АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XIX 1973 Вып. 2

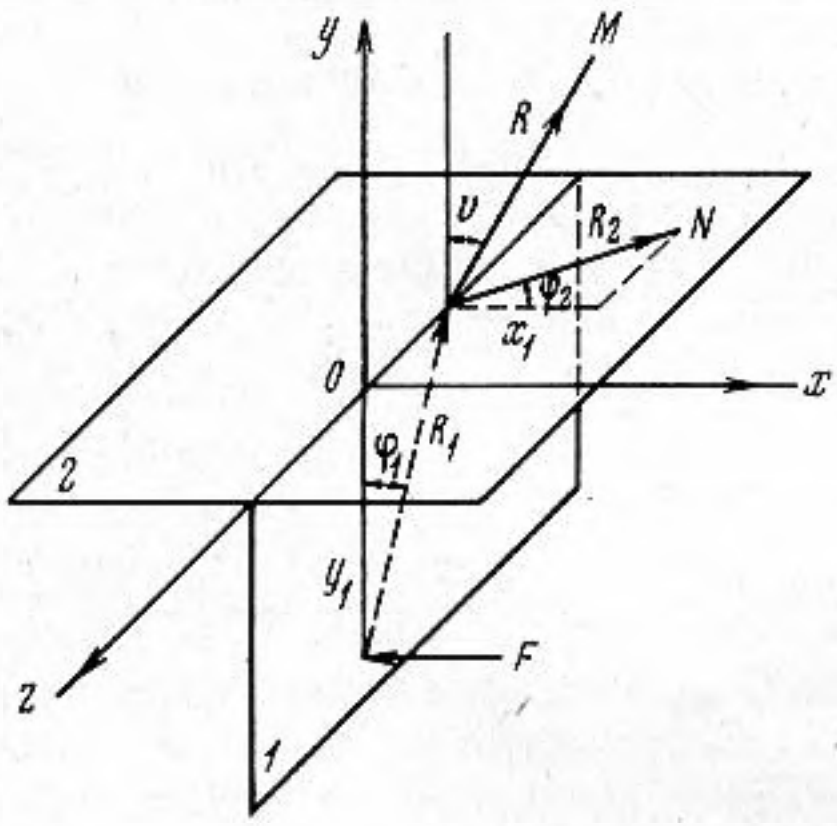
УДК 534.26

ИЗЛУЧЕНИЕ ЗВУКА Т-ОБРАЗНЫМ СОЕДИНЕНИЕМ ПЛАСТИН ПРИ ВОЗБУЖДЕНИИ ЕГО СОСРЕДОТОЧЕННОЙ СИЛОЙ

В. Н. Романов

Рассматривается пространственное распределение звукового давления в жидкости, создаваемого излучением одной из пластин Т-образного соединения, соприкасающейся с жидкостью, когда другая пластина возбуждается сосредоточенной силой. Показано, что звуковое давление в жидкости быстро убывает, как по нормалям, проведенным к линии соединения пластин, так и вдоль Т-образного соединения пластин. Рассмотрено также прохождение волны изгиба, распространяющейся от места возбуждения силой, через Т-образное соединение пластин.

В работах [1, 2] было исследовано излучение звука Т-образным соединением пластин, одна из которых соприкасается с жидкостью (пластина 2), а по другой (пластина 1) распространяется одиночная плоская волна изгиба или совокупность таких волн. Рассмотрим теперь излучение звука при возбуждении пластины 1 сосредоточенной силой (фиг. 1). Для решения этой задачи используем следующий прием: цилиндрическую волну изгиба, распространяющуюся от точки возбуждения, разложим на плоские волны, используем результаты работ [1, 2] для нахождения звукового давления в жидкости от каждой плоской волны, а затем проведем интегрирование по всем углам падения плоских волн на линию соединения пластин. Такой прием решения путем разложения волны сложного вида на плоские волны успешно применяется при исследовании прохождения и отражения сферических волн от плоской границы [3].



