

C_6H_{12} при 20° . Эти данные и результаты наших исследований сведены в табл. 3. Таким образом, представляется возможность по трем температурам выяснить тенденцию в поведении параметров n и m на линии насыщения. Установлено, что в системе $C_6H_6 - C_6H_{12}$ с ростом температуры различия между вероятностями возбуждения колебательных степеней свободы при парных взаимодействиях разнородных и одинаковых молекул уменьшаются. Если считать, что все сверхстоксовское поглощение в смесях обусловлено только кнезеровским эффектом, то различия между вероятностями следует отнести за счет неидеальности системы. Действительно, как показали наши исследования, система бензол — циклогексан не может рассматриваться как идеальная, так как она обладает абсолютной положительной азеотропией. Судя по максимальному относительному отклонению давления паров смесей от закона Рауля степень неидеальности системы с ростом температуры уменьшается. К этому же выводу можно прийти, исходя из факта уменьшения различий между вероятностями перехода энергии с внешних на внутренние степени свободы. Таким образом, в кнезеровских смесях представляется возможность по акустическим данным оценить изменение степени неидеальности системы при изменении параметров состояния.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Зотов, Ю. А. Неручев, Н. Ф. Отпущенников. О некоторых термодинамических свойствах жидкой фазы бензола вдоль линии насыщения. Ж. физ. хим., 1969, 43, 3, 776—778.
2. В. Ф. Ноздрев. Применение ультразвуки к исследованию вещества. М., Физматгиз, 1958.
3. И. Г. Михайлов, В. А. Соловьев, Ю. П. Сырников. Основы молекулярной акустики. М., «Наука», 1964, 50—54.
4. В. Д. Соболев. В сб. «Ультразвук и физико-химические свойства вещества», вып. 1, стр. 31—36, Орловский педагогический институт, 1966.
5. W. K. Lewis. On the latent heat of vaporization of a non-associated liquids. Phys. Chem., 1911, 78, 24, 1007—1009.
6. D. Sette. Dispersion and absorption of sound waves in liquids and mixtures of liquids. Hand. d. Phys., 1961, 11, 1, 275.
7. K. E. Herzfeld, T. A. Litovitz. Absorption and dispersion of ultrasonic waves. New York — London, 1959.
8. В. С. Чиркин. Теплопроводность промышленных материалов. М., Машгиз, 1962.
9. В. Илгунас, К. Паулаускас, А. Тамашаускас. Кнезеровское поглощение в смесях бромбензола, хлорбензола, циклогексана в бензоле и хлорбензола в бромбензоле. Акуст. ж., 1970, 16, 2, 316—318.

Тулльский педагогический институт
им. Л. Н. Толстого

Поступило в редакцию
17 сентября 1970 г.

УДК 534.414

К ТЕОРИИ РЕЗОНАТОРА С ИМПЕДАНЦНОЙ СТЕНКОЙ

А. Ф. Чаплин

Как известно, решение задачи об акустических колебаниях в области с импедантными граничными условиями может быть построено без труда лишь в тех случаях, когда импеданс постоянен и форма границы допускает разделение переменных. При переменном импедансе удается получить обозримое решение в отдельных случаях, когда предполагается, что отклонения импеданца от постоянного значения малы и можно провести метод возмущений в той или иной форме. Ниже показывается, что при рассмотрении подобных задач возможен обратный подход, когда по заданному распределению давления находится закон изменения импеданца вдоль границы. Такой конструктивный подход применим, в частности, в архитектурной акустике.

Рассмотрим для простоты двумерную задачу о колебаниях среды в прямоугольной области, ограниченной плоскостями $x = 0$, $x = a$, $y = 0$, $y = b$. Зависимость от координаты z отсутствует. Пусть три стенки: $x = 0$, $y = 0$, $y = b$ будут жесткими, а стенка $x = a$ характеризуется импедансом $Z(y)$. В точке (x_0, y_0) расположен сосредоточенный источник, колеблющийся по закону $\exp(-i\omega t)$. Таким образом, граничная задача сводится к решению уравнения Гельмгольца $\Delta u(x, y) + k^2 u(x, y) = -4\pi\delta(y - y_0)\delta(x - x_0)$ с граничными условиями

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad \text{при} \quad x = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad \text{при} \quad y = 0, \quad y = b;$$

$$[i\omega\rho u / (\partial u / \partial x)] = Z(y) \quad \text{при} \quad x = a. \quad (1)$$

