lar aperture. IEEE Trans. Anten. and Prop., 1970, AP-18, 2, 152—176.
4. Н. И. Ахизер. К теории спаренных интегральных уравнений. Зап. матем. отд. физ.-матем. факультета и ХМО ХГУ, Харьков, 1957, 25, 4, 5—31.
5. К. А. Лурье. Дифракция плоской электромагнитной волны на идеально проводящем круглом диске. ЖТФ, 1959, 29, 12, 1421—1433.

Институт радиофизики и электроники
Академии наук УССР

Поступила
10 марта 1971 г.

УДК 534—16

ОБ УСИЛЕНИИ УЛЬТРАЗВУКА В ОБЛАДАЮЩЕМ ФОТОПРОВОДИМОСТЬЮ ПЬЕЗОПОЛУПРОВОДНИКЕ В УСЛОВИЯХ МОДУЛИРОВАННОЙ ПОДСВЕТКИ

Д. В. Галченков, Э. М. Эпштейн

В последние годы появился ряд работ, посвященных теории распространения ультразвука в полупроводнике в нестационарных условиях при наличии переменного электрического поля [1—7]. Было показано, что в этих условиях может существенно измениться частотная зависимость коэффициента поглощения (усиления) звука [3, 4, 6], возможно параметрическое усиление звуковых волн [1, 2, 5, 6] и т. д. Отмечалась также возможность усиления низкочастотных колебаний, модулирующих высокочастотное электрическое поле [7].

В данной работе рассмотрим другой тип нестационарности, связанный с модуляцией подсветки. Пусть кристалл монополярного фотопроводящего пьезополупроводника однородно освещается световым потоком, модулированным во времени по закону $I(t) = I_0(1 + a\cos\Omega t)$, $0 < a \leqslant 1$. Это приведет к амплитудной модуляции концентрации электронов проводимости, что повлечет за собой изменение коэффициента поглощения (усиления) звука. Подчеркнем, что в отличие от работы [8] мы предполагаем световой поток пространственно однородным и не рассматриваем вынужденных звуковых колебаний.

Исходная система уравнений имеет вид

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - s^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\beta}{\rho}\frac{\partial E}{\partial x}, \tag{1}$$

$$\varepsilon\frac{\partial E}{\partial x} - 4\pi\beta\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 4\pi e[n - n_0(t)], \tag{2}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu n E - D\frac{\partial n}{\partial x}\right) = -\frac{n - n_т}{\tau} + kAI(t), \tag{3}$$

где u — смещение в звуковой волне, s — скорость звука, ρ — плотность кристалла, β — пьезомодуль, ε — диэлектрическая проницаемость, E — напряженность электрического поля, μ, D и τ — соответственно подвижность, коэффициент диффузии и время жизни электронов проводимости, k — квантовый выход, A — коэффициент поглощения света, n — полная концентрация электронов, $n_т$ — темновая концентрация, $n_0(t)$ — концентрация в отсутствие звуковой волны. Последняя величина, согласно уравнению (3), имеет вид

$$n_0(t) = n_т + kAI_0[1 + \lambda\cos(\Omega t - \delta)], \tag{4}$$

$$\lambda = \frac{a}{\sqrt{1 + \Omega^2\tau^2}}, \qquad \delta = \operatorname{arc\,tg}\Omega\tau.$$

В дальнейшем мы будем полагать $n_т \ll kAI_0$.

Метод вычисления коэффициента поглощения звука, обусловленного наличием электронов проводимости, в нестационарных условиях подробно изложен в работах [3—7], поэтому здесь мы лишь приведем результаты расчета. Коэффициент поглощения

$$\alpha = \chi q\frac{\omega_c}{\omega}\sum_{l=-\infty}^{\infty}(-1)^l I_l^2\left(\frac{\lambda\omega_c}{\Omega}\right)\times$$

$$
\times \frac{1-\dfrac{v}{s}+l\dfrac{\Omega}{\omega}\left(2+\dfrac{\omega^2}{\omega_c\omega_D}+\dfrac{1}{\omega_c\tau}\right)}{\left(1-\dfrac{v}{s}+l\dfrac{\Omega}{\omega}\right)^2+\left(\dfrac{\omega_c}{\omega}\right)^2\left(1+\dfrac{\omega^2}{\omega_c\omega_D}+\dfrac{1}{\omega_c\tau}\right)^2}, \tag{5}
$$

