институт
электронного машиностроения

Поступила
4 апреля 1973 г.

УДК 534.222.1

РАССЕЯНИЕ В ОДНОМЕРНОЙ СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

В. И. Гельфгат

В работах [1, 2] были найдены средние характеристики поля плоской монохроматической волны, распространяющейся в одномерной непоглощающей среде со случайными дискретными независимыми рассеивателями. Относительно каждого рассеивателя предполагалось, что фаза его коэффициента отражения независима от остальных параметров и распределена равномерно. Ниже методом, предложенным в работе [2], решается та же задача, но в более слабых предположениях относительно параметров рассеивателей.

В работе [2] показано, что для нахождения интересующих нас величин (как-то: среднего отраженного и прошедшего полей, средней плотности энергии поля и т. п.) необходимо знать совместный закон распределения параметров сложного рассеивателя, состоящего из нескольких элементарных. Там же показано, что k-му элементарному рассеивателю удобно сопоставить матрицу g_k, составленную из его коэффициентов отражения V_k и прохождения D_k:

$$g_k = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{D_k^*} & \dfrac{V_k}{D_k} \\[2ex] \left(\dfrac{V_k}{D_k}\right)^* & \dfrac{1}{D_k} \end{pmatrix},$$

где * означает комплексное сопряжение.

Удобство описания рассеивателей с помощью матриц g_k заключается в том, что сложный рассеиватель, содержащий N элементарных, описывается при этом также матрицей $g(N)$, равной произведению (упорядоченному в направлении падения волны) матриц элементарных рассеивателей:

$$g(N) = g_1 g_2, \ldots, g_N.$$

Благодаря принятому описанию, задача нахождения статистических характеристик коэффициентов отражения $V(N)$ и прохождения $D(N)$ волны через слой с N независимыми рассеивателями сведена к задаче о произведении независимых случайных матриц. Поставленная задача решается с помощью преобразования Фурье. Схему решения поясним на аналогии со случаем сложения случайных независимых одинаково распределенных чисел $x(N)=x_1+x_2+\ldots+x_N$. В этом случае имеем: $\langle\exp[iax(N)]\rangle=\langle\exp[iax(1)]\rangle^N$. Аналогом экспонент для матриц являются линейные операторы – линейные представления, полное описание которых для матриц используемого типа дано в работе [3]. Для случая одинаково распределенных рассеивателей $T(N)=T^N(1)$, где $T(k)$ – усредненный по вероятностной мере оператор представления матрицы $g(k)$. В некотором естественном базисе (канонический базис [3]) эти операторы изображаются бесконечными матрицами. Однако по сравнению со случаем сложения чисел в случае матриц появляется новое осложнение. Дело в том, что эффективно возвести в N-ю степень можно лишь матрицу достаточно простого строения, которое определяется законом распределения параметров рассеивателя. Например, случай равномерной и независимой фазы коэффициента отражения приводит к диагональной матрице. Но столь же просто возводятся в степень клеточно-диагональные матрицы, если размер их клеток ограничен. Подобная структура матрицы усредненного оператора представления получится, если совместная плотность распределения параметров элементарного рассеивателя представима в виде некоторого специального (в частном случае – конечного) ряда Фурье по фазам коэффициентов отражения и прохождения. Простейший нетривиальный пример симметричных в среднем рассеивателей, который приводит к матрице $T(1)$ клеточно-диагонального строения, может быть описан совместной плотностью распределения его параметров типа

$$\rho(\varphi,\psi,\tau)=\operatorname{Re}\{a_1(\tau)+a_2(\tau)[e^{-i\varphi}-e^{i(\varphi-2\psi)}]+a_3(\tau)e^{i\psi}\},$$

$$\operatorname{Re}a_1-2|a_2|-|a_3|\geqslant 0,\qquad \operatorname{Re}a_2{}^2=0,$$

где $\varphi=\arg V$, $\psi=\arg D$, $\tau=2\operatorname{arth}|V|$.

В этом случае матрица $T(1)$ представляет собой матрицу размером не более чем 3×3.

Аналогично тому, как в случае сложения чисел знание характеристической функции позволяет находить любые средние характеристики суммы, так же и в случае умножения матриц знание оператора $T(N)$ (т. е. всех элементов матрицы этого оператора) позволяет находить любые средние характеристики матрицы $g(N)$. Так, средние коэффициенты отражения и прохождения волны через слой, содержащий N элементарных рассеивателей, имеют вид

$$\langle V(N)\rangle=\langle V(1)\rangle,\qquad \langle D(N)\rangle=\langle D(1)\rangle^N.$$

Физический смысл полученных формул становится совершенно ясным, если при расчете воспользоваться методом последовательных отражений и учесть, что для использованной плотности распределения параметров элементарного рассеивателя $\langle V^n(1)\rangle=\langle D^n(1)\rangle=0$ при $n\geqslant2$. Распределение прошедшей через слой энергии $|D(N)|^2$ такое же, как и для ранее рассмотренного случая равномерной и независимой фазы коэффициента отражения [1].

Аналогично работе [2] могут быть найдены средние характеристики поля точечного источника, находящегося внутри слоя с рассеивателями.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ю. Л. Газарян.* Об одномерной задаче о распространении волн в среде со случайными неоднородностями. Ж. экспер. и теор. физ., 1969, *56*, 6, 1856–1871.
2. *В. И. Гельфгат.* Поле точечного источника в случайно-неоднородной среде. Одномерная задача. Акуст. ж., 1972, *18*, 1, 31–41.
3. *Н. Я. Виленкин.* Специальные функции и теория представлений групп. М., «Наука», 1965.

Акустический институт
Академии наук СССР

Поступила
4 июля 1973 г

УДК 534.861.2

ЭЛЕКТРЕТНЫЙ СТУДИЙНЫЙ МИКРОФОН

Е. К. Горбунова, Н. Н. Козлова, Е. Л. Сейсян, В. Н. Таиров

Со времени изобретения электретного микрофона прошло более 35 лет [1]. За это время было предложено несколько различных конструкций микрофонов [2, 3], причем наиболее удачной оказалась конструкция Сесслера и Веста [3]. В 1968 г. появилось сообщение о разработке электретных микрофонов-телефонов в Канаде [4], а в 1969 г. были опубликованы результаты разработки первого широкополосного электретного микрофона в СССР [5]. В 1970 г. японская фирма «Sony», в 1971 г.