Фиг. 1

От точки возбуждения пластины сосредоточенной силой $Fl^{-i\omega t}$ (экспоненциальный множитель мы в дальнейшем опускаем) распространяется цилиндрическая волна вида [4]:

$$\dot{w}_1 = \frac{F}{Z_0} H_0^{(1)}(k_1 R_1), \qquad (1)$$

где Z_0 — механический импеданц пластины 1 по отношению к сосредоточенной силе, $H_0^{(1)}(k_1R_1)$ — функция Ханкеля, k_1 — волновое число изгибных волн в пластине 1, R_1 — величина радиуса-вектора, проведенного от точки возбуждения до линии соединения пластин, как это показано на фиг. 1. Разложим волну (1) на плоские волны в соответствии с работой [5] следующим образом:

$$\dot{w}_1 = \frac{F}{\pi Z_0} \int\limits_{-\pi/2+i\infty}^{\pi/2-i\infty} \exp[ik_1R_1\cos(\theta-\varphi_1)]\,d\theta, \qquad (2)$$

где φ_1 — угол между осью y и $\overline{\mathbf{R}}_1$, θ — угол падения плоских волн на линию

соединения. Следуя работе [3], звуковое давление $p_{б.}$ в жидкости представим в виде:

$$p_{б.}=\frac{F}{\pi Z_0}\int\limits_{-\pi/2+i\infty}^{\pi/2-i\infty} B_0(\theta)\exp[ik_1R_1\cos(\theta-\varphi_1)+ikR\sqrt{1-\beta_1\sin^2\theta}]d\theta, \qquad (3)$$

где R — кратчайшее расстояние от линии соединения пластин до точки наблюдения в жидкости — точки M, функция $B_0(\theta)$ — коэффициент трансформации плоских изгибных волн в звуковые волны в жидкости, определяемый согласно работам [1, 2], $\beta_1=\frac{k_1^2}{k^2}$, k — волновое число в жидкости.

Из работ [1, 2] следует, что при падении плоской изгибной волны на линию соединения пластин, давление в жидкости создается как изгибными, так и продольными волнами; поэтому выражение для $B(\theta)$ имеет довольно сложный вид. Однако, в работах [1, 2] показано, что в ряде случаев на низких частотах ($\beta>1, \beta=\frac{k_2^2}{k^2}$, k_2 — волновое число изгибных волн в пластине 2, помещенной в вакуум) основной вклад в излучение дают изгибные волны в пластине 2, для которых мы и приведем выражение для $B(\theta)$.

Рассмотрим это выражение для того частного случая, когда толщина пластины 1 много меньше толщины пластины 2. Тогда при $kR\gg1$:

$$B_0(\theta)=\frac{-2\rho c\sin 2\upsilon(1-\beta_1\sin^2\theta)^{3/4}\cos\theta/\gamma_2/(\cos\theta-i)}{\sqrt{2\pi kR}\,b\beta^2\left\{1-\frac{i}{b\beta}\cos\upsilon\sqrt{1-\beta_1\sin^2\theta}\times\right.}, \qquad (4)$$

$$\left.\times\left[1-\frac{1}{\beta^2}(\sin^2\upsilon+\beta_1\sin^2\theta\cos^2\upsilon)^2\right]\right\}$$

где ν — угол между радиусом-вектором $\overline{\mathbf{R}}$ и осью y, ρc — волновое сопротивление жидкости, b — коэффициент, определенный в работе [1] и для случая соприкосновения стальной пластины с водой равный 0,1308, $q_1=\sqrt{\beta}\sqrt{1+b\sqrt{\beta}}$, $\gamma_2=\frac{D_1}{D_2}\frac{k_2^2}{k_1^2}$ (D_1, D_2 — цилиндрические жесткости первой и второй пластин соответственно).