где $\chi = 4\pi\beta^2 / \varepsilon\rho s^2$ — электромеханическая константа связи, $\omega_c = 4\pi\varepsilon^{-1}e\mu kAI_0$ — частота диэлектрической релаксации при немодулированной подсветке (при $a = 0$), $\omega_D = s^2 / D$ — «диффузионная» частота, q и ω — соответственно волновое число и частота звуковой волны, v — дрейфовая скорость электронов в постоянном электрическом поле, $I_l(x)$ — функция Бесселя мнимого аргумента. При отсутствии модуляции ($\lambda \to 0$) выражение (5) переходит в известную формулу Уайта [9]. Такой переход имеет место и в другом предельном случае, $\Omega \to 0$, как и должно быть, поскольку α в нашем случае есть коэффициент поглощения, усредненный по периоду модуляции светового потока.

Заметим, что коэффициент поглощения (5), как и в отсутствие модуляции, является нечетной функцией аргумента $1 - v / s$, т. е. модуляция не приводит к сдвигу порога усиления.

Во многих случаях аргумент бесселевой функции $\lambda\omega_c / \Omega$ мал по сравнению с единицей. Разлагая бесселевы функции в ряд и ограничившись первым неисчезающим приближением, получим

$$
\alpha = \chi\frac{\omega_c}{s}\left\{\frac{\left(1-\dfrac{v}{s}\right)\left[1+\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\lambda\omega_c}{\Omega}\right)^2\right]}{\left(1-\dfrac{v}{s}\right)^2+\left(\dfrac{\omega_c}{\omega}\right)^2\left(1+\dfrac{\omega^2}{\omega_c\omega_D}+\dfrac{1}{\omega_c\tau}\right)^2}-\right.
$$

$$
-\frac{1}{4}\left(\frac{\lambda\omega_c}{\Omega}\right)^2\left[\frac{1-\dfrac{v}{s}+\dfrac{\Omega}{\omega}\left(2+\dfrac{\omega^2}{\omega_c\omega_D}+\dfrac{1}{\omega_c\tau}\right)}{\left(1-\dfrac{v}{s}+\dfrac{\Omega}{\omega}\right)^2+\left(\dfrac{\omega_c}{\omega}\right)^2\left(1+\dfrac{\omega^2}{\omega_c\omega_D}+\dfrac{1}{\omega_c\tau}\right)^2}+\right.
$$

$$
\left.\left.+\frac{1-\dfrac{v}{s}-\dfrac{\Omega}{\omega}\left(2+\dfrac{\omega^2}{\omega_c\omega_D}+\dfrac{1}{\omega_c\tau}\right)}{\left(1-\dfrac{v}{s}-\dfrac{\Omega}{\omega}\right)^2+\left(\dfrac{\omega_c}{\omega}\right)^2\left(1+\dfrac{\omega^2}{\omega_c\omega_D}+\dfrac{1}{\omega_c\tau}\right)^2}\right]\right\}. \tag{6}
$$

Отсюда следует, что модуляция подсветки (при сохранении средней интенсивности светового потока) повышает поглощение при дозвуковых скоростях дрейфа и усиление при сверхзвуковых скоростях. Этот эффект может быть использован для регистрации колебаний светового потока аналогично тому, как это было предложено в работе [7] для колебаний амплитуды электромагнитного поля.

Формула (5) была получена для нерезонансных условий, когда $n\Omega \neq 2\omega$ ($n = 1, 2, 3, \ldots$). Мы провели расчет также для случая параметрического резонанса $n\Omega = 2\omega$ при $n = 1$. Ввиду громоздкости результата он здесь не приводится. Укажем лишь, что изменение коэффициента поглощения в этом случае имеет тот же порядок, что и при отсутствии резонанса, но порог усиления сдвигается в сторону больших дрейфовых скоростей на величину $\Delta v \sim s(\lambda\omega_c / \Omega)^2$. В отличие от нерезонансного случая коэффициент усиления при модуляции подсветки резонансной частотой $\Omega = 2\omega$ снижается.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Чабан. Об одном нелинейном эффекте в пьезоэлектрических полупроводниках. Физ. тв. тела, 1967, **9**, 3334—3335.
2. А. А. Чабан. Взаимодействие ультразвуковых волн в переменном электрическом поле в пьезоэлектрических кристаллах. Физ. тв. тела, 1969, 11, 1973—1975.
3. Э. М. Эпштейн. Распространение ультразвука в полупроводнике при наличии высокочастотного электрического поля. Физ. тв. тела, 1968, **10**, 2945—2949.
4. Э. М. Эпштейн. К теории осцилляций затухания ультразвука в полупроводнике в высокочастотном электрическом поле. Изв. вузов. Радиофизика, 1969, **12**, 1869—1872.
5. В. М. Левин, Л. А. Чернозатонский. Параметрическое усиление акустических волн в пьезополупроводниках. Физ. тв. тела, 1969, **11**, 3308—3310.
6. В. М. Левин, Л. А. Чернозатонский. Распространение акустических волн в пьезополупроводнике, помещенном в переменное электрическое поле. ЖЭТФ, 1970, **59**, 142—154.