Воспользуемся выражением (11.2.12) из работы [1] и представим решение рассматриваемой задачи (функцию Грина) в виде

$$u = -\frac{4\pi}{b} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \frac{\cos\left(\frac{\pi n}{b} y_0\right) \cos\left(\frac{\pi n}{b} y\right)}{k_n \sin(k_n a + \theta_n)} \times \begin{cases} \cos(k_n x_0) \cos[k_n(a-x) + \theta_n] & \text{при } x > x_0, \\ \cos(k_n x) \cos[k_n(a-x_0) + \theta_n] & \text{при } x < x_0, \end{cases} \quad (2)$$

где $k_n = \sqrt{k^2 - (\pi n/b)^2}$, ε_n — число Неймана. Фазовые сдвиги θ_n определяются импедансом стенки $x = a$. Если импеданс вдоль стенки постоянен, $Z(y) = Z_0$, то сдвиги θ_n находятся из соотношения

$$-i\omega\rho \operatorname{ctg} \theta_n = k_n Z_0. \quad (3)$$

Собственные частоты колебаний резонатора с импедансной стенкой определяются уравнением

$$k_n \sin(k_n a + \theta_n) = 0. \quad (4)$$

При постоянном импедансе эта формула принимает вид

$$k_n a + \operatorname{arccotg}(ik_n Z_0 / \omega\rho) = m\pi. \quad (5)$$

Соотношение (5) целиком определяет спектр собственных частот резонатора. Изменяя значение Z_0 , мы одновременно смещаем положение точек, изображающих резонансы системы на комплексной плоскости волнового числа k . Если сдвиги θ_n не подчиняются условию (3), то импеданс стенки $x = a$ оказы-

вается переменным. Задача нахождения $Z(y)$ по заданным θ_n является достаточно простой. Задавшись величинами θ_n , подставим выражение (2) в формулу (1):

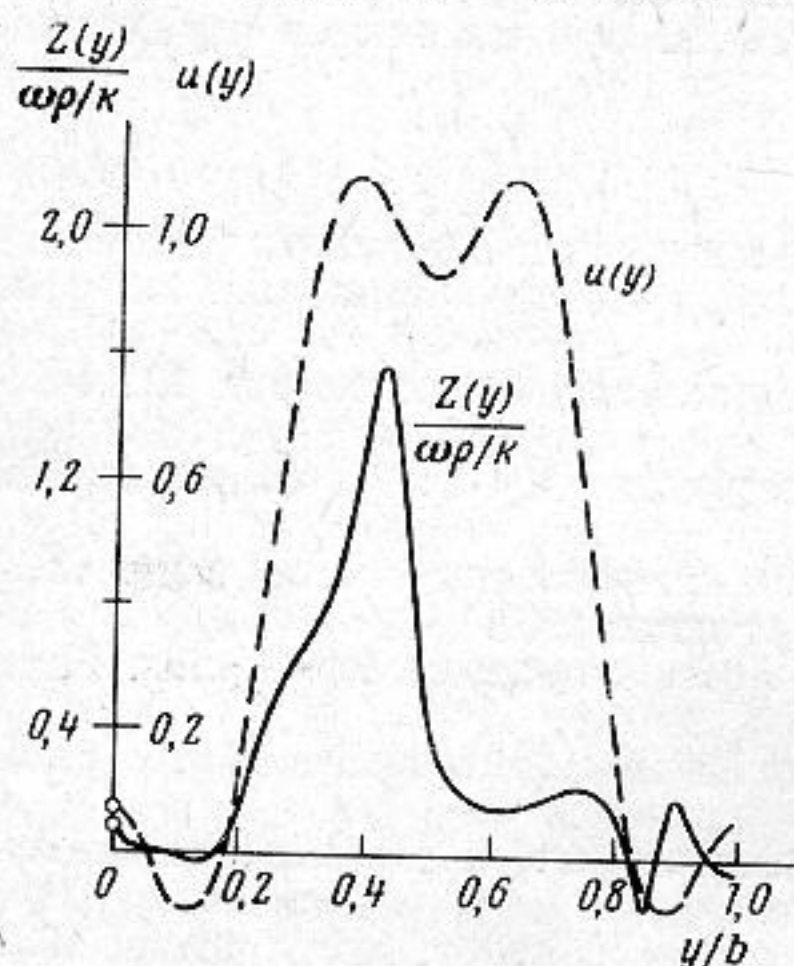
$$Z(y) = \frac{\omega\rho}{i} \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \cos\left(\frac{\pi n}{b} y_0\right) \cos\left(\frac{\pi n}{b} y\right) \cos \theta_n \cos(k_n x_0) / k_n \sin(k_n a + \theta_n)}{\sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \cos\left(\frac{\pi n}{b} y_0\right) \cos\left(\frac{\pi n}{b} y\right) \cos(k_n x_0) \sin \theta_n / \sin(k_n a + \theta_n)}. \quad (6)$$

Числитель и знаменатель дроби (6) представляют собой ряды Фурье с различными коэффициентами при одних и тех же значениях n , и дробь (6) является некоторой функцией y . Лишь при выполнении соотношения (3) коэффициенты при одинаковых гармониках рядов Фурье отличаются на общую для всех гармоник константу, равную Z_0 .

