

Наконец, при крупных плавных неровностях «кирхгофского» типа, для которых коэффициент рассеяния будет [3]

$$m_p(\theta) = \left[1/8\pi \operatorname{tg}^2 \delta \cos^4 \left(\frac{\theta - \theta_0}{2} \right) \right] \exp \left[-\operatorname{tg}^2 \left(\frac{\theta - \theta_0}{2} \right) / 2 \operatorname{tg}^2 \delta \right],$$

получаем при $\operatorname{tg} \delta \ll 1$

$$\Delta m_p / m_p \simeq \Delta \theta_c / \sqrt{2} \operatorname{tg} \delta, \quad (7)$$

где правая часть на основании условия (2) много меньше π .

Таким образом, для того чтобы точка наблюдения находилась в зоне Фраунгофера, необходимо и достаточно, чтобы относительное изменение коэффициента рассеяния было мало в пределах угла, под которым рассеивающий участок виден из точки наблюдения. Заметим, что это свойство коэффициента рассеяния непосредственно следует из общей формулы (3), которая выражает интенсивность рассеянного поля в зоне Фраунгофера через коэффициент рассеяния при одном фиксированном значении угла θ , в то время как рассеивающий участок имеет конечный угловой размер.

Отметим еще одно возможное практическое приложение полученных соотношений. Измерив относительное изменение коэффициента рассеяния $\Delta m_p / m_p$ и определив из геометрии эксперимента величину $\Delta \theta_c$, можно найти по формуле (7) среднеквадратичный угол наклона крупных плавных неровностей или по формулам (4—6) — радиус корреляции малых неровностей.

Автор выражает глубокую благодарность И. Б. Андреевой и Ю. Ю. Житковскому за полезную дискуссию рассмотренных вопросов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. П. Лысанов. О критерии, определяющем «дальнюю зону» при рассеянии волн на статистически неровных поверхностях. Акуст. ж., 1971, 17, 1, 93—96.
2. Б. Ф. Курьянов. Рассеяние звука на шероховатой поверхности с двумя типами неровностей. Акуст. ж., 1962, 8, 3, 325—333.
3. М. А. Исакович. Рассеяние волн от статистически шероховатой поверхности. Труды Акустического института, 1969, 5, 152—251.

Акустический ин-т АН СССР
Москва

Поступила в редакцию
22 октября 1971 г.

УДК 534.833

ВЛИЯНИЕ КРИВИЗНЫ НА КОЛЕБАНИЯ ПОЛОГОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С ПОТЕРЯМИ

Р. Н. Михайлов, Б. Д. Тартаковский

Рассмотрим пологую тонкостенную сферическую оболочку радиусом кривизны R , жестко закрепленную по некоторому радиусу r_0 . Уравнение движения такой оболочки имеет вид*:

$$\frac{Eh^3}{12(1-\sigma^2)} \Delta^2 W + Eh \frac{W}{R^2} - \rho h \omega^2 W = F \delta(r - r'), \quad (1)$$

где E , σ — соответственно модуль Юнга и коэффициент Пуассона, h — толщина стенки, r' — радиус-вектор места приложения силы, $\delta(r)$ — дельта-функция. При жестком закреплении оболочки смещение и его производная равны нулю:

$$W|_{r=r_0} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = 0. \quad (2)$$

Представив решение уравнения (1) в виде ряда Фурье по углу ψ

$$W(r, \psi) = W_0(r) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} W_n(r) \cos n\psi, \quad (3)$$

* «Прочность. Устойчивость. Колебания». Том 3. Изд-во «Машиностроение», М., 1963 г.

получим для n -й компоненты уравнение

$$\left[\left(\nabla^2 - \frac{n^2}{x^2} \right)^2 - 12(1 - \sigma^2) \frac{r_0^2}{R^2} \frac{r_0^2}{h^2} - \left(\frac{\omega}{c_{\text{пр}}} r_0 \right)^2 \left(\frac{r_0}{h} \right)^2 \right] W_n = \frac{F_0 12(1 - \sigma^2)}{\rho c_{\text{пр}}^2 \frac{h^3}{r_0^3}} \frac{\delta(x - x')}{2\pi x}, \quad (4)$$

где $x = r / r_0$, x' — место приложения силы.

Для численного решения уравнения (4) удобно предположить, что в центре оболочки имеется отверстие радиуса $\gamma \ll \frac{r_0}{n}$ со свободными краями. При допущении малости γ по сравнению с длиной волны колебания оболочки с отверстием и без него будут мало различаться.

