

БРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 534.26

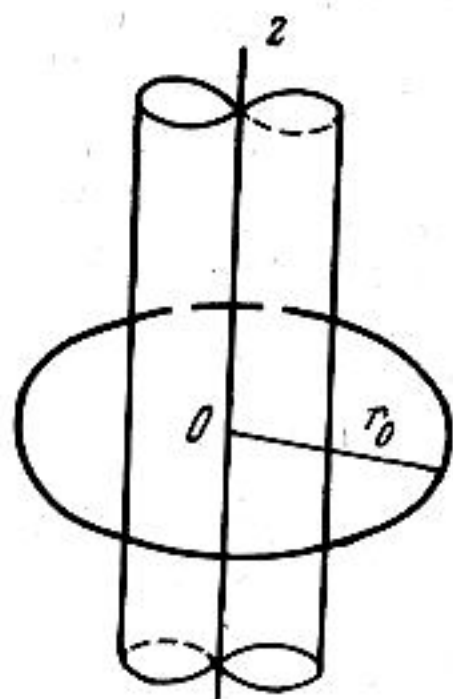
РАСЧЕТ ЗВУКОВОГО ПОЛЯ НА ЖЕСТКОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ЭКРАНЕ, СОЗДАВАЕМОГО СООСНЫМ ИЗЛУЧАТЕЛЕМ

В. К. Алексеев

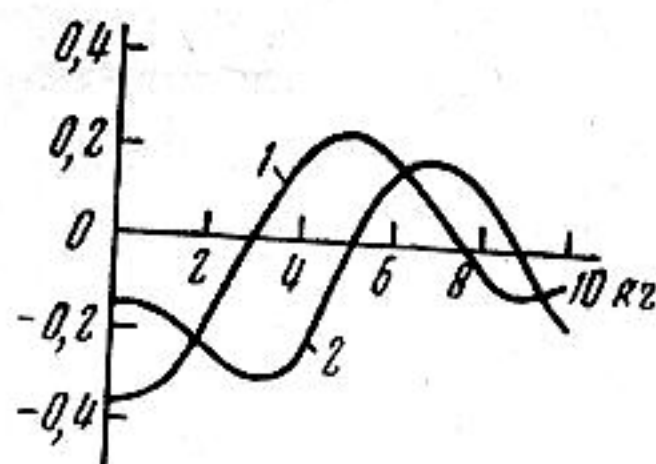
Аналитическое выражение амплитуды потенциала звукового поля кольцевого излучателя с жестким соосным экраном (фиг. 1) для области $a \leq r < r_0$, $|z| < \infty$ может быть представлено согласно работе [1] в виде

$$\Phi(r; z) = \frac{i \cdot r_0}{4} \int_{-\infty}^{\infty} \left[I_0(\nu r) - \frac{I_0'(\nu a) \cdot H_0^{(1)}(\nu r)}{H_0^{(1)}(\nu a)} \right] \cdot H_0^{(1)}(\nu r_0) e^{-i\nu z} d\nu, \quad (1)$$

Здесь: r ; z — цилиндрические координаты (Φ не зависит от угловой координаты φ в силу осевой симметрии задачи), a — радиус экрана, r_0 — радиус излучателя, I_0 — функция Бесселя, $H_0^{(1)}$ — первая функция Ханкеля, $\nu = \sqrt{k^2 - \tau^2}$, k — волновое число.



Фиг. 1



Фиг. 2

Полагая в выражении (1) $r = a$, найдем значение поля непосредственно на экране

$$\Phi(a; z) = \frac{r_0}{\pi a} \int_0^{\infty} \frac{\cos(kz \cdot x) \cdot H_0^{(1)}(kr_0 \sqrt{1-x^2})}{\sqrt{1-x^2} \cdot H_1^{(1)}(ka \sqrt{1-x^2})} dx. \quad (2)$$

Переходя здесь к пределу при $ka \rightarrow 0$, согласно работе [2], получим

$$\Phi(z) = \frac{ir_0}{2} \int_0^{\infty} \cos(kzx) H_0^{(1)}(kr_0 \sqrt{1-x^2}) dx = \frac{r_0 e^{ik\sqrt{r_0^2+z^2}}}{2\sqrt{r_0^2-z^2}}. \quad (3)$$

Выражение (3) дает распределение амплитуды потенциала поля вдоль оси кольцевого излучателя в свободном пространстве. Для численных расчетов в других случаях преобразуем формулу (2) к более удобному виду.

