

О СИНТЕЗЕ СФЕРИЧЕСКОЙ АНТЕННЫ С НЕКОТОРЫМИ ЗАДАНЫМИ УСЛОВИЯМИ НА ЧАСТИ ЕЕ ПОВЕРХНОСТИ

В. П. Пугач

Рассмотрим сперва задачу синтеза сферической антенны при условии, что на части ее поверхности σ_* должна обеспечиваться заданная скорость $V_*(\varphi, \vartheta)$. Частный случай $V_*(\varphi, \vartheta) = 0$ означает, что эта часть поверхности жесткая. Суть поставленной задачи состоит в том, чтобы отыскать такое распределение на поверхности антенны, которое наилучшим образом обеспечивало бы заданную направленность $f(\varphi, \vartheta)$ и наилучшим образом приближалось бы к $V_*(\varphi, \vartheta)$ на σ_* .

Известно, что если r, φ, ϑ — сферическая система координат, начало которой совпадает с центром сферической антенны, а a — радиус сферы, то потенциал скорости $\Phi_N(r, \varphi, \vartheta)$ во внешности сферы

$$\Phi_N(r, \varphi, \vartheta) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n [A_{nm} Y_{nm}^c(\varphi, \vartheta) + B_{nm} Y_{nm}^s(\varphi, \vartheta)] h_n(kr) \quad (1)$$

соответствует распределению скорости по ее поверхности

$$V_N(a, \varphi, \vartheta) = -k \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n [A_{nm} Y_{nm}^c(\varphi, \vartheta) + B_{nm} Y_{nm}^s(\varphi, \vartheta)] h_n'(ka). \quad (2)$$

При этом ненормированная характеристика направленности будет

$$R_N(\varphi, \vartheta) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n [A_{nm} Y_{nm}^c(\varphi, \vartheta) + B_{nm} Y_{nm}^s(\varphi, \vartheta)] i^{+n}. \quad (3)$$

Здесь $h_n(x)$ и $h_n'(x)$ — сферическая функция Ханкеля и ее производная второго рода n -го порядка, A_{nm} и B_{nm} — некоторые константы, определяемые из граничных условий задачи,

$$Y_{nm}^c(\varphi, \vartheta) = \cos m\varphi P_n^{(m)}(\cos \vartheta); \quad Y_{nm}^s(\varphi, \vartheta) = \sin m\varphi P_n^{(m)}(\cos \vartheta), \quad (4)$$

где $P_n^{(m)}(\cos \vartheta)$ — присоединенная функция Лежандра.

Решение задачи будем отыскивать с помощью вариационного метода, подобно тому как это сделано при решении аналогичных задач излучения, рассмотренных в работах [1, 2]. Построим следующий класс полиномов:

$$\xi_N(a, \varphi, \vartheta) = -k \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n [A_{nm} \psi_{nm}^c(a, \varphi, \vartheta) + B_{nm} \psi_{nm}^s(a, \varphi, \vartheta)] \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} \psi_{nm}^c(a, \varphi, \vartheta) &= h_n'(ka) Y_{nm}^c(\varphi, \vartheta); \\ \psi_{nm}^s(a, \varphi, \vartheta) &= h_n'(ka) Y_{nm}^s(\varphi, \vartheta). \end{aligned} \quad (6)$$

Полином из класса (5) представляет распределение скорости по поверхности сферы, но в общем виде не удовлетворяет условиям поставленной задачи.

Будем считать, что полином (5) является решением задачи, если для заданного N найдутся $A_{nm} = A_{nm}^0$ и $B_{nm} = B_{nm}^0$ ($n = 0, 1, 2, \dots, N$; $m = 0, 1, 2, \dots, n$), такие, что функция

$$\xi_N^0(a, \varphi, \vartheta) = -k \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n [A_{nm}^0 \psi_{nm}^c(a, \varphi, \vartheta) + B_{nm}^0 \psi_{nm}^s(a, \varphi, \vartheta)] \quad (7)$$

будет наилучшим образом удовлетворять условиям задачи, понимая под этим то, что A_{nm}^0 и B_{nm}^0 минимизируют функционал

$$\begin{aligned} G_N(A_{nm}; B_{nm}) &= \iint_{\sigma} w_1(\varphi, \vartheta) |R_n(\varphi, \vartheta) - f(\varphi, \vartheta)|^2 d\sigma + \\ &+ \frac{1}{k^2} \iint_{\sigma_*} w_2(\varphi, \vartheta) |\xi_n(a, \varphi, \vartheta) - V_*(\varphi, \vartheta)|^2 d\sigma. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь $w_1(\varphi, \vartheta)$ и $w_2(\varphi, \vartheta)$ — некоторые весовые функции.