Граничные условия свободного отверстия заключаются в равенстве нулю изгибающего момента и перерезывающей силы:

$$\frac{\partial^2 W_n}{\partial x^2} + \sigma \left(\frac{1}{x} \frac{\partial W_n}{\partial x} - \frac{n^2}{x^2} W_n \right) = 0, \quad (5)$$

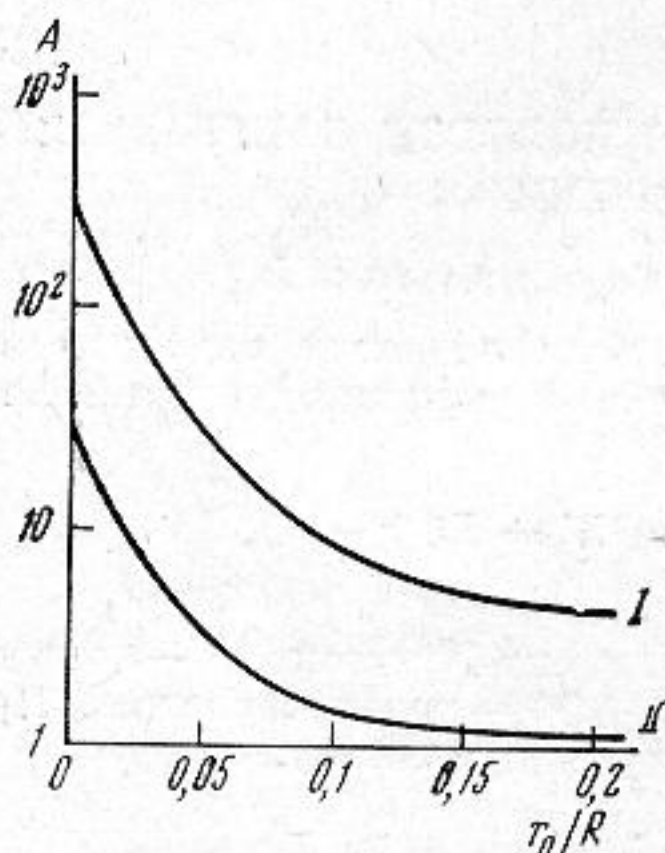
$$\frac{\partial^3 W_n}{\partial x^3} + \frac{1}{x} \frac{\partial^2 W_n}{\partial x^2} - \frac{1}{x^2} \frac{\partial W_n}{\partial x} - (2 - \sigma) \frac{n^2}{x^2} \frac{\partial W_n}{\partial x} + \frac{3 - \sigma}{x} \frac{n^2}{x^2} W_n = 0.$$

Среднюю амплитуду смещения можно определить как

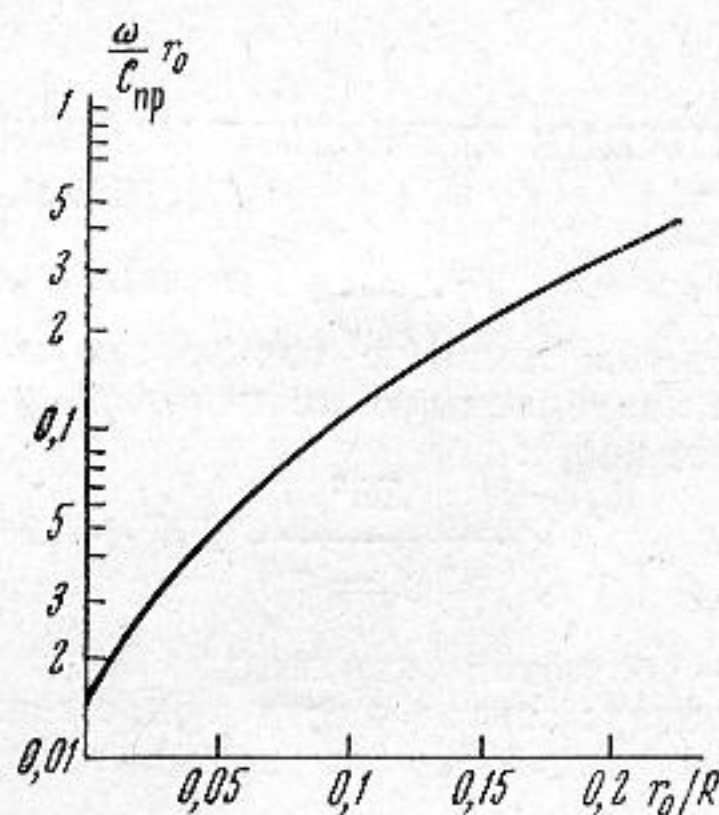
$$A = \sqrt{\overline{W^2}} = \sqrt{\int_0^{2\pi} \int_0^r |W(r, \psi)|^2 r dr d\psi}, \quad (6)$$

где $W(r, \psi)$ вычисляется по формуле (3).