Разобьем область интегрирования на две части, полагая $x = \sin t$ для $0 \leq x < 1$ и $x = \text{ch } t$ для $1 < x < \infty$. Тогда

$$\Phi(a; z) = \frac{r_0}{\pi a} (f_1 + f_2), \quad (4)$$

$$f_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos(kz \cdot \sin t) \cdot H_0^{(1)}(kr_0 \cdot \cos t)}{H_1^{(1)}(ka \cdot \cos t)} dt, \quad (5)$$

$$f_2 = \int_0^{\infty} \frac{\cos(kz \cdot \text{ch } t) \cdot K_0(kr_0 \cdot \text{sh } t)}{K_1(ka \cdot \text{sh } t)} dt, \quad (6)$$

где K_0 и K_1 — функции Макдональда.

Воспользовавшись асимптотическими представлениями цилиндрических функций [3] для малых значений аргумента нетрудно показать, что подынтегральные функции в (5) и (6) соответственно в точках $t = \pi/2$ и $t = 0$ принимают значения, равные нулю.

Произведем оценку интеграла (6) для двух случаев: когда $kr_0 > ka$ и когда $kr_0 = ka$. Будем считать A достаточно большим положительным числом, таким, что при $t \geq A$ имеют место асимптотические представления функций K_0 и K_1 для больших значений аргумента [3]. Тогда, после несложных преобразований, получим:

$$f_2 = \int_0^A \frac{\cos(kz \operatorname{ch} t) K_0(kr_0 \operatorname{sh} t)}{K_1(ka \operatorname{sh} t)} dt + \int_A^\infty \sqrt{\frac{a}{r_0}} \cos(kz \operatorname{ch} t) e^{-k(r_0-a)\operatorname{sh} t} dt.$$

Учитывая далее, что при $t > 0$ $\operatorname{sh} t > t$, найдем оценку

$$\left| \int_A^\infty \right| < \sqrt{\frac{a}{r_0}} \frac{e^{-k(r_0-a)A}}{k(r_0-a)} = \delta. \quad (7)$$

Отсюда следует сходимость интеграла (6) при $kr_0 > ka$ и любых $kz \geq 0$. При заданном δ выбор числа A легко осуществить с помощью формулы (7).

Пусть теперь в выражении (6) $kr_0 = ka$. При тех же предположениях, что и раньше, интеграл (6) преобразуем к виду

$$f_2 = \int_0^A \frac{\cos(kz \operatorname{ch} t) K_0(ka \operatorname{sh} t)}{K_1(ka \operatorname{sh} t)} dt + \int_0^\infty \cos(kz \operatorname{ch} t) dt - \int_0^A \cos(kz \operatorname{ch} t) dt.$$

Объединяя первый и третий интегралы в один и учитывая [2], что

$$\int_0^\infty \cos(kz \operatorname{ch} t) dt = -\frac{\pi}{2} N_0(kz),$$

получим

$$f_2 = -\frac{\pi}{2} N_0(kz) - \int_0^A \left[1 - \frac{K_0(ka \operatorname{sh} t)}{K_1(ka \operatorname{sh} t)} \right] \cos(kz \operatorname{ch} t) dt. \quad (8)$$

Отсюда следует сходимость интеграла (6) для $kr_0 = ka$ и $kz \neq 0$. При $kz \rightarrow 0$, $f_2 \rightarrow \infty$.

Для иллюстрации на фиг. 2 представлены вещественная (кривая 1) и мнимая часть (кривая 2) функции Φ , рассчитанные для параметров: $kr_0 = 5$ и $ka = 2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. К. Алексеев, Л. Г. Меркулов. Труды VI Всесоюзной Акустической конференции. М., 1968.
2. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Физматгиз, 1962, стр. 751, ф. 8 и стр. 414, ф. 3.
3. Г. Н. Ватсон. Теория Бесселевых функций, т. I и II. И.И.Л., 1949.

Таганрогский радиотехнический институт

Поступила в редакцию
31 мая 1971 г.

УДК 534.29

О ВОЗМОЖНОСТИ ПОВЫШЕНИЯ ЭРОЗИОННОЙ АКТИВНОСТИ КАВИТАЦИОННОЙ ПОЛОСТИ ПРИ СОВМЕСТНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ НЕПРЕРЫВНОГО И ИМПУЛЬСНОГО ЗВУКА

В. И. Башкиров, А. И. Иоффе, Н. А. Рой, Л. И. Суханов

Эрозионная активность кавитационной области заметно падает при увеличении частоты приложенного звукового поля из-за роста кавитационного порога и при уменьшении амплитуды звукового давления. Поэтому для маломощных высокочастотных (порядка десятков кГц) кавитационных технологических установок способ