7. R. H. Pantell, J. Soo Hoo. Acoustic Propagation in the Presence of Drifting Carriers and an Oscillating Electromagnetic Field. J. Appl. Phys., 1970, 41, 441—444.
8. П. М. Карагеоргий-Алкалаев. Фотоэлектроакустический эффект и резонансные явления в пьезоэлектрических полупроводниках. Физ. и техн. полупроводников, 1968, 2, 216—219.
9. D. L. White. Amplification of Ultrasonic Waves in Piezoelectric Semiconductors. J. Appl. Phys., 1962, 33, 2547—2554.

Поступила
15 июня 1971 г.

УДК 534.222.2

О ЗАХЛОПЫВАНИИ ПУЗЫРЬКА В СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

И. Б. Есипов, К. А. Наугольных

Задача о захлопывании сферического пузырька рассматривалась неоднократно в приближении несжимаемой жидкости [1—5]. Это приближение пригодно при малых скоростях захлопывания; оно предусматривает пренебрежение энергией излучения по сравнению с энергией пульсаций полости. Если же скорость захлопывания сравнима со скоростью звука в жидкости, то излучаемая акустическая энергия не мала и приближение несжимаемой жидкости становится неприменимым.

Задача о пульсации полости с учетом сжимаемости жидкости рассматривалась рядом авторов (см., например, работы [6—8]), опиравшихся в своих исследованиях на методы численного анализа. Целью данного исследования является получение простых приближенных аналитических выражений, пригодных для проведения оценок и выяснения характера зависимости гидродинамических величин, описывающих пульсацию и излучение звука полностью при больших скоростях движения ее границы.

Рассмотрим сферическую полость, имеющую в начальный момент радиус $R(0) = R_0$ и нулевую начальную скорость $\dfrac{dR(0)}{dt} = 0$, и захлопывающуюся под действием давления со стороны жидкости p_0, превосходящего начальное давление Q газа в полости (эта величина называется газосодержанием полости).

Предположим, что изменение состояния газа в полости происходит адиабатически с показателем адиабаты γ, а также, что форма полости остается сферической; влиянием вязкости и поверхностного натяжения будем пренебрегать. В качестве уравнения состояния жидкости принимаем выражение

$$p = A\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^n - B, \tag{1}$$

где $A = p_0 + B$, p, p_0 — давления, ρ, ρ_0 — плотности соответственно возмущенного и невозмущенного состояния жидкости. Для воды $B = 3000$ *атм*, $n \simeq 7$.

В приближении Кирквуда — Бете [3] захлопывание сферической полости можно описать системой уравнений [7, 9]

$$\frac{d\dot{a}}{dx} = \frac{1 + M\dfrac{\dot{a}}{2}}{1 - M\dfrac{\dot{a}}{2}}\frac{\eta}{a} + \frac{M}{2}\frac{d\eta}{dx} - \frac{3}{2}\frac{1 - \dfrac{M}{3}\dfrac{\dot{a}}{2}}{1 - M\dfrac{\dot{a}}{2}}\frac{\dot{a}}{a}, \tag{2}$$

$$\frac{da}{dx} = \dot{a}, \tag{3}$$

$$\beta = a^{-3\gamma}. \tag{4}$$

Безразмерная энтальпия есть

$$\eta = \frac{1}{M^2(n-1)}\left[\left(nM^2\beta + \frac{B}{A}\right)^{(n-1)/n} - 1\right] \tag{5}$$

и безразмерная скорость звука

$$z = \left(M^2 n\beta + \frac{B}{A}\right)^{(n-1)/2n}. \tag{6}$$

Здесь введены безразмерные величины

$$a = \frac{R}{R_1}, \quad x = \frac{t}{\tau}, \quad \beta = \frac{P}{P_1}, \quad \eta = \frac{w}{u^2}, \quad z = \frac{c}{c_0}.$$