

казаны дублеты, детектируемые, если частота модуляции равна половине Ω_1 . Реальный спектр, как уже отмечалось выше, не строго эквидистантен, что привело к появлению дополнительных спектральных линий при детектировании: наряду с триплетами на фиг. 1, б наблюдались группы линий с двумя, четырьмя и пятью линиями.

Наблюдался также слабый эффект детектирования при $\Omega^* = \Delta\omega$. Хотя в этом случае две из трех высокочастотных компонент сигнала $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ совпадают с собственными частотами стержня, эффективность детектирования значительно снижается, так как детектируемая частота не является собственной.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. К. Зарембо, В. А. Красильников, В. Н. Случ, О. Ю. Сухаревская. О некоторых явлениях при вынужденных нелинейных колебаниях акустических резонаторов. Акуст. ж., 1966, 12, 4, 486—487.
2. О. Ю. Сухаревская. Нелинейная трансформация акустических поперечных волн в продольные при акустическом детектировании. Вестн. Моск. гос. ун-та. Физ. астрон., 1967, 2, 96—97.
3. Л. К. Зарембо, О. Ю. Сердобольская. О вынужденных стоячих волнах конечной амплитуды в твердых телах. Вестн. Моск. гос. ун-та. Физ. астрон., 1970, 1, 62—67.
4. С. С. Секоян, Е. К. Субботина. О нахождении модуля Юнга стали из результатов измерений резонансных частот продольных колебаний массивных цилиндров. В сб.: Применение ультразвуки к исследованию вещества, 1972, вып. 26.
5. R. E. Booker, T. H. Sagar. Velocity dispersion of lowest — order longitudinal mode in finite rods of circular cross section. J. Acoust. Soc. America, 1971, 49, 5, pt. 2, 1491—1498.

Всесоюзный научно-исследовательский институт
физикотехнических и радиотехнических измерений

Поступила
20 июля 1972 г.

УДК 534.8.081.7

ПРИМЕНЕНИЕ ЧЕТВЕРТЬВОЛНОВОГО ВИБРАТОРА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОЛИМЕРОВ В ЗВУКОВОМ ДИАПАЗОНЕ ЧАСТОТ

Ю. В. Зеленец, П. В. Мелептьев, Л. М. Электрова

Ранее в работе [1] был описан резонансный метод измерения комплексного модуля сдвига на совершающих крутильные колебания стержнях со свободными концами.

Рассмотрим теперь крутильные колебания стержня, на один конец которого насажен диск с большим моментом инерции, а другой нагружен образцом из вязкоупругого материала. Эквивалентная схема такой механической системы представлена на фиг. 1, где z_H — механическое сопротивление образца из вязкоупругого материала, $z_0 = i\omega\rho_1 I_1$ — механическое сопротивление диска; ρ_1 — плотность материала диска, ω — круговая частота и I_1 — момент инерции диска. Механические сопротивления z_1 и z_2 выражаются как

$$z_1 = i\rho c l \operatorname{tg} \frac{kl}{2}, \quad z_2 = -\frac{i\rho c l}{\sin kl}, \quad (1)$$

где ρ, l, I — плотность, длина и момент инерции стержня, $k = \omega/c$, c — скорость распространения крутильных колебаний в стержне, $\dot{\theta}_{1,2} = i\omega\theta_{1,2}$ — амплитуда угловых колебательных скоростей сечений стержня при $x=0$ и $x=l$ соответственно (фиг. 2), $\theta_{1,2}$ — углы поворота поперечного сечения стержня. Входное механическое сопротивление системы будет

$$z_{вх} = z_H + z_1 + \frac{(z_1 + z_0)z_2}{z_1 + z_2 + z_0}. \quad (2)$$

При отсутствии нагрузки ($z_H = 0$), учитывая, что $z_1 + z_2/z_0 \ll 1$, и используя формулу (1), выражение (2) можно привести к виду:

$$z_{вх} = -i\rho c l \operatorname{ctg} kl - i\rho c l \frac{\alpha}{\sin^2 kl}, \quad (3)$$

где $\alpha = \rho c l / \rho; \omega I_1$. Рассмотрим колебания системы вблизи резонанса ($z_{вх} = 0$); тогда из формулы (3) следует:

$$\operatorname{ctg} kl + \frac{\alpha}{\sin^2 kl} = 0. \quad (4)$$

Решение уравнения (4) будем искать в виде

$$kl = \frac{\pi}{2} (2n - 1) + \beta, \quad (5)$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$, а β — расстройка по частоте, обусловленная конечностью момента инерции диска. Подстановка выражения (5) в формулу (4) приводит к соотношению

$$\operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{2} + \beta \right) + \frac{\alpha}{\sin^2 \left(\frac{\pi}{2} + \beta \right)} = 0. \quad (6)$$

Это уравнение имеет только один корень в вещественной области, а именно $\beta = = 1/2 \arcsin 2\alpha$.