Из структуры показателя экспоненты в выражении (3) следует, что при $kR\gg1$ (т. е. при удалении точки наблюдения на достаточно большое расстояние от линии соединения пластин) основной вклад в результат интегрирования дают те плоские волны, угол падения которых удовлетворяет соотношению $1-\beta_1\sin^2\theta\geqslant0$, из которого следует величина угла $Q_{кр}=\arcsin 1/\sqrt{\beta_1}$.

Несмотря на это ограничение по пределам интегрирования вычисление выражения (3) в общем случае затруднительно. При $k_1R_1\gg1$ и $kR\gg1$ интеграл (3) можно вычислить методом перевала, если удается определить точку перевала, поскольку необходимо для ее нахождения решить трансцендентное уравнение:

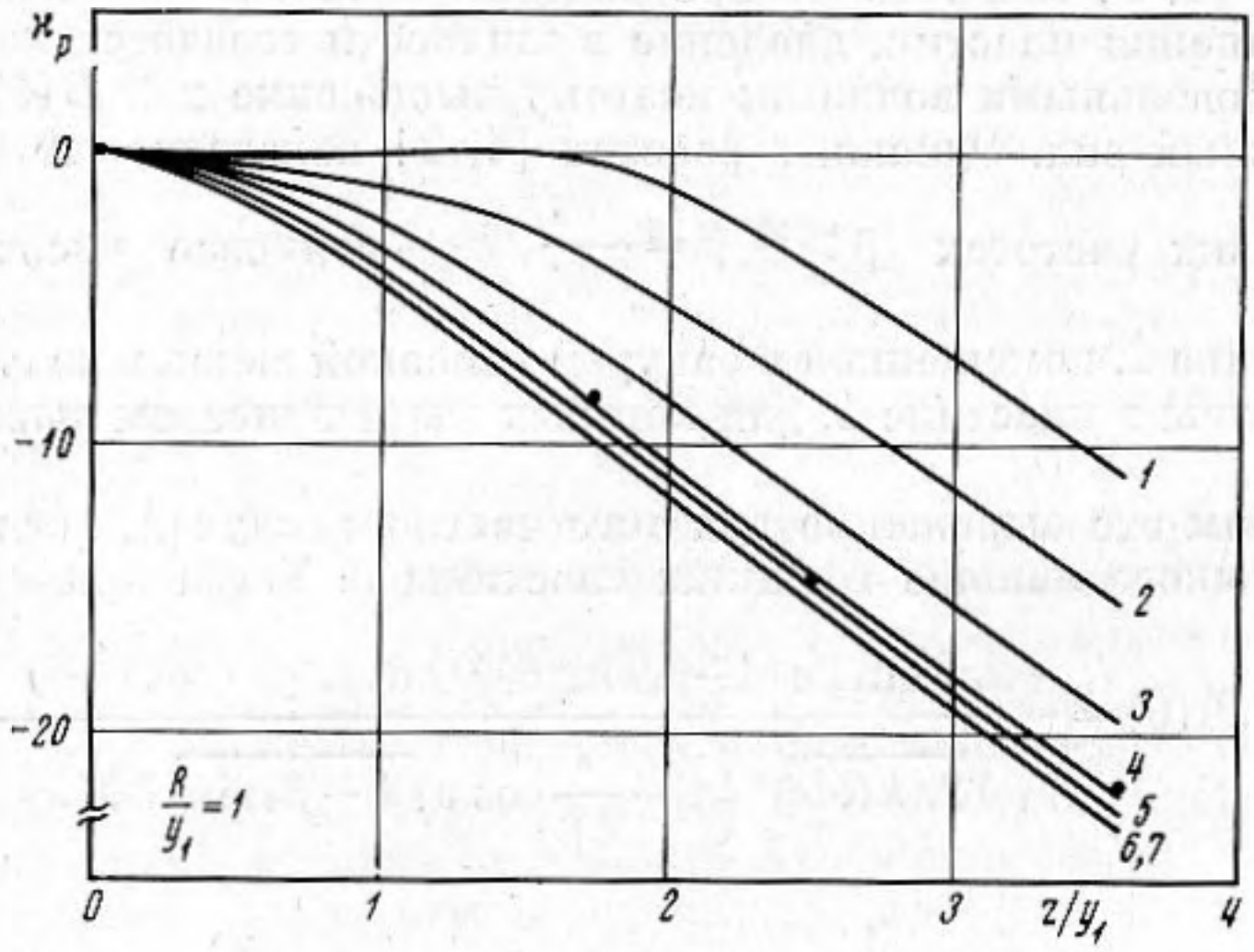
$$f_1(\theta)=\frac{\partial}{\partial\theta}[k_1R_1\cos(\theta-\varphi_1)+kR(1-\beta_1\sin^2\theta)^{1/2}]=0. \qquad (5)$$