Таким образом, если необходимо синтезировать заданное распределение давления вдоль оси y , следует разложить это распределение в ряд Фурье и найти из формулы (6) распределение импеданца $Z(y)$. При этом необходимо считать фиксированным положение источника. Тогда коэффициенты разложения будут включать множители $\cos(\pi n y_0 / b)$, $\cos(k_n x_0)$, влияющие на закон изменения импеданца. Наряду с задачей формирования распределения давления можно поставить задачу управления собственными частотами резонатора. С этой целью в формуле (4) выбираются требуемые значения θ_n и затем по формуле (6) находится распределение импеданца, обеспечивающее желаемую частотную характеристику.

При реализации импедансной поверхности желательно получить мнимые значения $Z(y)$, так как отрицательная вещественная часть импеданца может быть реализована с помощью дополнительного притока энергии, а положительная ухудшает энергетические свойства системы. Для получения реактивного импеданца достаточно выбирать θ_n вещественными для вещественных k_n и мнимыми для мнимых k_n .

В качестве примера рассмотрим расчет распределения реактивного импеданца по распределению давления, заданному в виде $u(y) = \text{const}$ при $0,25 \leq y/b \leq 0,75$ и $u(y) = 0$ вне этого интервала значений y/b . Расчет проведен для резонатора с



размерами стенок $a = b = 4\lambda$, возбуждаемого сосредоточенным источником в точке с координатами $x_0 = 2, y_0 = 4/3\lambda$. При расчете учитывались первые 8 гармоник ряда в формуле (6). Значения θ_n находились по коэффициентам C_n ряда Фурье заданной функции распределения давления по формуле

$$\theta_n = \arctg \left\{ \frac{\varepsilon_n k \cos \left(\frac{\pi n}{b} y_0 \right) \cos(k_n x_0)}{C_n k_n \cos(k_n a)} - \operatorname{tg}(k_n a) \right\}.$$

На фигуре представлен расчетный график распределения нормированного реактивного импеданца, а также полученное распределение давления на стенке $x = a$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ф. М. Морс и Г. Фешбах. Методы теоретической физики, т. 2. М., ИЛ, 1960.

Московский энергетический институт

Поступило в редакцию
6 мая 1970 г.

УДК 534.222

ФЛЮКТУАЦИИ УРОВНЯ И ФАЗЫ ДЛЯ ОДНОЙ СПЕЦИАЛЬНОЙ МОДЕЛИ СЛУЧАЙНО НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЫ

В. Н. Черная

В ряде работ [1, 2] при рассмотрении статистических задач о распространении волн в средах со случайными неоднородностями используется корреляционная функция флюктуаций показателя преломления вида

$$N(r') = \exp(-|r'|/a'), \quad (1)$$

где a' — характерный размер неоднородностей, $r' = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}$. Насколько нам известно, расчет флюктуационных характеристик волны в этом случае не производился.

Для определения средних квадратов флюктуаций уровня и фазы плоской волны, распространяющейся в безграничной среде с крупномасштабными неоднородностями $a' \gg 1$, описываемыми функцией корреляции (1), используем выведенные в работе [2] для произвольного коэффициента корреляции $N(r')$ формулы:

$$\langle S^2 \rangle = 1/2 \langle \mu^2 \rangle (I_1 + I_2), \quad (2)$$

$$\langle B^2 \rangle = 1/2 \langle \mu^2 \rangle (I_1 - I_2), \quad (3)$$

где $\mu(\xi, \eta, \zeta)$ — случайная функция, характеризующая слабые отклонения показателя преломления от среднего значения; I_1 и I_2 в предположении, что коэффициент корреляции есть четная функция относительно ξ , имеют вид

$$I_1 = 2L' \int_0^\infty d\xi \int_0^\infty \frac{1}{\xi} \sin \frac{\rho^2}{2\xi} N(r') \rho d\rho, \quad (4)$$

$$I_2 = - \int_0^\infty d\xi \int_0^\infty \sin \left(\frac{\rho^2}{4L'} \right) N(r') \rho d\rho. \quad (5)$$

Вычислим интегралы (4) и (5), задаваясь коэффициентом корреляции (1). При нахождении интеграла (4) перейдем к полярным координатам u, φ на плоскости ξ, ρ :

$$I_1 = 2L' \int_0^{\pi/2} d\varphi \operatorname{tg} \varphi \int_0^\infty \sin \left(\frac{1}{2} \sin \varphi \operatorname{tg} \varphi u \right) \exp \left(-\frac{u}{a'} \right) u du. \quad (6)$$