Отыскивая минимум выражения (8), мы приходим к следующей системе линейных алгебраических уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n [A_{nm} \beta_{nm\nu\mu}^{cc} + B_{nm} \beta_{nm\nu\mu}^{cs}] = \alpha_{\nu\mu}^c \\ \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n [A_{nm} \beta_{nm\nu\mu}^{sc} + B_{nm} \beta_{nm\nu\mu}^{ss}] = \alpha_{\nu\mu}^s \\ \nu = 0, 1, 2, \dots, N; \quad \eta = 0, 1, 2, \dots, \nu \end{array} \right. \quad (9)$$

где

$$\beta_{nm\nu\mu}^{pq} = i^{(n-\nu)} \iint_{\sigma} w_1(\varphi, \vartheta) Y_{nm}^p(\varphi, \vartheta) Y_{\nu\mu}^q(\varphi, \vartheta) d\sigma + \iint_{\sigma_*} w_2(\varphi, \vartheta) \psi_{nm}^p(a, \varphi, \vartheta) \psi_{\nu\mu}^q(a, \varphi, \vartheta) d\sigma, \quad (10)$$

$$\alpha_{\nu\mu}^p = i^{-\nu} \iint_{\sigma} w_1(\varphi, \vartheta) f(\varphi, \vartheta) Y_{\nu\mu}^p(\varphi, \vartheta) d\sigma + \frac{1}{k} \iint_{\sigma_*} w_2(\varphi, \vartheta) V_*(\varphi, \vartheta) \psi_{\nu\mu}^p(a, \varphi, \vartheta) d\sigma, \quad (11)$$

μ и q имеют смысл c или s — в формуле (9).

Решение системы уравнений (9) определяет коэффициенты A_{nm}^0 и B_{nm}^0 ($n = 0, 1, 2, \dots, N; m = 0, 1, 2, \dots, n$), с помощью которых отыскиваются $\xi_N^0(a, \varphi, \vartheta)$ и $R_N^0(\varphi, \vartheta)$.

$$R_N^0(\varphi, \vartheta) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n [A_{nm}^0 Y_{nm}^c(\varphi, \vartheta) + B_{nm}^0 Y_{nm}^s(\varphi, \vartheta)] i^{+n} \quad (12)$$

с ошибкой

$$\Delta_N^2 = \iint_{\sigma} w_1(\varphi, \vartheta) |f(\varphi, \vartheta)|^2 d\sigma + \frac{1}{k^2} \iint_{\sigma_*} w_2(\varphi, \vartheta) \times \times |V_*(\varphi, \vartheta)|^2 d\sigma - \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n [A_{nm}^0 \overline{\alpha_{nm}^c} + B_{nm}^0 \overline{\alpha_{nm}^s}] \quad (13)$$

или

$$\delta_N^2 = 1 - \frac{1}{\varepsilon^2} \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n [A_{nm}^0 \overline{\alpha_{nm}^c} + B_{nm}^0 \overline{\alpha_{nm}^s}], \quad (14)$$