Уравнение (5) в общем случае можно решить лишь с помощью ЭВМ. Однако для ряда частных случаев выражение для точки перевала Q_0 можно

получить и в аналитическом виде. Наиболее просто находится точка перевала, если $p_{б.}$ рассматривается в плоскости xoy. Тогда $\varphi_1 = 0$, $R_1 = y_1$ и из уравнения (7) следует, что $Q_0 = 0$. В этом случае:

$$p_{б.}(\varphi_1 = 0) = \frac{2FB_0(0)\exp(ik_1y_1 + ikR - i\pi/4)}{Z_0\sqrt{2\pi k(\sqrt{\beta_1}y_1 + \beta_1 R)}}. \tag{6}$$

Из этого выражения с учетом зависимости $B_0(0)$ от величины kR следует, что при $R \gg y_1 / \sqrt{\beta_1}$ звуковое давление в жидкости убывает от линии соединения пластин по сферическому закону $1/R$, и только в непосредственной близости к пластине 2, когда $R \ll y_1 / \sqrt{\beta_1}$, давление убывает по цилин-



Фиг. 2

дрическому закону $1/\sqrt{R}$. Для того чтобы исследовать законы убывания давления в плоскостях, параллельных плоскости пластины 2, необходимо найти значения Q_0 в функции угла φ_1. В случае низких частот ($\beta_1 \gg 1$) величина $Q_{кр} \ll 1$ и следовательно Q_0 также много меньше единицы. Тогда выражение (5) можно привести к виду:

$$Q_0[y_1 + R\sqrt{\beta_1} / \sqrt{1 - \beta_1 Q_0^2}] = y_1 \operatorname{tg}\varphi_1.$$

Приближенное решение этого уравнения можно осуществить в двух случаях: 1) при $\varphi_1 \ll 1$, тогда при $y_1 \gg R\sqrt{\beta_1}$,

$$Q_0 \approx \operatorname{tg}\varphi_1, \tag{7}$$

и при

$$y_1 \ll R\sqrt{\beta_1}, \quad Q_0 \approx \frac{y_1 \operatorname{tg}\varphi_1}{\sqrt{\beta_1}R}, \tag{8}$$