При $I_1 \gg I$ величина α и, следовательно, β стремятся к нулю. Для стержня без диска при отсутствии образца вязкоупругого материала:

$$z_{\text{вх}} = z_1 + \frac{z_1 z_2}{z_1 + z_2} = i\rho \operatorname{ctg} kl. \quad (7)$$

Вблизи резонанса уравнение (7) принимает вид $i\rho \operatorname{ctg} kl = 0$, а его решение будет $kl = n\pi$, где $n = 1, 2, 3, \dots$. Таким образом, при наличии массивного диска резонансная частота системы оказывается в два раза меньше резонансной частоты стержня длиной l .

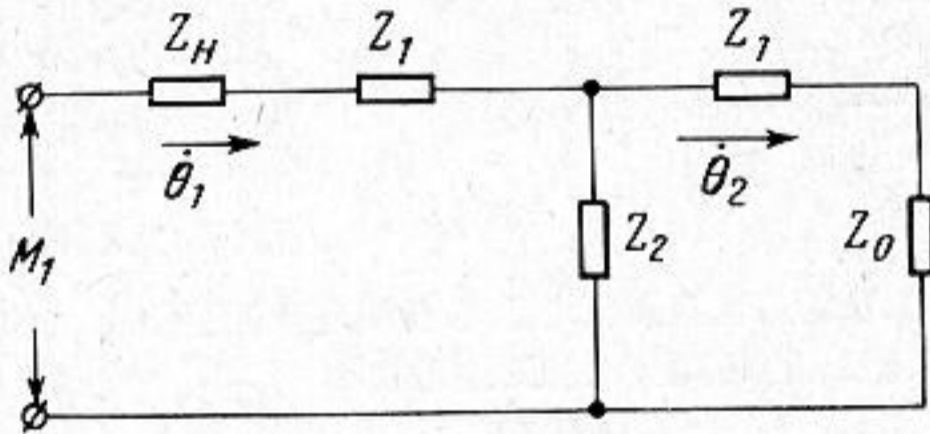
Рассмотрим теперь уравнение колебаний стержня с диском при нагружении его измеряемым образцом. Выражение (2) с учетом условия $z_1 + z_2 / z_0 \ll 1$ можно вблизи резонанса представить в виде:

$$-i\rho c l \operatorname{ctg} kl - i\rho c l \frac{\alpha}{\sin^2 kl} + z_{\text{н}} = 0. \quad (8)$$

Решение этого уравнения будет

$$kl = \frac{\pi}{2} (2n - 1) + \beta + \delta_{kl}.$$

Так как $k = \omega / c$, то $\delta_{kl} = l\delta\omega / c$, где $\delta\omega$ — сдвиг резонансной частоты системы при наличии нагрузки. Поскольку импеданс нагрузки мал по сравнению с импедансом стержня $l\delta\omega / c \ll 1$. Пред-



Фиг. 1

ставим сдвиг резонансной частоты в комплексной форме: $\delta\omega = \delta\omega_1 + i\delta\omega_2$, поскольку $z_{\text{н}} = R + iX$, где R и X — соответственно активная и реактивная части механического сопротивления нагрузки. Введем обозначения $\delta\omega_1 = 2\pi\delta f$, $\delta\omega_2 = \pi\Delta f$, где δf — сдвиг резонансной частоты стержня, а Δf — ширина резонансной кривой стержня, обусловленные нагрузкой. При этом уравнение (8) может быть написано в следующем виде:

$$R + iX + 2i\rho l\pi\delta f - \pi\rho l\Delta f = 0,$$

откуда следует, что

$$\delta f = -\frac{X}{2\pi I}, \quad \Delta f = \frac{R}{\pi I}, \quad (9)$$

где $I = \rho l l$ — полярный момент инерции стержня. Механическое сопротивление нагрузки может быть представлено также в виде:

$$z_{\text{н}} = i\omega I_0 (\chi - iQ).$$

Здесь $I_0 = \rho_0 I_0 l_0$ — полярный момент инерции образца, являющегося для стержня нагрузкой, при этом ρ_0 — плотность исследуемого материала, l_0 — толщина образца, а I_0 — момент инерции сечения образца.