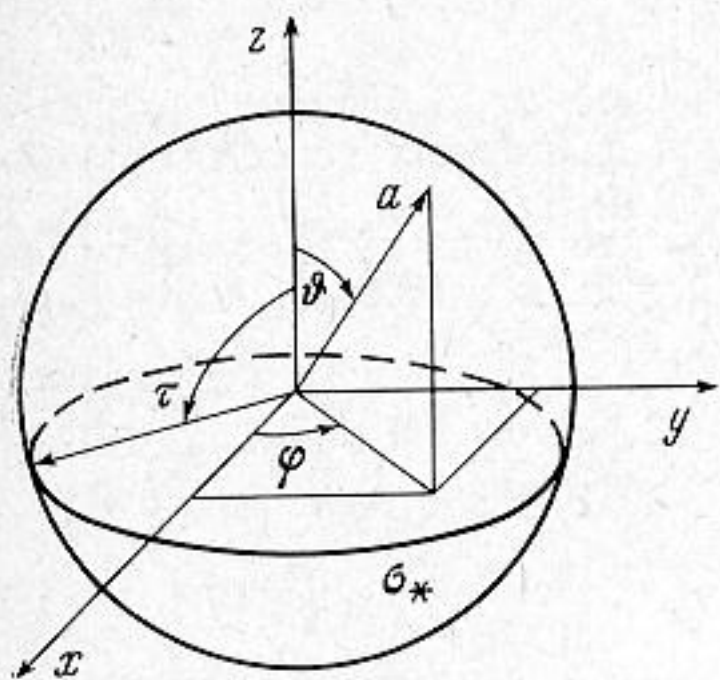
где

$$\varepsilon^2 = \iint_{\sigma} w_1(\varphi, \vartheta) |f(\varphi, \vartheta)|^2 d\sigma + \frac{1}{k^2} \iint_{\sigma_*} w_2(\varphi, \vartheta) |V_*(\varphi, \vartheta)|^2 d\sigma. \quad (15)$$

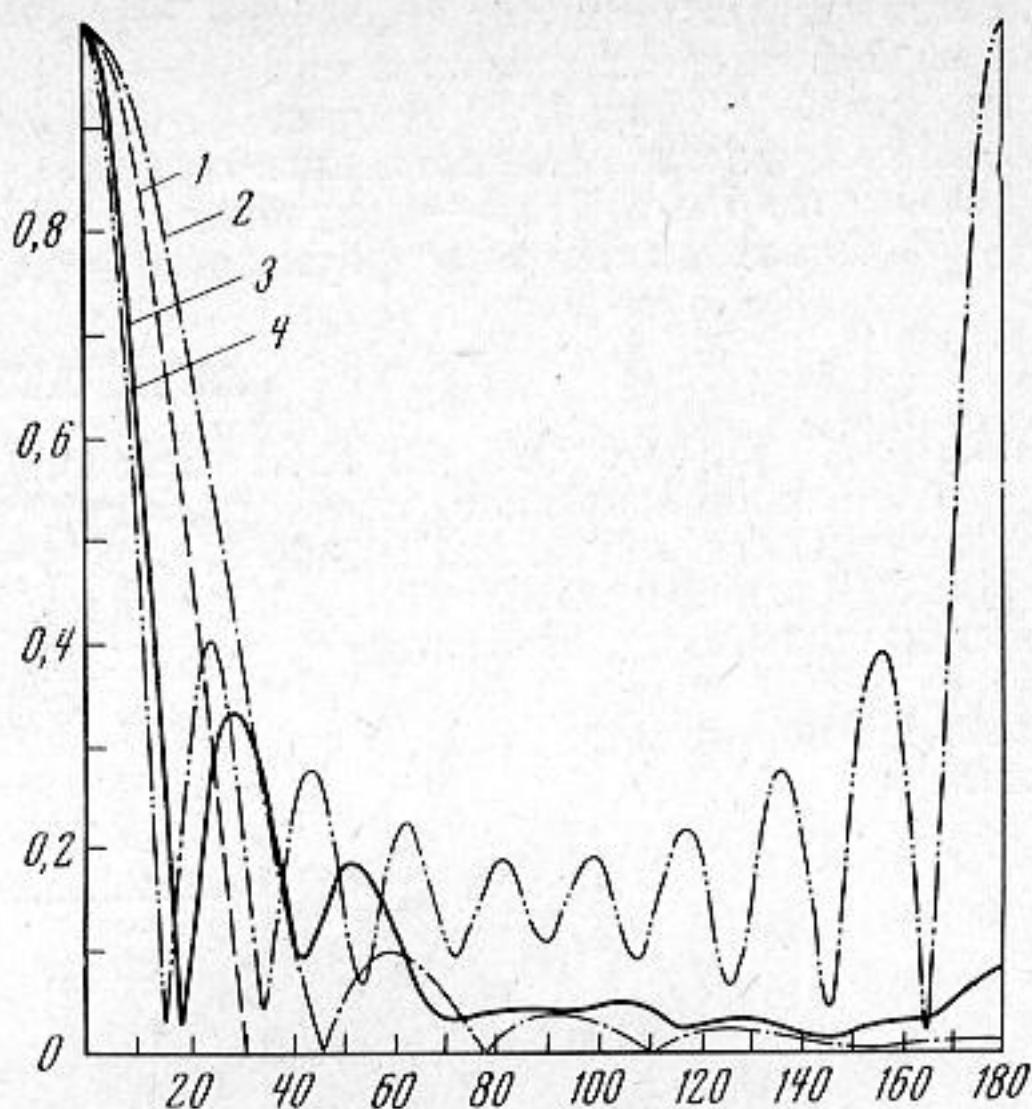
Если синтезируется сферическая антенна, на части поверхности которой задано давление $P_*(\varphi, \vartheta)$, то задача решается подобно предыдущей. В результате мы приходим к системе линейных алгебраических уравнений, подобно системе (9). При этом под $\beta_{nm\nu\mu}^{pq}$ следует понимать выражение (10), в котором