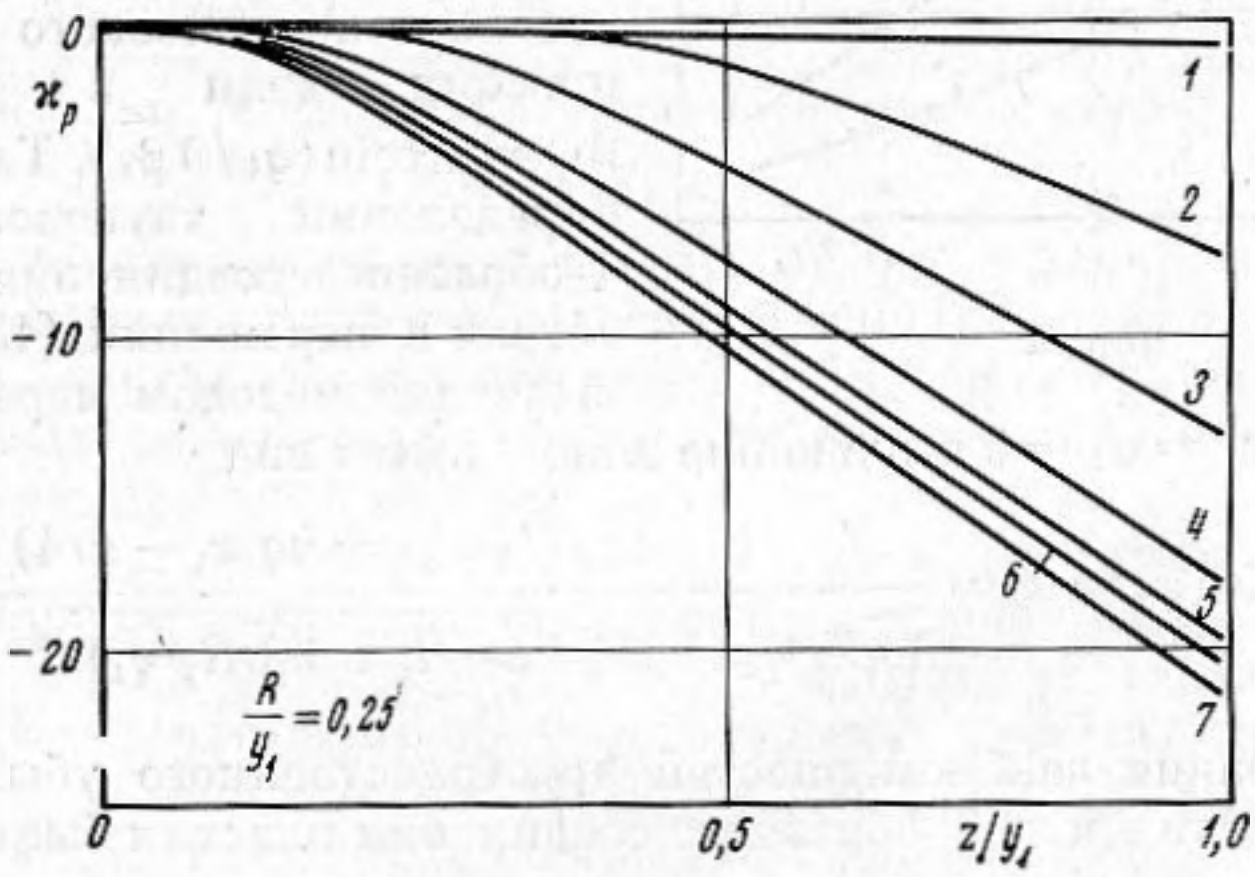
2) при

$$\varphi_1 \to \pi/2,$$

при этом условии правая часть уравнения стремится к ∞, а в левой части стремиться к большой величине может лишь второй член при малом значении знаменателя. Следовательно: $Q_0 R\sqrt{\beta_1} / \sqrt{1 - \beta_1 Q_0^2} = y_1 \operatorname{tg}\varphi_1$. Из этого уравнения легко найти, что

$$Q_0 = \frac{y_1 \operatorname{tg}\varphi_1}{\sqrt{\beta_1}\sqrt{R^2 + y_1^2 \operatorname{tg}^2\varphi_1}}. \tag{9}$$