Для численного расчета было взято $\frac{h}{r_0} = 10^{-2}$, $\rho = 7,8 \text{ г/см}^3$, $c = 5 \cdot 10^5 \text{ см/сек}^2$, $\gamma = 10^{-3}$, $x' = 0,2$. При решении уравнения (4) интервал разбиения был принят $\frac{1 - \gamma}{19}$, что соответствует системе 20 алгебраических уравнений в конечных разно-



Фиг. 1



Фиг. 2

стях. Решение W_n убывает с ростом n , поэтому можно ограничиться конечным числом n . Среднеквадратичное значение W_{12} меньше среднеквадратичного значения W_0 в 20 раз. Нами определялись гармоники только до $n = 12$.

Зависимость амплитуды смещения оболочки, обладающей коэффициентом потерь $\eta = 0,1$ при первом резонансе от кривизны, представлена на фиг. 1 (кривая I). Как видно из графика, амплитуды смещения быстро уменьшаются с ростом кривизны. Кривая II характеризует уменьшение статического смещения при увеличении кривизны. Из сопоставления кривых I и II следует, что резонансная амплитуда смещения уменьшается с ростом кривизны из-за увеличения жесткости. Однако дина-

мическое и статическое смещения уменьшаются с ростом кривизны не одинаково. Так для плоской пластины $\left(\frac{r_0}{R} = 0\right)$ динамическое резонансное

смещение больше статического в $\frac{1}{\eta} = 10$ раз, а для оболочки с относительной кривизной $\frac{r_0}{R} = 0,2$ динамическое

смещение превышает статическое лишь в 4 раза. Отсюда следует, что динамическая жесткость оболочки с увеличением кривизны растет быстрее, чем статическая. На фиг. 2 представлена зависимость безразмерной частоты первого резонанса от кривизны. Резонансная частота с ростом кривизны, как и следовало ожидать, тоже увеличивается.