$$\psi_{nm}^p(a, \varphi, \vartheta) = h_n(ka) Y_{nm}^p(\varphi, \vartheta), \quad (16)$$

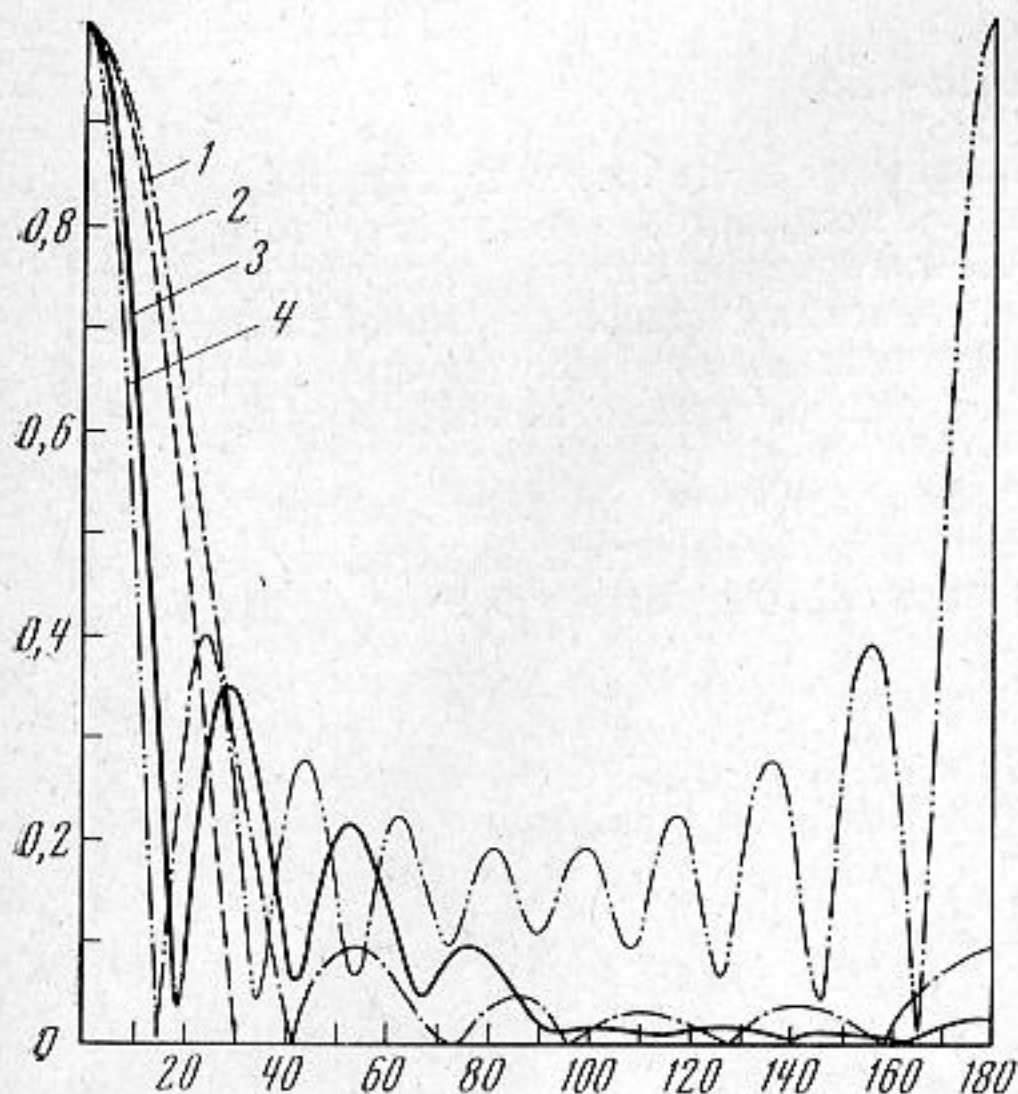
$$\alpha_{nm}^p = i^{-n} \iint_{\sigma} w_1(\varphi, \vartheta) f(\varphi, \vartheta) Y_{nm}^p(\varphi, \vartheta) d\sigma + \iint_{\sigma_*} w_2(\varphi, \vartheta) P_*(\varphi, \vartheta) \psi_{nm}^p(a, \varphi, \vartheta) d\sigma, \quad (17)$$