Из формулы (9) после некоторых преобразований следует:

$$Q = \frac{\Delta f I}{2f I_0}, \quad \chi = \frac{\delta f I}{f I_0}.$$

Здесь величина Δf и δf определяется экспериментально, а Q и χ связаны уравнением:

$$\chi - iQ = \frac{\operatorname{tg}(Ne^{-i\psi/2})}{Ne^{-i\psi/2}},$$

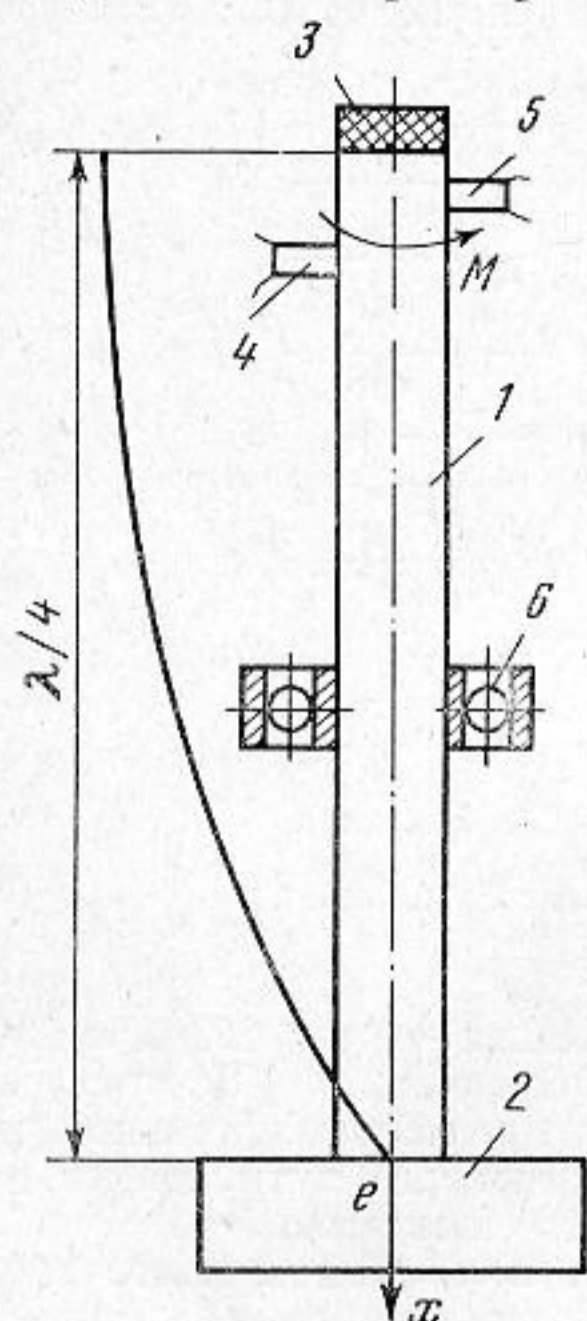
графическое решение которого получено Гутиным [1]. Из графика по вычисленным значениям χ и Q определяются величины N и ψ , затем находится абсолютное зна-

чение сдвига и тангенса угла механических потерь:

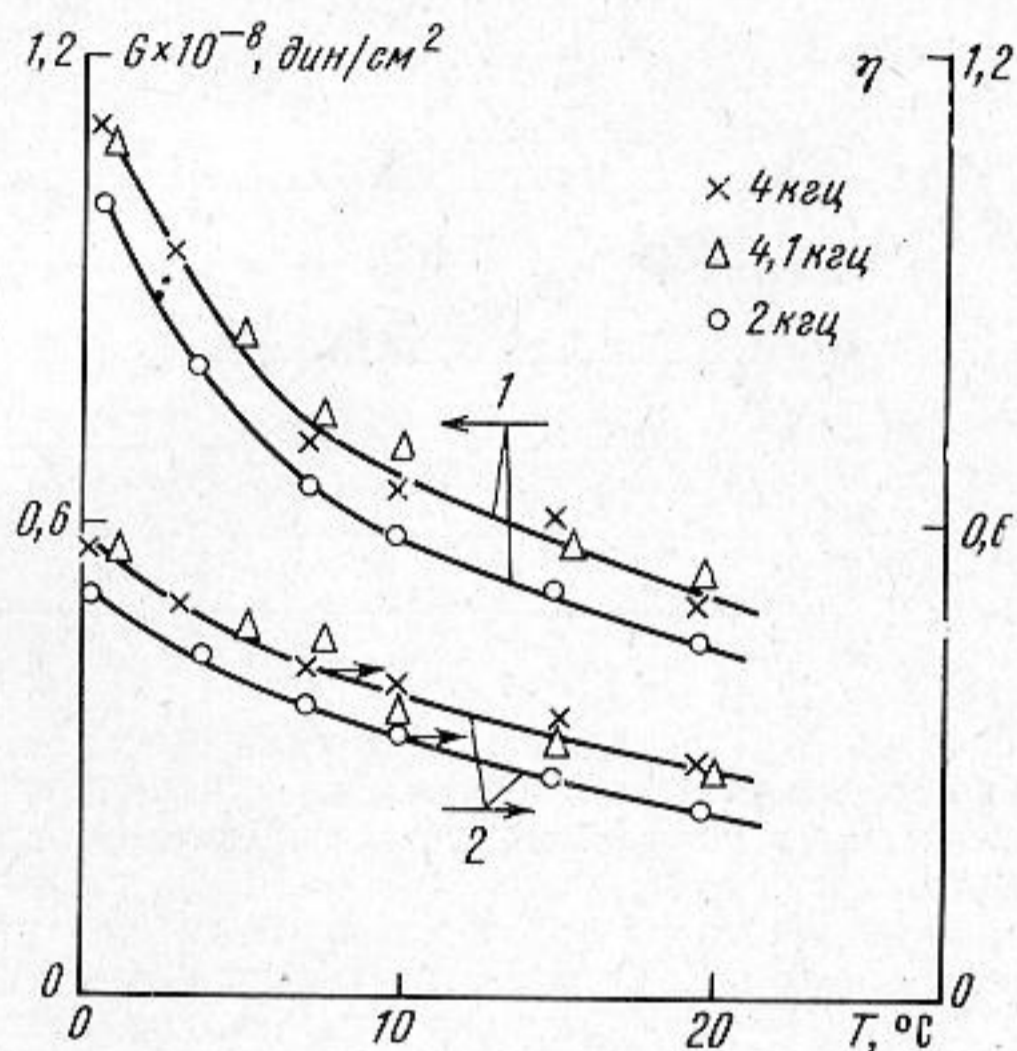
$$|G| = \frac{\rho_0 \omega^2 l_0^2}{N^2}, \quad \eta = \operatorname{tg} \psi.$$

Таким образом, насадка диска на стержень снижает резонансную частоту стержня, а формулы для определения G и η полностью совпадают с формулами Гутина, полученными им для случая колебаний стержня без диска.

Показанный на фиг. 2 четвертьволновой вибратор используется для измерения вязкоупругостных параметров полимерных материалов и представляет собой метал-



Фиг. 2



Фиг. 3

лический стержень 1 круглого сечения с диском 2 на конце; 3 — образец полимерного материала. Крутильные колебания возбуждаются и принимаются с помощью кристаллов сегнетовой соли 4, 5. Монтаж стержня с диском осуществляется с помощью подшипника качения 6, насаженного на стержень.

На фиг. 3 представлены результаты измерения динамического модуля сдвига 1 и тангенса угла механических потерь 2 одной и той же саженнаполненной резины на четвертьволновом (кружки) и полуволновом (крестики) вибраторах одинаковой длины — 40 см; треугольниками обозначены результаты измерения на четвертьволновом вибраторе длиной 22 см. Совпадения результатов в рассматриваемом диапазоне температур на частотах 4 и 4,1 кГц можно считать вполне удовлетворительными.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. И. Ключкин, А. Е. Колесников. Акустические измерения в судостроении. Л., «Судостроение», 1966, 277—282.

Ленинградский институт
текстильной и легкой промышленности
им. С. М. Кирова

Поступила
24 ноября 1971 г.

УДК 534.22.094.1

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДИСПЕРСИИ ЗВУКОВЫХ ВОЛН В УГЛЕКИСЛОМ ГАЗЕ ДО $5 \cdot 10^4$ Мгц/атм

М. Б. Митин, В. Ф. Яковлев

До настоящего времени измерения фазовой скорости распространения и коэффициента поглощения звуковых волн в углекислом газе были ограничены пределом 200 Мгц/атм [1]. Экспериментальное исследование акустических свойств углекислого газа при более высоких значениях ν/p (ν — частота звуковой волны, p — давление газа) затрудняется тем, что в этих условиях значительно возрастает поглощение