АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XX 1974 Вып. 2

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 534.222

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ КВАЗИСФЕРИЧЕСКИХ ВОЛН В НЕЛИНЕЙНЫХ СРЕДАХ

Е. М. Воробьев, Е. А. Заболотская

В последние годы возрос интерес к проблеме распространения волн конечной амплитуды, локализованных в пространстве в виде пучков. Отсутствие дисперсии приводит к тому, что в обычных акустических средах не наблюдается явления самофокусировки. Однако распространение ограниченного звукового пучка большой интенсивности обладает рядом специфических особенностей; изучение этого явления дает возможность оценить взаимосвязь нелинейных и дифракционных эффектов.

Рассмотрим на основании метода, предложенного в работе [1], процесс нелинейного распространения узких коротковолновых пучков сферических волн. Наряду с характером нелинейных искажений ограниченных в пространстве сферических волн, выявленным в работе [2], построенное ниже решение описывает влияние дифракционной расходимости в приближении поперечной диффузии.

Уравление, описывающее во втором приближении распространение звуковых пучков в нелинейных средах без поглощения энергии, имеет вид

$$\alpha\left[\rho\frac{\partial^2\rho}{\partial\tau^2}+\left(\frac{\partial\rho}{\partial\tau}\right)^2\right]-\frac{\partial^2\rho}{\partial\tau\,\partial x}+\frac{c_0}{2}\left(\frac{\partial^2\rho}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\rho}{\partial r}\right)=0, \tag{1}$$

где введены следующие обозначения: ρ — возмущение плотности среды, c_0 — скорость распространения слабого сигнала, коэффициент $\alpha=(1+\gamma)/2\rho_0c_0$ (γ — показатель адиабаты в уравнении состояния, ρ_0 — равновесная плотность среды), $\tau=t-x/c_0$ — координата, сопровождающая волну, x — координата вдоль направления распространения, r — поперечная координата.

Будем рассматривать решения уравнения (1), имеющие при частоте $\omega\to\infty$ асимптотические разложения вида [1],

$$\rho=\frac{1}{\omega}F_0[\omega S_0(\tau,x,r)+S_1(\omega S_0,x,r),x,r]+\frac{1}{\omega^2}F_1(\omega S_0+S_1,x,r), \tag{2}$$

где S_0, S_1, F_0, F_1 — неизвестные функции. Подставляя решение (2) в уравнение (1) и собирая члены при одинаковых степенях большого параметра ω, получим уравнения, определяющие функции S_0, S_1 и F_1. Уравнение при ω^{-1} имеет вид

$$\frac{\partial S_0}{\partial\tau}\frac{\partial S_0}{\partial x}-\frac{c_0}{2}\left(\frac{\partial S_0}{\partial r}\right)^2=0. \tag{3}$$

Решение уравнения (3), соответствующее сферической волне, имеет вид

$$S_0=\tau-\frac{r^2}{2c_0x}+A, \tag{4}$$

где A — произвольная константа, позволяющая изменить начало отсчета координаты x. В дальнейшем мы будем полагать A равным нулю. Выражение (4) описывает фазу сферической расходящейся волны при

$$\frac{r}{x}\ll1. \tag{5}$$

Уравнение при ω^0 с учетом выражения (4) и условия (5) можно привести к виду:

$$\alpha\Phi_0\left(1+\frac{\partial S_1}{\partial\eta}\right)-x\frac{\partial S_1}{\partial x}=0, \tag{6}$$

где $\xi=\omega S_0+S_1$, $\eta=\omega S_0$, а функция $\Phi_0(\xi, r)$ связяана с функцией $F_0(\xi, x, r)$ следующим образом:

$$F_0(\xi, x, r)=\frac{1}{x}\Phi_0(\xi, r). \tag{7}$$

Уравнение (6) имеет решение, определяемое как неявная функция из уравнения:

$$S_1=\alpha\Phi_0(\xi, r)\ln x+\Psi(\xi, r), \tag{8}$$

где $\Psi(\xi, r)$ — произвольная функция ξ и r. В частности, Ψ может быть положена равной $-\alpha\Phi_0(\xi, r)\ln x_0$. Выражение (8) для функции S_1 определяет нелинейные искажения сферической волны [3]. Заметим, что решение S_1 уравнения (6) зависит от произвольной функции $\Phi_0(\xi, r)$. Это позволяет удовлетворить широкому классу граничных условий.