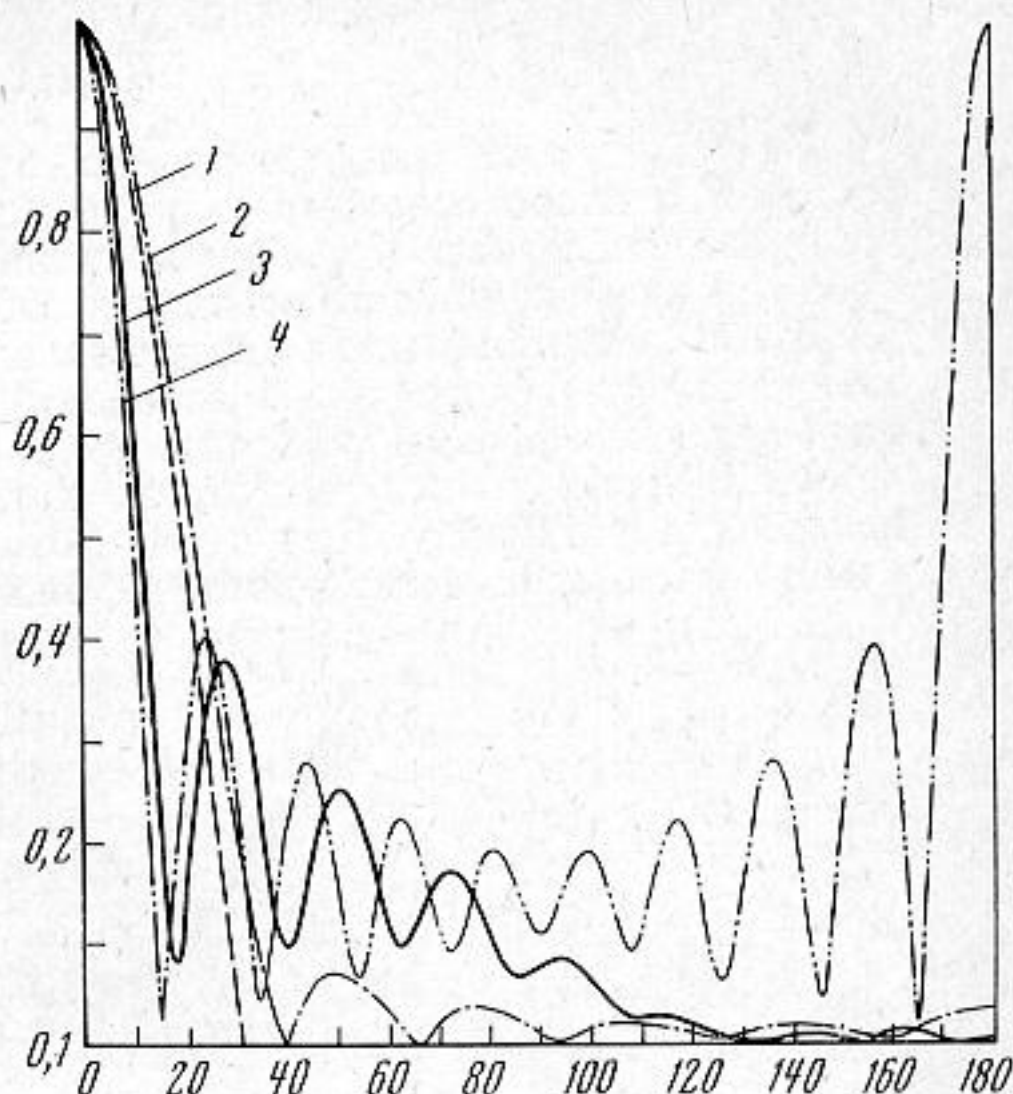
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