На фиг. 2 представлено отношение $\varkappa_p = 20 \lg \frac{p_б}{p_б(\varphi_1 = 0)}$ для случая $R/y_1 = 1$, $H_2/H_1 = 4$, $\upsilon = \pi/4$ в функции β и z/y_1 для T-образного соединения стальных пластин, при соприкосновении с водой. (Кривая $1 - \beta = 1$, $2 - \beta = 2$, $3 - \beta = 4$, $4 - \beta = 8$, $5 - \beta = 16$, $6 - \beta = 32$, $7 - \beta = 64$). Эти кривые были рассчитаны на ЭВМ, включая решение трансцендентного уравнения (5). Здесь же точками нанесены результаты расчетов $\varkappa_p$ с использованием соотношений (8) и (9) для $\beta = 8$ ($\beta_1 = 32$). Видно удовлетворительное согласие результатов точного и приближенного расчетов. Из фиг. 2 следует, что в отличие от плоской волны изгиба цилиндрическая волна изгиба создает в жидкости звуковое давление, убывающее вдоль



Фиг. 3

Т-образного соединения пластин, причем чем ниже частота ($\beta \to \infty$), тем быстрее убывает давление. Этот результат объясняется тем, что с уменьшением частоты величина $Q_{кр} \to 0$ и в образовании звукового поля принимает участие меньшее число плоских изгибных волн, на которые разлагается цилиндрическая волна.

На фиг. 3 представлено аналогичное отношение $\varkappa_p$ для $R/y_1 = 0{,}25$; в этом случае сосредоточенная сила удалена от линии соединения пластин на расстояние, в 4 раза превышающее то, для которого построены кривые фиг. 2. Из фиг. 3 следует, что удаление точки возбуждения приводит к уменьшению спада давления вдоль Т-образного соединения пластин, т. е. при $Z = \text{const}$ величина звукового давления возрастает. Этот результат объясняется тем, что при увеличении расстояния на линию соединения пластин в пределах фиксированного расстояния Z падает более плоский фронт изгибной волны. Аналогичным образом можно рассмотреть прохождение цилиндрической изгибной волны через Т-образное соединение пластин. В этом случае изгибная колебательная скорость пластины 2 определяется с учетом результатов работ [1, 2] при $\beta > 1$ и при $kq_1R_2 \gg 1$ как

$$\dot{w}_2 = \frac{F}{Z_0\pi} \int\limits_{-\pi/2+i\infty}^{\pi/2+i\infty} T(\theta) \exp[ik_1R_1\cos(\theta - \varphi_1) + ikq_1R_2(\theta_2 - \varphi_2)]d\theta, \quad (10)$$

где $\theta_2 = \arcsin(\sqrt{\beta_1}/q_1 \cdot \sin\theta_1)$, R_2 — величина радиуса-вектора, проведенного от линии соединения пластин к точке наблюдения N, находящейся на пластине 2 (фиг. 1). Функция $T(\theta)$ является коэффициентом прохождения плоских изгибных волн из пластины 1 в пластину 2 и определяется на основании работ [1, 2]. Выражение $T(\theta)$ для случая, когда толщина пла-

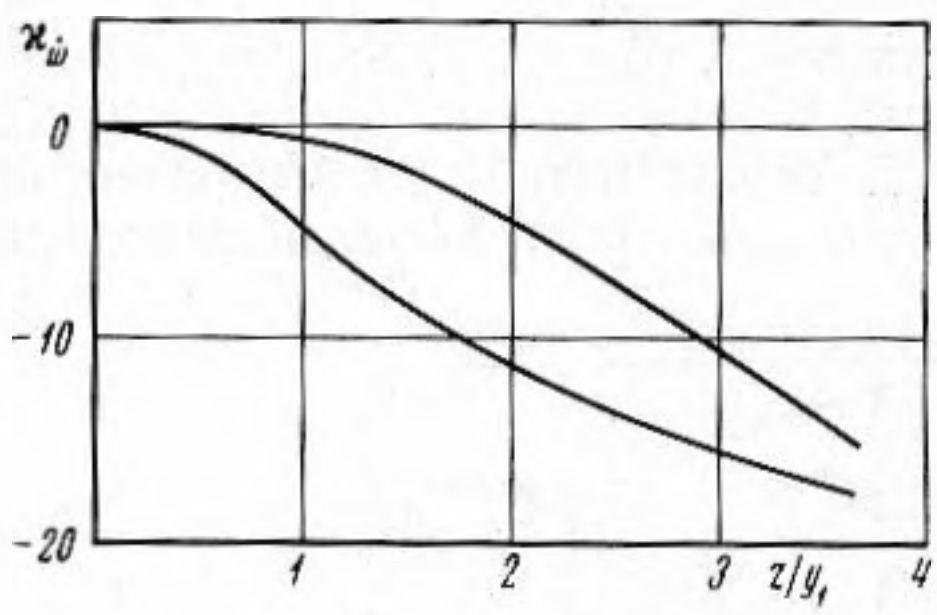
стины 1 много меньше толщины пластины 2, имеет следующий вид:

$$T(\theta) = i4\beta R_0 \cos\theta / \gamma_2 / (\cos\theta - i),$$

где

$$R_0 = (q_1^2 - 1) / (5q_1^4 - 4q_1^2 - \beta^2).$$

Из структуры показателя экспоненты в выражении (10) следует, что при $kq_1R_2 \gg 1$, т. е. при удалении точки N на достаточно большое расстояние от линии соединения пластин, основной вклад в интегрирование дадут те плоские волны, для которых угол преломления θ_2 имеет вещественное значение. Из выражения для θ_2 следует значение критического угла падения плоских волн в пластине 1: $\theta_{кр} = \arcsin(q_1 / \sqrt{\beta_1})$. Так же, как при определении звукового давления Т-образного соединения пластин, интеграл в выражении (13) может быть вычислен методом перевала.



Фиг. 4

В случае $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ выражение для $\dot{w}_2$ имеет вид

$$\dot{w}_2(\varphi_1 = 0) = \frac{F}{\sqrt{\pi} Z_0} \frac{\beta}{\gamma_2 q_1^2} \frac{\exp[i(k_1 y_1 + kq_1 x_1 - \pi/4)]}{\sqrt{k_1(R_1 + \sqrt{\beta_1} R_2/q_1)}}.$$

Для исследования закономерностей пространственного убывания колебательной скорости вдоль Т-образного соединения пластин были произведены расчеты $\varkappa_{\dot{w}} = 20 \lg \frac{\dot{w}_2}{\dot{w}_2(\varphi_1 = 0)}$ на ЭВМ при следующих условиях: $H_2 / H_1 = 4$, $\beta = 1 \div 64$. На фиг. 4 представлены результаты расчетов в зависимости от отношения z / y_1 для случаев $x_1 / y_1 = 1$ (кривая 1), для $x_1 / y_1 = 0{,}25$ (кривая 2). Частотной зависимости коэффициентов $\varkappa_{\dot{w}}$ в рассматриваемом диапазоне частот не было обнаружено. Из фигуры 4 следует также, что удаление точки возбуждения от линии соединения пластин приводит к менее быстрому убыванию величины скорости колебаний вдоль Т-образного соединения пластин. Причина этого явления была выяснена при обсуждении кривых фиг. 3.

Таким образом, при возбуждении Т-образного соединения пластин сосредоточенной силой звуковое поле в жидкости и поле колебаний в соприкасающейся с ней пластине достаточно быстро убывает вдоль этого соединения.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Н. Романов. Излучение Т-образного соединения пластин при наличии диффузного поля изгибных волн. Акуст. ж., 1969, 15, 2, 275—283.
2. В. Н. Романов. Влияние реакции жидкости на излучение Т-образного соединения пластин. Акуст. ж., 1971, 17, 2, 325—326.
3. Л. М. Бреховских. Волны в слоистых средах. М., Изд-во АН СССР, 1957.
4. D. A. Thomas. Characteristik Impedances for Flexure waves in Thin Plates. J. Acoust. Soc. America, 1958, 30, 3, 220—221.
5. Б. Нобл. Метод Винера-Хопфа. М., ИЛ, 1962.

Поступила
27 августа 1971 г.