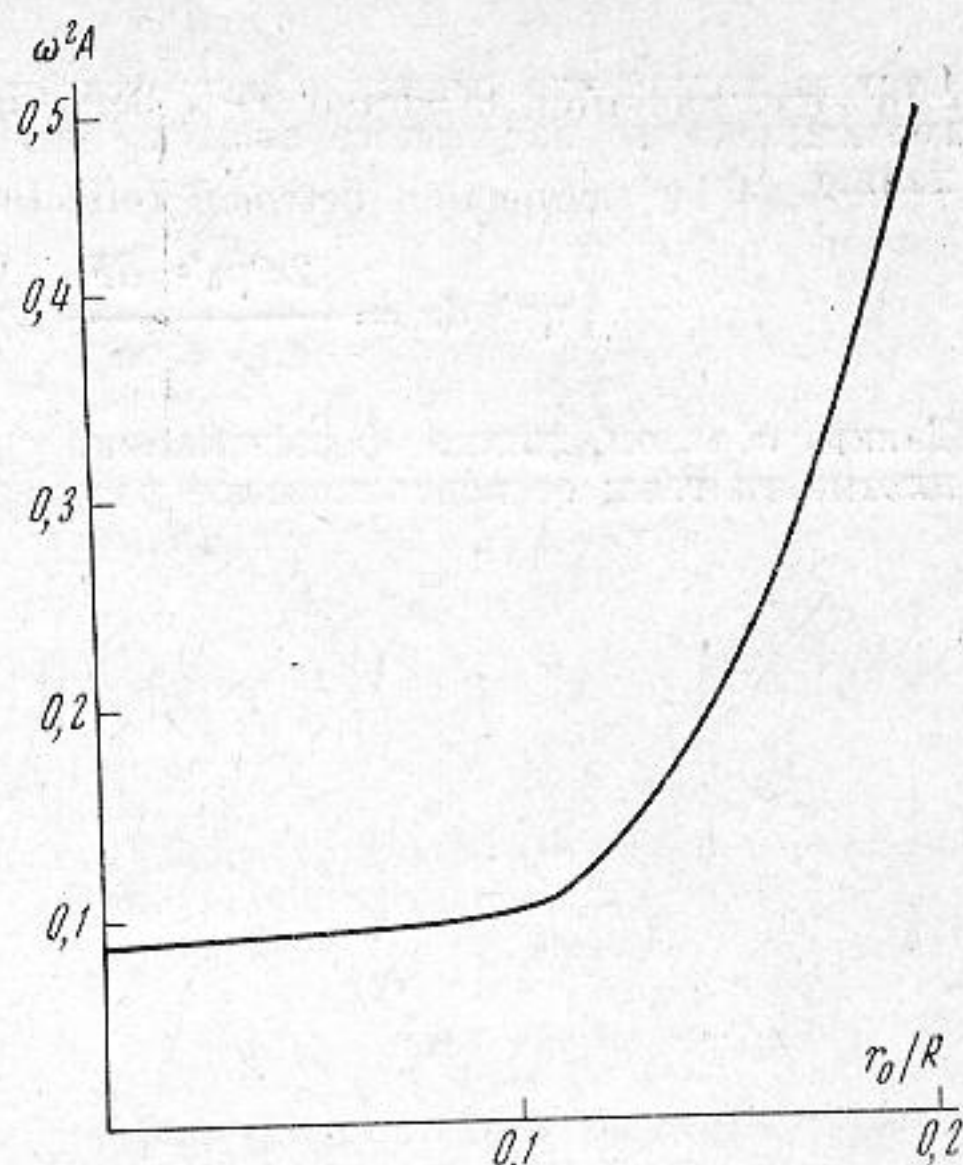
Как известно, для системы с одной степенью свободы произведение амплитуды смещения на резонансе на квадрат резонансной частоты есть величина, не зависящая от жесткости. Зависимость произведения $\omega_{\text{рез}}^2 A$ представле-

на на фиг. 3. До значения $\frac{r_0}{R} = 0,1$ это произведение остается примерно постоянным, а потом резко увеличивается.

Таким образом, увеличение кривизны сферических сегментаидальных оболочек снижает роль потерь в уменьшении средней амплитуды вибраций на частоте первого резонанса (при заданной силе).

Акустический ин-т АН СССР
Москва

Поступила в редакцию
10 июня 1971 г.



Фиг. 3

УДК 534.222.2

ОБ ОБРАЗОВАНИИ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В СТАТИСТИЧЕСКИ НЕОДНОРОДНОМ ГАЗЕ

Е. Н. Целиновский, А. И. Саичев, В. Е. Фридман

В работе [1] исследовались статистические характеристики длины формирования разрыва в волне, возбужденной квазигармоническим сигналом со случайной огибающей. Было показано, что с учетом статистики граничных условий длина формирования в среднем увеличивается. Этот результат получен без учета флуктуаций параметров среды. Ниже рассматриваются статистические характеристики длины формирования ударной волны в среде с крупномасштабными флуктуациями плотности. Показано, что ударная волна в среднем образуется раньше, чем в однородной среде. Рассмотрим одномерные звуковые волны в покоящемся изотермическом газе. Полагая неоднородность плавной и пренебрегая отраженной волной, легко получить решение уравнений акустики в виде квазипростой волны [2, 3]

$$t - \frac{x}{c} + \frac{(1 + \gamma)v}{2c^2} \sqrt{\rho(x)} \int_0^x \frac{dx'}{\sqrt{\rho(x')}} = F(v\sqrt{\rho(x)}). \quad (1)$$

Здесь c — скорость звука, v — скорость частиц газа, γ — показатель адиабаты, ρ — плотность газа, случайно зависящая от координаты, F — функция, определяемая из граничных условий.

Как известно, решение (1) справедливо до точки x_s , где образуется разрыв. Используя для нахождения x_s обычные условия $\partial t / \partial v = \partial^2 t / \partial v^2 = 0$, получим

$$\int_0^{x_s} \rho^{-1/2} dx = \frac{2c^2}{1 + \gamma} \frac{dF}{d\zeta} \Big|_{\substack{x=x_s \\ v=v_s}}, \quad \frac{d^2 F}{d\zeta^2} \Big|_{\substack{x=x_s \\ v=v_s}} = 0, \quad \zeta = v\sqrt{\rho}. \quad (2)$$