a

$$\Delta_N^2 = \iint_{\sigma} w_1(\varphi, \vartheta) |f(\varphi, \vartheta)|^2 d\sigma + \iint_{\sigma_*} w_2(\varphi, \vartheta) |P_*(\varphi, \vartheta)|^2 d\sigma -$$

$$- \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n [A_{nm}^0 \overline{\alpha_{nm}^c} + B_{nm}^0 \overline{\alpha_{nm}^s}]. \quad (18)$$

На фиг. 2—4 представлены рассчитанные распределения колебательных скоростей для

$$f(\varphi, \vartheta) = \begin{cases} P_4(\cos \vartheta), & 0 < \vartheta < 30,5^\circ, \\ 0, & 30,5^\circ < \vartheta < 180^\circ, \end{cases}$$

$a = \lambda / 2$, $V_*(\varphi, \vartheta) = 0$, σ_* — сферический сегмент с вершиной в точке $\vartheta = \pi$ (фиг. 1), $w_1(\varphi, \vartheta) = w_2(\varphi, \vartheta) = 1$, $\tau = \pi / 3$ (фиг. 2), $\pi / 2$ (фиг. 3), $2\pi / 3$ (фиг. 4).

На этих же фигурах для сравнения приведено рассчитанное распределение скорости на поверхности антенны при $\sigma_* = 0$. Расчеты производились при $N = 9$. При этом $\delta_9^2 = 0,31$ (фиг. 2), $0,18$ (фиг. 3), $0,09$ (фиг. 4). На фиг. 2—4 кривые 1 — заданная характеристика направленности $f(\varphi, \theta)$, 2 — полученная характеристика направленности $R_9(\varphi, \theta)$, 3 — полученная колебательная скорость сферы $\xi_9^0(\lambda/2, \varphi, \theta)$, 4 — колебательная скорость сферы при $\sigma_* = 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. И. Карновский, В. Г. Лозовик. Акустическое поле бесконечного кругового цилиндрического излучателя при смешанных граничных условиях на его поверхности. Акуст. ж., 1964, 10, 3.
2. М. И. Карновский, В. Г. Лозовик. Акустическое поле внешности сферы при смешанных граничных условиях на сфере. Акуст. ж., 1965, 11, 2.

Киевский политехнический институт

Поступила
22 ноября 1971 г.

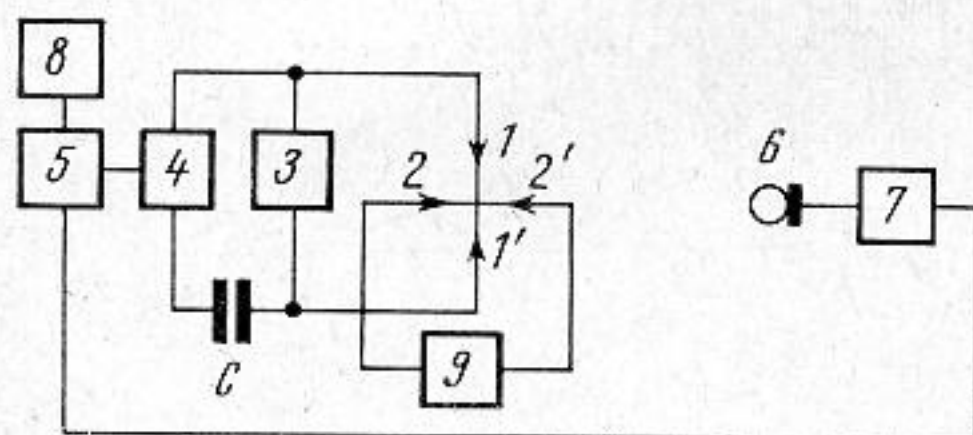
УДК 534.222.2:533.9

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТА ЭЛЕКТРОАКУСТИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ПЛАЗМЕ