Если ограничиться данным приближением по ω, то решение уравнения (1) можно представить в виде

$$\rho=\frac{1}{\omega x}\Phi_0\left[\omega\left(\tau-\frac{r^2}{2c_0x}\right)+\alpha\Phi_0\ln\frac{x}{x_0},\ r\right]. \tag{9}$$

Отсюда видно, что при распространении периодического сигнала добавка к скорости распространения определяется знаком возмущения и зависит от поперечной координаты. В фазе сжатия скорость распространения увеличивается в соответствии с амплитудным профилем. Если амплитуда волны уменьшается от центра пучка к краям, то волна становится более расходящейся, по сравнению со сферически симметричной. В фазе разрежения из-за уменьшения скорости распространения волна становится менее расходящейся.

Функция F_1 определяется из уравнения при ω^{-1}. Используя выражения (4) и (8) для функций S_0 и S_1, это уравнение можно привести к виду:

$$\frac{\partial\Phi_1}{\partial x}-\frac{\alpha\dot{\Phi}_0\Phi_1}{x\left(1-\alpha\dot{\Phi}_0\ln\frac{x}{x_0}\right)}=\frac{c_0}{2}\left[\frac{\alpha\ln\frac{x}{x_0}\left(\frac{\partial\Phi_0}{\partial r}\right)^2}{1-\alpha\dot{\Phi}_0\ln\frac{x}{x_0}}+\right.$$

$$\left.+\int\limits_{K(x,r)}^{\xi}\left(\frac{\partial^2\Phi_0}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi_0}{\partial r}\right)d\xi\right], \tag{10}$$

где $F_1(\xi, x, r)=\frac{1}{x}\Phi_1(\xi, x, r)$, $K(x, r)$ — произвольная функция. Точкой обозначена производная функции Φ_0 по ξ. В дальнейшем положим $K(x, r)$ равной нулю, что соответствует выбору частного решения, имеющего вид бегущей волны.

Уравнение (10) является линейным обыкновенным дифференциальным уравнением для функции Φ_1. Правая его часть полностью определяется зависимостью функции Φ_0 от поперечной координаты. При этом первое слагаемое описывает влияние нелинейности среды, а второе — влияние дифракционной расходимости. Решение уравнения (10) может быть написано в общем виде

$$\Phi_1=\frac{c_0x}{2\left(1-\alpha\dot{\Phi}_0\ln\frac{x}{x_0}\right)}\left[\left(1+\alpha\dot{\Phi}_0\left(1-\ln\frac{x}{x_0}\right)\right)\int\limits_0^{\xi}\left(\frac{\partial^2\Phi_0}{\partial r^2}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi_0}{\partial r}\right)d\xi-\alpha\left(\frac{\partial\Phi_0}{\partial r}\right)^2\left(1-\ln\frac{x}{x_0}\right)\right]+A(\xi, r), \tag{11}$$

где $A(\xi, r)$ — произвольная функция ξ, r.

Для дальнейшего анализа необходимо задать граничный режим. Пусть источником является гармонически пульсирующая сфера с радиусом x_0. Из расходящейся сферически симметричной волны выделим узкий пучок с гауссовым распределением амплитуды волны. Тогда граничное условие можно представить следующим образом:

$$x=x_0,\qquad \rho=\frac{A}{\omega}e^{-\beta r^2}\sin\omega\left(\tau-\frac{r^2}{2c_0x_0}\right). \tag{12}$$

Из условия $\Phi_1=0$ при $x=x_0$ определяется произвольная функция $A(\xi, r)$.