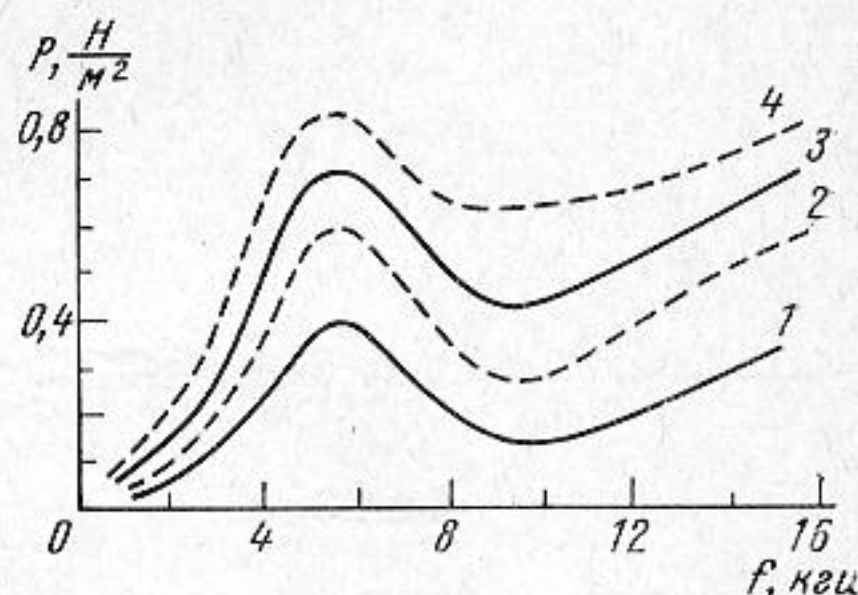
В. И. Тимошенко

Эффекты электроакустического преобразования в низкотемпературной плазме различных видов газового разряда (коронного, искрового, высокочастотного, дугового) известны давно [1]. Однако в доступной литературе крайне редко встречаются публикации результатов исследования характеристик подобных преобразователей [2, 3]. Ниже приводятся результаты экспериментального исследования эффекта электроакустического преобразования в низкотемпературной плазме дугового разряда при атмосферном давлении.

При исследовании частотных характеристик эффекта преобразования мы использовали установку, блок-схема которой приведена на фиг. 1. Электрическая дуга между угольными электродами 11' питалась постоянным током 10 а от блока 3 при



Фиг. 1



Фиг. 2

мощности 600 вт. Для автоматической записи частотных характеристик [4] использовался измеритель частотных характеристик АСЧХ-1, сигнал качающейся частоты с которого подавался на усилитель мощности 4 типа УМ-50А и далее через разделительный конденсатор C на дуговой промежуток. Мощность переменного сигнала была около 25 вт. При этом дуга издавала сильный характерный звук изменяющейся частоты. Измерительный микрофон МЛ-16 был расположен на расстоянии 1 м от центра дуги. После усилителя 8 электрический сигнал поступал на вертикально отклоняющие пластины электронно-лучевого индикатора прибора АСЧХ-1. Одновременно производилась запись частоты характеристики на самописец 8 Н-110.

На фиг. 2 приведены частотные характеристики излучения плазменного преобразователя в свободном пространстве при атмосферном давлении в направлении, перпендикулярном оси дуги (с учетом характеристики микрофона и усилительного тракта). Кривая 1 соответствует длине дуги 5 мм, кривая 3 — 10 мм. Как видно из графиков, с ростом длины дуги акустическое излучение увеличивается. При дополнительном подогреве рабочего промежутка 11' с помощью дуги 22' (см. фиг. 1), которая питалась от отдельного блока питания 9, излучение заметно возрастает, что