На малых расстояниях нелинейные эффекты проявляются слабо и функция Φ_1 имеет вид:

$$\Phi_1 = \frac{c_0(x-x_0)}{2} \int_0^{\xi} \left(\frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi_0}{\partial r} \right) d\xi = 2\beta c_0 (1-\beta r^2) A e^{-\beta r^2} (x-x_0) \cos \xi. \quad (13)$$

Окончательно возмущение плотности на малых расстояниях может быть представлено в виде

$$\rho = \frac{A e^{-\beta r^2}}{\omega x} \sin \left[\xi + \frac{2\beta c_0}{\omega} (1-\beta r^2) x \right]. \quad (14)$$

Таким образом, дифракционная расходимость приводит к увеличению скорости распространения:

$$c = c_0 \Big/ \left[1 - 2\beta \frac{c_0^2}{\omega^2} (1-\beta r^2) \right]. \quad (15)$$

По мере распространения начинают сказываться нелинейные эффекты. Вдали от разрыва функция Φ_1 имеет вид:

$$\Phi_1 = 2\beta c_0 A e^{-\beta r^2} (1-\beta r^2)(x-x_0) \cos \xi + 2\alpha c_0 \beta^2 r^2 A^2 e^{-2\beta r^2} \sin^2 \xi \left(x \ln \frac{x}{x_0} - x + x_0 \right). \quad (16)$$

Поскольку роль первого слагаемого ясна, ограничимся анализом второго слагаемого. Форма возмущения определяется выражением

$$\rho = \frac{1}{\omega x} A e^{-\beta r^2} \sin \xi + \frac{2\alpha c_0 \beta^2 r^2}{\omega^2 x} A^2 e^{-2\beta r^2} \left(x \ln \frac{x}{x_0} - x + x_0 \right) \sin^2 \xi. \quad (17)$$

Отсюда видно, что периодический сигнал искажается несимметрично. Эта асимметрия увеличивается с ростом x.

Замена x на $-x$ позволяет проанализировать сферическую волну, сходящуюся к точке $x=0$.

ВЫВОДЫ

Представление решения уравнения (1) в виде асимптотического ряда (2) позволяет свести задачу к решению уравнений первого порядка (3) и (6) для функций S_0 и S_1. Уравнение же для функции F_1 является линейным и обыкновенным дифференциальным уравнением (10). Решение (2) наряду с описанием нелинейного изменения формы волны описывает увеличение скорости распространения из-за дифракционной расходимости. Построенное решение имеет смысл до образования разрыва; при скачке функции Φ_0, определяющая F_1, становится многозначной.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. М. Воробьев, Е. А. Заболотская. О распространении высокочастотных звуковых пучков. Акуст. ж., 1973, **19**, 6.
2. Е. А. Заболотская, Р. В. Хохлов. Сходящиеся и расходящиеся звуковые пучки в нелинейных средах. Акуст. ж., 1970, **16**, 1, 49—53.
3. К. А. Наугольных, С. И. Солуян, Р. В. Хохлов. Сферические волны конечной амплитуды в вязкой теплопроводящей среде. Акуст. ж., 1963, **9**, **1**, 54—60.

Московский институт электронного машиностроения

Поступила 13 марта 1973 г.

УДК 534.232

ТОНКОПЛЕНОЧНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ ИЗ ОКИСИ ЦИНКА ДЛЯ ВОЗБУЖДЕНИЯ ПРОДОЛЬНЫХ И ПОПЕРЕЧНЫХ ГИПЕРЗВУКОВЫХ ВОЛН

Г. М. Глобин, Н. Л. Кенигсберг, В. В. Тараканов, А. Н. Чернец

Тонкие пленки окиси цинка являются в настоящее время наиболее эффективными преобразователями электромагнитной энергии СВЧ в гиперзвук. Представляет интерес возбуждение с их помощью как чисто продольных и чисто поперечных колебаний, так и обоих типов волн одновременно. Известно [1], что тип возбуждаемых пленкой колебаний определенным образом связан с направлением оси [001]. С помощью разработанных ранее методов осаждения пленок ZnO [1, 2] были получены